

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۳، مدل سازی و دنباله - ۳ سوال -

۸۱- کدام جمله دنباله $a_n = \frac{2n^2 + 2}{5}$ برابر $\frac{14}{5}$ است؟

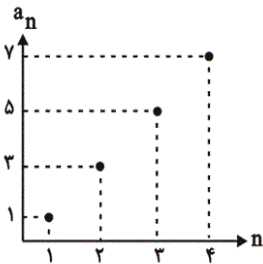
- (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) پنجم

۸۲- در دنباله الگوی زیر، جمله هفتم کدام است؟



- (۱) ۲۶
(۲) ۲۷
(۳) ۲۸
(۴) ۳۰

۸۳- نمودار مقابل چهار جمله اول کدام دنباله می‌تواند باشد؟



- (۱) $a_n = 2n^2 - 1$
(۲) $a_n = 2n - 1$
(۳) $a_n = 2n + 1$
(۴) $a_n = 2n^2 + 1$

ریاضی و آمار ۳، دنباله های حسابی - ۴ سوال

۸۴- بین دو عدد ۴ و ۸۸، بیست و هفت عدد را طوری قرار داده‌ایم که با هم تشکیل دنباله حسابی دهند. مجموع این بیست و هفت عدد کدام است؟

- (۱) ۱۳۳۴ (۲) ۱۲۴۲ (۳) ۱۲۴۶ (۴) ۱۳۳۰

۸۸- در یک دنباله حسابی جمله پنجم برابر ۲۵ و جمله نهم برابر ۴۱ است. جمله چندم دنباله برابر ۹۳ است؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۸۹- در دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = \frac{3-4n}{5}$ اختلاف مشترک دنباله (d)، چند برابر جمله اول دنباله (a_۱) است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- شخصی در ماه اول A ریال پس‌انداز کرده است. در هر ماه به اندازه $\frac{1}{3}A$ بیشتر از ماه قبل پس‌انداز می‌کند تا مقدار پس‌انداز ماهانه به دو برابر پس‌انداز ماه اول برسد. اگر در این زمان مجموع پس‌انداز شخص ۶۳۰۰۰ تومان باشد، اولین پس‌انداز وی چقدر بوده است؟

- (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۲۰۰۰ (۳) ۲۲۰۰ (۴) ۲۴۰۰

۸۵- مجموع ده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{3}, x, y, 4, \dots$ کدام است؟

- ۱۰۲۵ (۴) ۱۰۲۳ (۳) ۵۱۳/۵ (۲) ۵۱۱/۵ (۱)

۸۶- بین دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه جمله را طوری قرار داده ایم تا یک دنباله هندسی ایجاد شود. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟ (۲ جمله اول است.)

- ۶۱۵ (۴) 2×3^{16} (۳) 3^{17} (۲) 2×3^{15} (۱)

۸۷- رابطه بازگشتی دنباله ای به صورت $a_1 = \frac{1}{3}$ و $a_{n+1} = \frac{3}{2}a_n$ است. جمله عمومی دنباله کدام است؟

- $a_n = \frac{1}{3} + \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ (۴) $a_n = \frac{3}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$ (۳) $a_n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$ (۲) $a_n = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ (۱)

۹۳- اگر تابع $f = \{(2, a-1), (a, b+2), (b, 2c-a)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $\frac{a \times b}{c+1}$ کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)

۹۴- اگر تابع $f = \{(1, a^2+2), (2, 4), (3, a+b), (-a, 4)\}$ تابعی ثابت با سه عضو باشد، مقدار $a-b$ کدام است؟

- ۶ (۴) -۵ (۳) -۳ (۲) -۲ (۱)

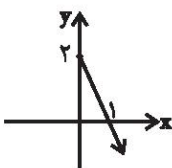
۹۵- اگر $f(x) = |x+5| + |x-1|$ باشد، حاصل $f(\sqrt{2}) + f(-\sqrt{2})$ کدام است؟ (علامت جزء صحیح است.)

- ۷ (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۹۶- نمودار تابع های $f(x) = 1$ و $g(x) = \begin{cases} 1+x & , x < 0 \\ x^2 & , x \geq 0 \end{cases}$ در چند نقطه با هم برخورد دارند؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) صفر (۱)

۹۷- اگر $f(x) = x^2 - 1$ و نمودار تابع $\frac{f}{g}(x)$ به صورت شکل مقابل باشد، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟ ($x \geq 0$)



- $\frac{x-1}{2}$ (۲) $-\frac{x+1}{2}$ (۱)
 x (۴) $\frac{x}{2}$ (۳)

۹۱- اگر $p \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$ باشد، ارزش گزاره $(p \wedge q)$ و گزاره $q \Leftrightarrow p$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) درست - نادرست (۲) نادرست - درست
 (۳) درست - درست (۴) نادرست - نادرست

۹۲- در کدام گزینه استدلال به درستی انجام شده است؟ (a، b و c اعداد حقیقی هستند.)

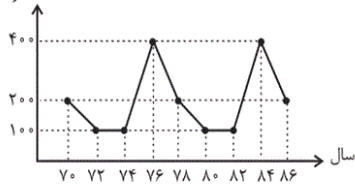
$\frac{b}{a^2+1} = \frac{c}{a^2+1} \Rightarrow b=c$ (۴)
 $ac=bc \Rightarrow a=b$ (۳)
 $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$ (۲)
 $a < b \Rightarrow ac < bc$ (۱)

۹۸- سه نفر با قد یکسان ۱۵۰ سانتی متر و سن ۵۰ سال با وزن های ۵۵، ۶۰ و ۵۰ کیلوگرم هستند، شاخص سلامت آن ها را محاسبه کرده ایم. چند نفر از آن ها اضافه وزن دارند؟ (نماتوپ ایده آل بین ۲۰ تا ۲۵ است.)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

۹۹- با فرض آن که نمودار سری زمانی زیر از یک الگو پیروی می کند، قدرمطلق اختلاف تعداد تصادفات رانندگی در سال های ۹۲ و ۶۴ کدام است؟

تعداد تصادفات رانندگی



- ۲۰۰ (۱)
 ۱۰۰ (۲)
 ۳۰۰ (۳)
 ۴۰۰ (۴)

۱۰۰- میانگین درآمد مدیران یک شرکت به صورت جدول زیر است:

سابقه کاری (سال)	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
درآمد (میلیون تومان)	۲	۵	۸	۱۰	۱۴

درآمد مدیری با ۱۳ سال سابقه کار به روش درون یابی خطی تقریباً کدام است؟

- ۱۱/۳ (۱) ۱۲/۳ (۲)
 ۱۳ (۳) ۱۳/۲ (۴)

-۸۱

(مهمرب بهیرایی)

$$a_n = \frac{14}{5} \Rightarrow \frac{3n^2 + 2}{5} = \frac{14}{5}$$

$$\Rightarrow 3n^2 + 2 = 14 \Rightarrow 3n^2 = 12 \Rightarrow n^2 = 4 \xrightarrow{n > 0} n = 2$$

(ریاضی و آمار (۳)، آنگوهای فطی، صفه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۲

(موسا عفتی)

$$a_1 = 1, a_2 = 2 + 1 = 3, a_3 = 3 + 2 + 1 = 6, \dots$$

$$\Rightarrow a_7 = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$$

تذکر: جملات این دنباله را می‌توان از جمله عمومی $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ نیز

محاسبه کرد.

(ریاضی و آمار (۳)، آنگوهای فطی، صفه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۳

(فاطمه نهمیان)

با توجه به آن که نقاط نمودار روی یک خط قرار می‌گیرند، بنابراین از یک الگوی خطی پیروی می‌کنند، پس گزینه‌های «۱» و «۴» نادرست است. همچنین:

$$a_1 = 2 \times 1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$a_4 = 2 \times 4 - 1 = 7$$

بنابراین گزینه «۲» صحیح است.

(ریاضی و آمار (۳)، آنگوهای فطی، صفه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

بین دو عدد ۴ و ۸۸، بیست و هفت عدد قرار می‌دهیم، پس اگر ۴ را جمله اول بگیریم، ۸۸ جمله بیست و نهم می‌شود، بنابراین مجموع این ۲۹ عدد برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$\Rightarrow S_{29} = \frac{29}{2}(4 + 88) = \frac{29}{2} \times 92 = 1334$$

$$\text{مجموع } 27 \text{ عدد خواسته شده} = 1334 - (4 + 88) = 1242$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_5 = 25 \\ a_9 = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 25 \\ a_1 + 8d = 41 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -a_1 - 4d = -25 \\ a_1 + 8d = 41 \end{cases} \Rightarrow 8d - 4d = 41 - 25 = 16 \Rightarrow d = 4$$

$$\frac{a_1 + 8d = 41}{d = 4} \rightarrow a_1 + 32 = 41 \Rightarrow a_1 = 9$$

$$a_n = 93 \Rightarrow 93 = a_1 + (n-1) \times 4 \Rightarrow 93 = 9 + 4n - 4$$

$$\Rightarrow 88 = 4n \Rightarrow n = 22$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه‌های ۶۱ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(لیلا عابی علیا)

$$a_1 = \frac{3-4 \times (1)}{5} = \frac{-1}{5}$$

$$a_7 = \frac{3-4 \times (7)}{5} = \frac{-25}{5} = -5$$

$$\Rightarrow d = a_7 - a_1 = -5 - \left(-\frac{1}{5}\right) = -5 + \frac{1}{5} = -\frac{24}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{a_1} = \frac{-\frac{24}{5}}{-\frac{1}{5}} = 24$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(لیلا عابی علیا)

$$a_1 = A, a_2 = A + \frac{1}{20}A, a_3 = a_2 + \frac{1}{20}A, \dots$$

چون در دنباله فوق مقدار ثابت $\frac{1}{20}A$ به هر جمله قبل اضافه می‌شود، پس دنباله مذکور دنباله حسابی با اختلاف مشترک $\frac{1}{20}A$ است.

$$a_1 = A, d = \frac{1}{20}A, a_n = 2A, S_n = 63 \dots$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2A = A + (n-1)\frac{1}{20}A$$

$$\Rightarrow A = (n-1)\frac{1}{20}A \Rightarrow n-1 = 20 \Rightarrow n = 21$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} \Rightarrow 63 \dots = \frac{21 \left[2A + 20 \times \frac{1}{20}A \right]}{2}$$

$$\Rightarrow 126 \dots = 21 \times 2A \Rightarrow A = 3 \dots$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای قطعی، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد بهیرایی)

$$a_1 = \frac{1}{2}$$

$$a_n = a_1 \times r^n \Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times r^n \Rightarrow r^n = 8 \Rightarrow r = 2$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{a_1 \times (r^{10} - 1)}{r - 1} = \frac{\frac{1}{2} \times (2^{10} - 1)}{2 - 1} = \frac{1023}{2}$$

$$= \frac{1023}{2} = 511.5$$

(ریاضی و آمار (۳)، آنگوهای فطی، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرنروز)

عدد ۱۶۲ جمله پنجم دنباله است، لذا داریم:

$$a_5 = a_1 r^4 \Rightarrow 162 = 2 \times r^4 \Rightarrow r^4 = \frac{162}{2} = 81$$

$$\Rightarrow r^4 = 3^4 \Rightarrow r = \pm 3$$

$$a_{17} = a_1 r^{16} = 2 \times (\pm 3)^{16} = 2 \times 3^{16}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آنگوهای فطی، صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(گورش داوری)

$$a_{n+1} = \frac{3}{2} a_n$$

$$a_2 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2-1} \times \frac{1}{3}$$

$$a_3 = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3-1} \times \frac{1}{3}$$

⋮

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

(ریاضی و آمار (۳)، الگوهای غیرخطی، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۳

(گورش داوری)

در تابع همانی، در هر زوج مرتب x و y با هم برابرند. یعنی:

$$a-1=3 \Rightarrow a=3+1 \Rightarrow a=4$$

$$4=b+2 \Rightarrow 4-2=b \Rightarrow b=2$$

$$2=2c-4 \Rightarrow 2+4=2c \Rightarrow c=\frac{6}{2} \Rightarrow c=3$$

$$\Rightarrow \frac{a \times b}{c+1} = \frac{4 \times 2}{3+1} = \frac{8}{4} = 2$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۴

(ممبر بهیرایی)

برد تابع ثابت یک عضوی است. با توجه به زوج مرتب $(2, 4)$ پس برد تابع، مجموعه $\{4\}$ است. در نتیجه:

$$a^2 + 2 = 4 \Rightarrow a^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } a=1 \\ \text{قق } a=-1 \end{cases}$$

چون تابع f سه عضوی است، پس $a=1$ قابل قبول نیست.

$$a+b=4 \xrightarrow{a=-1} -1+b=4 \Rightarrow b=5$$

$$\Rightarrow a-b = -1-5 = -6$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(شماره تغییری)

$$0 < \sqrt{2} - 1 < 1 \Rightarrow [\sqrt{2} - 1] = 0$$

$$\sqrt{2} + 5 > 0 \Rightarrow |\sqrt{2} + 5| = \sqrt{2} + 5$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{2}) = |\sqrt{2} + 5| + [\sqrt{2} - 1] = \sqrt{2} + 5 + 0 = \sqrt{2} + 5$$

$$-3 < -\sqrt{2} - 1 < -2 \Rightarrow [-\sqrt{2} - 1] = -3$$

$$-\sqrt{2} + 5 > 0 \Rightarrow |-\sqrt{2} + 5| = -\sqrt{2} + 5$$

$$\Rightarrow f(-\sqrt{2}) = |-\sqrt{2} + 5| + [-\sqrt{2} - 1]$$

$$= -\sqrt{2} + 5 - 3 = -\sqrt{2} + 2$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{2}) + f(-\sqrt{2}) = \sqrt{2} + 5 - \sqrt{2} + 2 = 7$$

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۴

۳

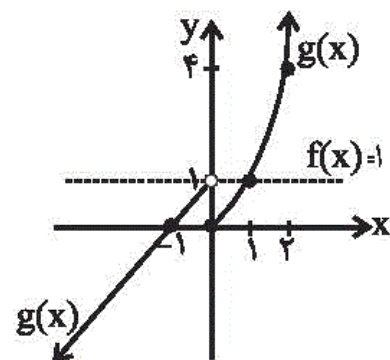
۲

۱ ✓

(امیر زرانروز)

دو تابع را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم می‌کنیم:

$$g(x) = \begin{cases} 1+x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \quad -1 \\ y & 1 \quad 0 \end{array} \quad \begin{array}{l|l} x & 0 \quad 1 \quad 2 \\ y & 0 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

ملاحظه می‌شود که f و g یکدیگر را در یک نقطه قطع می‌کنند.

(ریاضی و آمار (۲)، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۳۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

طبق نمودار محل برخورد خط با محورها B و A است. بنابراین:

$$m = \frac{2-0}{0-1} = -2$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = -2(x - 1) \Rightarrow y = -2(x - 1)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow -2(x-1) = \frac{x^2-1}{g(x)}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

چون ارزش گزاره شرطی نادرست است، پس مقدم درست و تالی نادرست است. در نتیجه:

$$p \equiv T, (p \wedge \sim q) \equiv F \Rightarrow (T \wedge \sim q) \equiv F \Rightarrow \sim q \equiv F \Rightarrow q \equiv T$$

پس p و q هر دو درست هستند. پس:

$$(p \wedge q) \equiv T$$

$$p \leftrightarrow \sim q \equiv F$$

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استرلال ریاضی، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه «۱»: اگر $c < 0$ باشد، نامساوی نادرست است، زیرا:

$$a < b \xrightarrow{c < 0} ac > bc$$

$$a = -3, b = 1 \Rightarrow \begin{cases} a < b \\ a^2 > b^2 \end{cases} \quad \text{گزینه «۲»}$$

گزینه «۳»: ممکن است c برابر صفر باشد. در این صورت a و b لزوماً با هم برابر نیستند.

گزینه «۴»: چون $a^2 + 1 \neq 0$ پس همواره می‌توان نتیجه گرفت: $b = c$

(ریاضی و آمار (۲)، آشنایی با منطق و استرلال ریاضی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(موسا عفتی)

$$\text{وزن بر حسب کیلوگرم} = \frac{\text{شاخص سلامت}}{\text{مربع قد بر حسب متر}}$$

$$\text{شاخص سلامت نفر اول} = \frac{۵۵}{(۱/۵)^۲} \approx ۲۴/۴$$

$$\text{شاخص سلامت نفر دوم} = \frac{۶۰}{(۱/۵)^۲} \approx ۲۶/۷ > ۲۵$$

$$\text{شاخص سلامت نفر سوم} = \frac{۵۰}{(۱/۵)^۲} \approx ۲۲/۲$$

فقط نفر دوم اضافه وزن دارد. $۲۶/۷ - ۲۵ = ۱/۷$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه ۶۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کوروش داودی)

-۹۹

طبق نمودار متوجه می شویم که هر ۸ سال یک الگو تکرار می شود و در واقع هر ۸ سال یک بخش از نمودار تکرار می شود. با توجه به نمودار:

$$۷۰ \xrightarrow{\text{تا}} ۷۸, ۷۸ \xrightarrow{\text{تا}} ۸۶$$

$$۹۲ - ۸ = ۸۴ \xrightarrow{\text{تعداد تصادفات}} ۴۰۰$$

$$۶۴ + ۸ = ۷۲ \xrightarrow{\text{تعداد تصادفات}} ۱۰۰$$

$$\Rightarrow ۴۰۰ - ۱۰۰ = ۳۰۰$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۳ تا ۶۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

-۱۰۰

$$A \begin{vmatrix} ۱۲ \\ ۱۰ \end{vmatrix}, B \begin{vmatrix} ۱۵ \\ ۱۴ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{۱۴ - ۱۰}{۱۵ - ۱۲} = \frac{۴}{۳}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - ۱۰ = \frac{۴}{۳}(x - ۱۲)$$

$$\xrightarrow{x=۱۳} y - ۱۰ = \frac{۴}{۳} \times ۱ \Rightarrow y = \frac{۴}{۳} + ۱۰ = \frac{۳۴}{۳} = ۱۱ \frac{۲}{۳} \text{ میلیون تومان}$$

(ریاضی و آمار (۲)، آمار، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱ ✓