

سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۳ - دوازدهم ، کاربرد مشتق - ۶ سوال -

۸۵- نقطه  $x=0$  برای تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 4| & x \neq 0 \\ k & x = 0 \end{cases}$  می‌نیمم نسبی است ولی می‌نیمم مطلق نیست. مجموعه مقادیر ممکن

برای  $k$  کدام است؟

- (۱)  $0 < k < 4$       (۲)  $k < 2$   
(۳)  $0 \leq k \leq 4$       (۴)  $\emptyset$

۸۶- بازه  $(2, a)$  بزرگترین بازه‌ای است که تابع با ضابطه  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}bx^2 + 6x - \frac{1}{4}$  در آن نزولی است. مقدار می‌نیمم نسبی

این تابع کدام است؟

- (۱) ۳      (۲) ۵  
(۳) ۴      (۴) ۶

۸۷- تابع  $g(x) = |x^2 - 1|$  دارای ..... ماکسیمم نسبی و ..... می‌نیمم نسبی است.

- (۱) یک - دو      (۲) دو - دو  
(۳) دو - یک      (۴) یک - یک

۸۸- مجموعه طول نقاط بحرانی تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2(x^2 - 1)}$  کدام است؟

- (۱)  $\{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\}$       (۲)  $\{\frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{3}\}$   
(۳)  $\{0, \frac{1}{3}\}$       (۴)  $\{-\frac{1}{3}, 0\}$

۸۹- تابع  $f(x) = \begin{cases} 1 + \sqrt{x} & , 0 \leq x \leq 4 \\ x^2 + 1 & , -2 \leq x < 0 \end{cases}$  چگونه است؟

- (۱) ماکزیمم مطلق دارد - می‌نیمم مطلق دارد.  
(۲) ماکزیمم مطلق دارد - می‌نیمم مطلق ندارد.  
(۳) ماکزیمم مطلق ندارد - می‌نیمم مطلق دارد.  
(۴) ماکزیمم مطلق ندارد - می‌نیمم مطلق ندارد.

۹۰- نقاط اکسترمم نسبی تابع  $y = x^4 - 2x^2 - 1$  رأس‌های یک مثلث اند. نوع این مثلث و مساحت آن کدام است؟

(۱) قائم‌الزاویه - ۲

(۲) قائم‌الزاویه - ۱

(۳) متساوی‌الاضلاع - ۲

(۴) متساوی‌الاضلاع - ۱

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق - ۴ سوال -

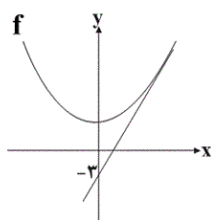
۸۱- در نقطه‌ای با کدام طول، آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع  $f(x) = x^3 + 3x$  با آهنگ تغییر متوسط آن در بازه  $[0, 1]$  برابر است؟

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{9}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$



۸۲- در شکل زیر خط مماس بر نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 1$  رسم شده است. شیب این خط مماس کدام است؟

(۱) ۳

(۲)  $2\sqrt{3}$

(۳) ۴

(۴)  $2\sqrt{2}$

۸۳- مساحت ناحیه محدود به خط مماس بر منحنی به معادله  $y = \frac{2x-3}{\sqrt{x}}$  در نقطه  $x=1$  واقع بر آن و محورهای مختصات کدام است؟

(۲)  $2/45$

(۱)  $2/4$

(۴)  $2/55$

(۳)  $2/5$

۸۴- اگر  $f(x) = 3x^4 + 2x^2 - 1$  و  $g(x) = \frac{1}{x}$ ، آنگاه مشتق تابع  $f \cdot g - f'$  در  $x=1$  کدام است؟

(۲) -۲۰

(۱) ۲۰

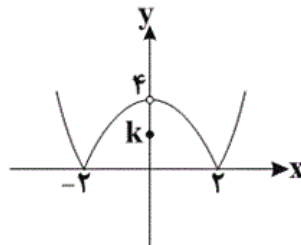
(۴) ۲۸

(۳) -۲۸

۸۵- گزینه «۱»

(کلیه ابعادی)

به نمودار تابع  $f$  توجه کنید.



با توجه به نمودار، اگر تابع  $f$  در  $x = 0$  می‌نیمم نسبی داشته باشد ولی

می‌نیمم مطلق نداشته باشد، آنگاه باید  $0 < k < 4$ .

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی رستمی مور)

$$y' = x^2 - bx + 6$$

با توجه به جدول تعیین علامت مشتق، خواهیم داشت:

x		۲		a		
y'		+	○	-	○	+
		↙		↘		↙

(۱)  $x = 2$  طول ماکزیمم نسبی است.

$$y'(2) = 0 \Rightarrow (2)^2 - b(2) + 6 = 0 \Rightarrow 4 - 2b + 6 = 0 \Rightarrow b = 5$$

(۲)  $x = a$  طول می نیمم نسبی است.

$$y' = x^2 - 5x + 6 = (x-3)(x-2) \Rightarrow a = 3$$

طول و عرض اکسترمم نسبی در خود تابع صدق می کند.

$$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \text{عرض نقطه می نیمم نسبی: } f(3) = \frac{1}{3}(3)^3 - \frac{5}{2}(3)^2 + 6(3) - \frac{1}{2} = 4$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۱۰۲ تا ۱۰۹ و ۱۱۲)

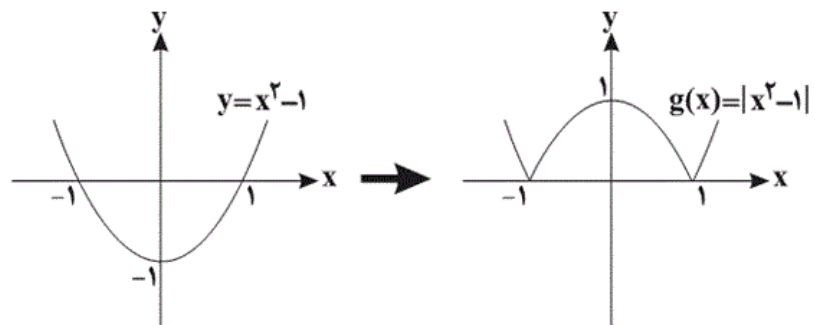
۴

۳ ✓

۲

۱

(ویدر راهتی)

با توجه به نمودار، تابع  $g$  دارای یک ماکسیمم نسبی ( $x = 0$ ) و دومی نیمم نسبی ( $x = -1, x = 1$ ) است.

(ریاضی ۳، صفحه های ۱۰۴ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$f'(x) = \frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

از  $f'(x) = 0$  داریم:

$$\frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}} - \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} = 0 \Rightarrow 4x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

از طرفی  $f'(x)$  در  $x = 0$  تعریف نشده است، بنابراین مجموعه طول‌های

نقاط بحرانی تابع عبارت است از:  $\{-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۲)

 ۴

 ۳

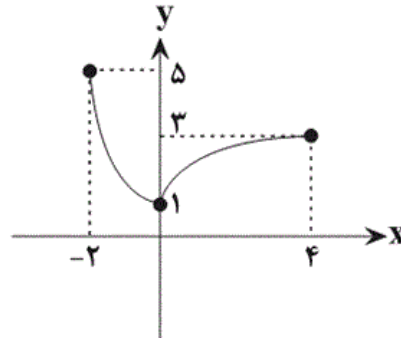
 ۲

 ۱

### ۸۹- گزینه «۱»

(علی پرنیان)

با رسم تابع  $f(x)$  داریم:



تابع در  $x = 0$  دارای مینیمم مطلق و در  $x = -2$  دارای ماکزیمم مطلق است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۲)

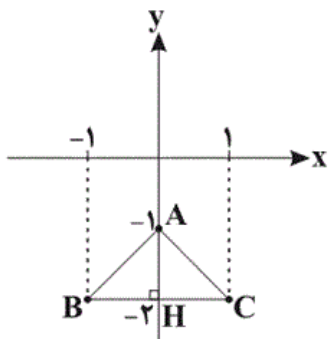
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=-1 \\ x=1 \Rightarrow y=-2 \\ x=-1 \Rightarrow y=-2 \end{cases}$$



دقت کنید که  $AB = AC = \sqrt{2}$  و  $BC = 2$ ، پس  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  یعنی مثلث  $ABC$  قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۹ و ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱

آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه  $[0, 1]$  برابر است با:

$$\frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = 4$$

با توجه به ضابطه تابع داریم:

$$f'(x) = 3x^2 + 3$$

باید جواب معادله  $f'(\alpha) = 4$  را به دست آوریم:

$$3\alpha^2 + 3 = 4 \Rightarrow 3\alpha^2 = 1$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

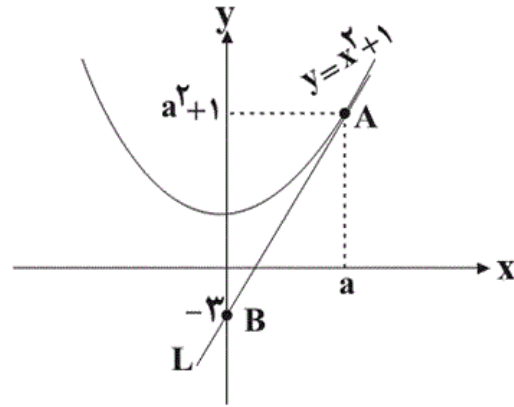
(ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱



$$A \begin{cases} a \\ a^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow m_L = f'(a) = 2a \Rightarrow L: y - a^2 - 1 = 2a(x - a)$$

$$B \begin{cases} 0 \\ -3 \end{cases} \rightarrow -3 - a^2 - 1 = -2a^2 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

با توجه به شکل، شیب خط مماس مثبت است، پس:

$$m_L = 2a \Rightarrow m = 4$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶ و ۸۵ تا ۸۷)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱



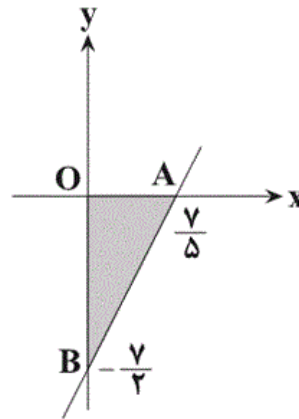
$$y = \frac{2x-3}{\sqrt{x}} \xrightarrow{x=1} y = -1$$

$$\Rightarrow y' = \frac{2(\sqrt{x}) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x-3)}{x}$$

$$\Rightarrow m = y'(1) = \frac{2 - (-\frac{1}{2})}{1} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \text{معادله خط مماس: } y+1 = \frac{5}{2}(x-1) \Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{7}{2}$$

با توجه به شکل داریم:



$$S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times \frac{7}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{20} = 2 \frac{9}{20}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(همیدرضا بنیانی)

$$(f \cdot g - f')' = (f' \cdot g + g' \cdot f - f'')$$

پس نیاز به محاسبه  $f'$ ،  $f''$  و  $g'$  داریم:

$$f'(x) = 12x^3 + 4x \Rightarrow f'(1) = 16$$

$$\Rightarrow g'(x) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow g'(1) = -1$$

$$f''(x) = 36x^2 + 4 \Rightarrow f''(1) = 40$$

همچنین  $f(1) = 4$  و  $g(1) = 1$  . پس داریم:

$$(f'g + g'f - f'')(1) = (16)(1) + (-1)(4) - 40 = -28$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱