سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان ۱، رادیان - ۱ سوال -

۸۵- اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۱۸ متر، به اندازهٔ ۲۱۰ درجه دوران می‌کند. مسافتی که این اتومبیل طی کرده چند متر است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۱π ۳) ۴۲ ۴) ۴۲π

حسابان ۱، نسبت هاي مثلثاتي برخي زوايا - ۱ سوال - دبير عزيز اسدي

۸۶- حاصل عبارت $\sin\frac{۲۰\pi}{۳}+\cos(-\frac{۳۵\pi}{۶})$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $-\sqrt{۳}$ ۳) ۱ ۴) -۱

حسابان ۱، توابع مثلثاتي - ۱ سوال - دبير عزيز اسدي

۸۷- فاصلهٔ بین نقاط دارای مقادیر ماکزیمم و مینیمم در تابع $f(x)=۲\cos x$ در بازهٔ $[۰,۲\pi]$ کدام است؟

۱) ۲π ۲) $\pi+۲$ ۳) $\sqrt{\pi^۲+۴}$ ۴) $\sqrt{\pi^۲+۱۶}$

حسابان ۱، روابط مثلثاتي مجموع و تفاضل زوايا - ۳ سوال -

۸۸- اگر $-\frac{\pi}{۴}<x<۰$ باشد، حاصل $\frac{\sqrt{۲-۲\sin^۲ x}}{\sqrt{۱-\cos ۲x}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $-\tan x$ ۴) $-\cot x$

۸۹- اگر $\tan\theta=-\frac{۵}{۱۲}$ و θ در ربع چهارم باشد، آن‌گاه حاصل $\sin(\theta-\frac{\pi}{۴})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۷\sqrt{۲}}{۲۶}$ ۲) $-\frac{۱۷\sqrt{۲}}{۲۶}$ ۳) $\frac{۷\sqrt{۲}}{۲۶}$ ۴) $\frac{۱۷\sqrt{۲}}{۲۶}$

۹۰- حاصل عبارت $\cot ۷۰^\circ(۱+\sin ۵۰^\circ)$ کدام است؟

۱) $\cos ۲۰^\circ$ ۲) $\sin ۲۰^\circ$ ۳) $\cos ۴۰^\circ$ ۴) $\sin ۴۰^\circ$

حسابان ۱، تابع لگاريتمي و لگاريتم - ۱ سوال

۸۴- حاصل $[۲^{۰/۲}]+[\log_۳^{۱۹}]$ کدام است؟ ([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

حسابان ۱ ، ویژگی هاي لگاریتم و حل معادلات لگاریتمي - ۳ سوال -

۸۱- تابع با ضابطهٔ $f(x)=a+\log_{۲}(bx-۱)$ از دو نقطهٔ $A(۳\ ,\ ۱۰)$ و $B(۴۳\ ,\ ۱۴)$ می‌گذرد. a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۸۲- میزان انرژی آزاد شده در زلزله‌ای با قدرت ۸ ریشتر، چند برابر زلزله‌ای با قدرت ۶ ریشتر است؟
($\log E=۱۱/۸+۱/۵M$ و M برحسب ریشتر است.)

۱) ۱۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

۸۳- معادلهٔ $\log x+\log|x-۲|=۰$ چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

هندسهي ۲ ، تبدیل هاي هندسي - ۷ سوال -

۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر در مورد تبدیل همانی درست است؟

- تبدیل همانی همواره طولپاست.
- تبدیل همانی، بی‌شمار نقطهٔ ثابت تبدیل دارد.
- دوران با زاویهٔ ۳۶۰ درجه و تجانس با نسبت $k=۱$، تبدیل همانی هستند.
- بازتاب هیچ‌گاه نمی‌تواند تبدیل همانی باشد.

۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- لوزی $ABCD$ با مساحت ۲ واحد مفروض است. اگر محل برخورد قطرهای لوزی را O بنامیم و این لوزی را به مرکز O با زاویهٔ ۴۵ درجه در جهت ساعتگرد دوران دهیم تا چهارضلعی $A'B'C'D'$ حاصل شود، اندازهٔ $A'C'\times B'D'$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) $۲\sqrt{۳}$
۳) ۴ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۱۰۳- مربع $ABCD$ به طول ضلع ۴ مفروض است. مربع را با بردار $\vec{v}$ انتقال می‌دهیم تا مربع $A'B'C'D'$ به‌دست آید. اگر نقطهٔ A' روی ضلع BC قرار داشته باشد و $A'C=۱$، اندازهٔ پاره‌خط DD' کدام است؟

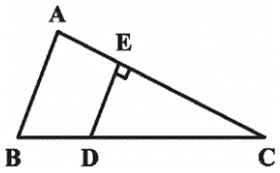
۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۲}$
۳) $۲\sqrt{۶}$ ۴) ۵

۱۰۴- نقطهٔ A را تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ ۶۰° تصویر می‌کنیم تا نقطهٔ A' به دست آید. اگر $OA=۴\sqrt{۳}$ باشد، آن‌گاه فاصلهٔ O از خط گذرنده از A و A' کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۳}$ ۲) ۶
۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) ۳

www.kanoon.ir

۱۰۵- مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. اگر $DE \parallel AB$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$ باشد، اندازهٔ زاویهٔ بین مجانس‌های DC و EC نسبت به مرکز تجانس B و با نسبت تجانس $k \neq ۰$ کدام است؟



۱) ۶۰°

۲) ۴۵°

۳) ۳۰°

۴) ۱۵°

۱۰۶- مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC به طول وتر ۸ مفروض است. این مثلث را با بردار $\overrightarrow{AT}$ که در جهت بردار $\overrightarrow{AM}$ (M وسط وتر BC) است، انتقال می‌دهیم. اگر مساحت محدود بین مثلث اولیه و مثلث جدید، $\frac{۱}{۱۶}$ مساحت مثلث اولیه باشد، اندازهٔ بردار $\overrightarrow{AT}$ کدام است؟

۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۶

۱۰۷- مثلث ABC در یک تجانس معکوس بر مثلث $A'B'C'$ تصویر می‌شود. اگر مثلث $A'B'C'$ در مثلث ABC محاط باشد، آن‌گاه نسبت این تجانس کدام است؟

۱) $-\frac{۱}{۲}$

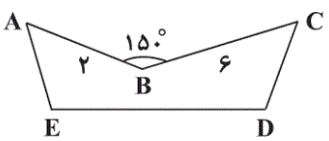
۲) $-\frac{۱}{۳}$

۳) $-\frac{۲}{۳}$

۴) $-\frac{۱}{۴}$

هندسه‌ي ۲ ، کاربرد تبدیل ها - ۳ سوال

۱۰۸- زمینی به شکل زیر داریم، می‌خواهیم به کمک تبدیل هندسی مناسب بدون تغییر در طول اضلاع و محیط شکل، مساحت زمین را افزایش دهیم. میزان افزایش مساحت این زمین کدام است؟



۱) ۶

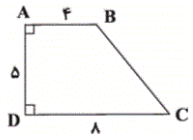
۲) ۱۲

۳) $۶\sqrt{۳}$

۴) $۱۲\sqrt{۳}$

www.kanoon.ir

۱۰۹- در ذوزنقهٔ شکل زیر، اگر M نقطهٔ دلخواهی از ساق قائم باشد، کم‌ترین مقدار $MB+MC$ کدام است؟



۱) ۱۲/۵

۲) ۱۳

۳) ۱۳/۵

۴) ۱۴

۱۱۰- در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC $(\hat{A}=۹۰^\circ)$، اگر $BD=۸DC$ و BMD کوتاه‌ترین مسیر از رأس B به ضلع AC و سپس بـه نقطـهٔ D باشد، آن‌گاه حاصل $\frac{AM}{MC}$ کدام است؟ (نقاط M و D به ترتیب روی اضلاع AC و BC هستند.)

۱) ۵

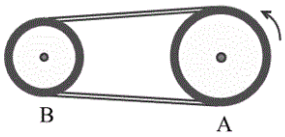
۲) ۴

۳) ۳

۴) ۶

حسابان ۱- گواه ، رادیان - ۱ سوال -

۹۵- در شکل زیر، دو قرقره توسط تسمه‌ای به هم متصل‌اند. وقتی قرقرهٔ A به شعاع ۱۰ سانتی‌متر، $\frac{\pi}{۳}$ رادیان بچرخد، قرقـرهٔ B بـا شـعاع ۶ سانتی‌متر چند رادیان می‌چرخد؟



۱) $\frac{۲\pi}{۳}$

۲) $\frac{۷\pi}{۳}$

۳) $\frac{۵\pi}{۹}$

۴) $\frac{۳\pi}{۵}$

حسابان ۱- گواه ، نسبت هاي مثلثاتي برخي زوايا - ۲ سوال

۹۶- حاصل $\sin^۲\frac{۳\pi}{۸}+\sin^۲\frac{\pi}{۸}$ کدام است؟

۱) صفر

۲) ۱

۳) $\frac{۱+\sqrt{۲}}{۲}$

۴) $\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}$

۹۷- کدام‌یک از تساوی‌های زیر نادرست است؟

۱) $\cot(-۱۰۰۰^\circ)=\cot ۸۰^\circ$

۲) $\cos ۸۴۵^\circ=-\sin ۳۵^\circ$

۳) $\tan(-۶۷۸^\circ)=\tan ۴۲^\circ$

۴) $\sin ۷۴۵^\circ=\cos ۵۵^\circ$

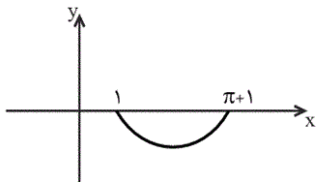
حسابان ۱- گواه ، توابع مثلثاتي - ۲ سوال -

www.kanoon.ir

۹۸- وارون تابع با ضابطهٔ $f(x)=\cos x$ روی کدام بازه یک تابع است؟

۱) $[-\pi\,,\,0]$ ۲) $\left[-\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$ ۳) $\left[\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{3\pi}{2}\right]$ ۴) $[0\,,\,2\pi]$

۹۹- شکل زیر قسمتی از نمودار کدام تابع زیر است؟



۱) $y=\sin(x-1)$
۲) $y=-\sin(x+1)$
۳) $y=\sin(x+1)$
۴) $y=-\sin(x-1)$

حسابان ۱- گواه ، روابط مثلثاتي مجموع و تفاضل زوايا - ۱ سوال -

۱۰۰- حاصل $\frac{1}{\cos 15^\circ}-\frac{1}{\sin 15^\circ}$، کدام است؟

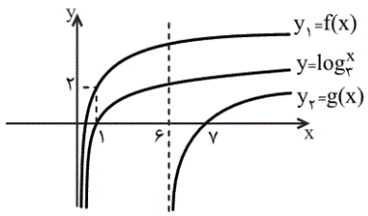
۱) ۲ ۲) $\sqrt{6}$ ۳) $2\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

حسابان ۱- گواه ، تابع لگاريتمي و لگاريتم - ۲ سوال -

۹۱- کدام نامساوی نادرست است؟

۱) $\log_{2}^{0/7}<0$ ۲) $\log_{0/4}^{0/5}>0$ ۳) $\log_{4}^{3}>0$ ۴) $\log_{0/2}^{3}>\log_{0/2}^{2}$

۹۲- در شکل زیر، $y_1=f(x)$ و $y_2=g(x)$ انتقال یافتهٔ تابع با ضابطهٔ $y=\log_3^x$ هستند. مقدار y_1+y_2 به ازای $x_0=9$ کدام است؟



۱) ۶
۲) ۵
۳) $\log_3^{80}$
۴) $\log_3^{96}$

حسابان ۱- گواه ، ويژگي هاي لگاريتم و حل معادلات لگاريتمي - ۲ سوال

۹۳- از معادلهٔ لگاریتمی $\log_3(x+2)-\log_3(2x^2+1)=1$، مقدار لگاریتم $(2x-1)$ در پایهٔ ۸ کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{2}{3}$

www.kanoon.ir

۹۴- می‌دانیم شدت صدا از رابطهٔ $D = ۱۰\log\frac{I}{I_۰}$ محاسبه می‌شود ($I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ watt/m^۲$). تقریباً چند واحد دسی‌بل با شدت ۲×۱۰^{-۱۰} وات در هر متر مربع ایجاد می‌شود؟ $(\log ۲ = ۰/۳۰۱۰)$

۱) ۲۶ ۲) ۲۳ ۳) ۲۴ ۴) ۲۵

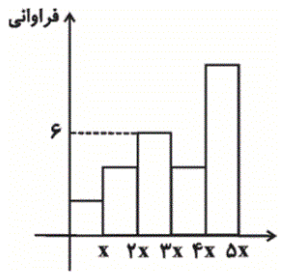
آمار و احتمال ، توصیف و نمایش داده ها - ۲ سوال

۱۱۱- در جدول فراوانی روبه‌رو، حاصل $\frac{x-y}{z}$ کدام است؟

قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی
$۱۴۰ \le H < ۱۵۰$	y	۰/۱
$۱۵۰ \le H < ۱۶۰$	۱۵	z
$۱۶۰ \le H < ۱۷۰$	x	۰/۴

۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۶
۴) ۱۸

۱۱۲- در نمودار بافت نگاشت زیر، فراوانی نسبی دستهٔ سوم ۰/۱۵ می‌باشد. اگر مجموع مساحت مستطیل‌ها ۱۲۰ باشد، x کدام است؟



۱) ۶
۲) ۵
۳) ۴
۴) ۳

آمار و احتمال ، احتمال شرطي - ۵ سوال -

۱۱۳- دو تاس را با هم می‌ریزیم. در صورتی که بدانیم مجموع دو عدد روشده بیش‌تر از ۴ است، احتمال این‌که کوچک‌ترین عدد روشده ۳ باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۱۵}$
۲) $\frac{۱}{۴}$
۳) $\frac{۷}{۳۰}$
۴) $\frac{۳}{۱۰}$

۱۱۴- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S بوده، به‌طوری که $P(A) = ۰/۲$، $P(B) = ۰/۵$ و $P(A \cup B) = ۰/۶$ باشند، حاصل $\frac{P(B|A)}{P(A' \cup B')}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۹}$
۲) $\frac{۴}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۳}$
۴) $\frac{۲}{۳}$

www.kanoon.ir

۱۱۵- سه ظرف، اولی شامل ۲ مهرهٔ سفید و ۲ مهرهٔ سیاه، دومی شامل ۴ مهرهٔ سیاه و سومی شامل ۴ مهرهٔ سفید مفروض‌انـد. از ظـرف اول مهره‌ای خارج کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس مهره‌ای از ظرف دوم خارج کرده و در ظرف سوم قرار می‌دهیم و سرانجام مهـره‌ای از ظرف سوم خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که هر سه مهرهٔ خارج شده سفید باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۰}$ ۲) $\frac{۱}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۲۰}$

۱۱۶- دو ظرف داریم که در ظرف اول ۵ مهرهٔ سفید و ۶ مهرهٔ سیاه و در ظرف دوم ۴ مهرهٔ سفید و ۳ مهرهٔ سیاه قرار دارد. ۳ مهره به تصادف از ظرف اول خارج کرده و در ظرف دوم قرار می‌دهیم، سپس به تصادف یک مهره از ظرف دوم خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره سفید است؟

۱) $\frac{۵۹}{۱۱۰}$ ۲) $\frac{۵۷}{۱۱۰}$ ۳) $\frac{۵۳}{۱۱۰}$ ۴) $\frac{۵۱}{۱۱۰}$

۱۱۷- یک شرکت اتوبوس‌رانی برای جابه‌جایی مسافران نوروزی از دو نوع اتوبوس A و B استفاده می‌کند. ۶۰ درصد جابه‌جایی با اتوبوس A و بقیه توسط اتوبوس B انجام می‌گیرد. اگر نوع A به احتمال ۱۵ درصد و نوع B به احتمال ۱۰ درصد تأخیر در انتقـال مسـافران بـه مقصـد داشته باشند، در صورتی که مسافری به موقع به مقصد رسیده باشد، با چه احتمالی از اتوبوس نوع A استفاده کرده است؟

۱) $\frac{۱۲}{۲۹}$ ۲) $\frac{۱۷}{۲۹}$

۳) $\frac{۱۵}{۳۶}$ ۴) $\frac{۲۱}{۳۶}$

آمار و احتمال ، پیشامدهاي مستقل و وابسته - ۳ سوال -

۱۱۸- اگر دو پیشامد A و B، مستقل از یکدیگر و $P(A \mid B)=\frac{۲}{۳}$ و $P(A-B)=\frac{۱}{۴}$، حاصل $P(B-A)$ چقدر است؟

۱) $\frac{۵}{۲۴}$ ۲) $\frac{۱}{۶}$

۳) $\frac{۷}{۲۴}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۱۱۹- احتمال اینکه علی به پارک برود، ۰/۹ است و احتمال آن که علی و محمد، هر دو به پارک بروند، ۰/۴۵ است. احتمال آن که حداقل یکی از بین علی و محمد به پارک برود، کدام است؟ (پیشامدهای رفتن علی به پارک و رفتن محمد به پارک مستقل از هم هستند.)

۱) ۰/۹۳ ۲) ۰/۹۵

۳) ۰/۹۷ ۴) ۰/۹۶

www.kanoon.ir

۱۲۰- دسته‌ای شامل ۳۰ کارت به رنگ‌های قرمز، آبی و سبز می‌باشد که هر کدام شامل شماره‌های ۱ تا ۱۰ است. ۳ کارت پی‌درپی، به تصادف و بدون جایگذاری از این دسته کارت برمی‌داریم. احتمال این‌که این کارت‌ها هم شماره نباشند، چقدر است؟

۱) $\frac{۲۷}{۲۹} \times \frac{۲۴}{۲۸}$

۲) $\frac{۲۰}{۲۹} \times \frac{۱۰}{۲۸}$

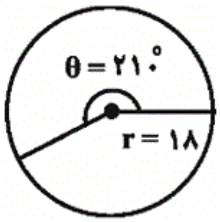
۳) $\frac{۱}{۳۰} \times \frac{۱}{۲۰} \times \frac{۱}{۱۰}$

۴) $\frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۱۰} \times \frac{۱}{۱۰}$

www.kanoon.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۸۵- (علی شهرابی)



اول زاویه را به رادیان تبدیل می‌کنیم:

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ}=\frac{\theta}{\pi}\Rightarrow\frac{۲۱۰^\circ}{۱۸۰^\circ}=\frac{\theta}{\pi}\Rightarrow\theta=\frac{۷}{۶}\pi \quad \text{رادیان}$$

طول کمان را حساب می‌کنیم:

$$L=r\theta=۱۸\times\frac{۷}{۶}\pi=۲۱\pi \quad \text{متر}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۶- (محمدطاهر شعاعی)

$$\sin\frac{۲۰\pi}{۳}+\cos(-\frac{۳۵\pi}{۶})=\sin(۷\pi-\frac{\pi}{۳})+\cos\frac{۳۵\pi}{۶}$$

$$=\sin\frac{\pi}{۳}+\cos(۶\pi-\frac{\pi}{۶})=\sin\frac{\pi}{۳}+\cos\frac{\pi}{۶}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}+\frac{\sqrt{۳}}{۲}=\sqrt{۳}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

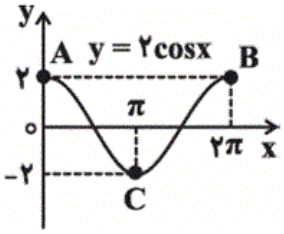
www.kanoon.ir

۸۷– (داوود بوالحسنی)

در نقطهٔ ماکزیمم، $۲\cos x = ۲$ و در نقطهٔ مینیمم، $۲\cos x = -۲$ است.

$$۲\cos x = ۲ \Rightarrow \cos x = ۱ \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} \begin{cases} x = ۰ \\ x = ۲\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = (۰,۲) \\ B = (۲\pi,۲) \end{cases}$$

$$۲\cos x = -۲ \Rightarrow \cos x = -۱ \xrightarrow{x\in[۰,۲\pi]} x = \pi \Rightarrow C = (\pi,-۲)$$



حال طول پاره‌خط AC یا BC را به‌دست می‌آوریم:

$$AC = \sqrt{(۰-\pi)^۲ + (۲-(-۲))^۲} = \sqrt{\pi^۲ + ۱۶}$$

$$BC = \sqrt{(۲\pi-\pi)^۲ + (۲-(-۲))^۲} = \sqrt{\pi^۲ + ۱۶}$$

پس در هر صورت فاصلهٔ مطلوب برابر با $\sqrt{\pi^۲ + ۱۶}$ می‌باشد.

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۸– (مجتبی نادری)

می‌دانیم: $۱ - \cos ۲x = ۲\sin^۲ x$

$$\frac{\sqrt{۲-۲\sin^۲ x}}{\sqrt{۱-\cos ۲x}} = \frac{\sqrt{۲(۱-\sin^۲ x)}}{\sqrt{۲\sin^۲ x}} = \frac{\sqrt{۲}\times\sqrt{\cos^۲ x}}{\sqrt{۲}\times\sqrt{\sin^۲ x}} = \frac{|\cos x|}{|\sin x|}$$

$$\xrightarrow[\sin x<۰\ ,\ \cos x>۰]{x \text{ در ناحیهٔ چهارم است}} \frac{\cos x}{-\sin x} = -\cot x$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

۸۹- (وحید راحتی)

ابتـــدا بـــا اســـتفاده از اتحادهـــای مثلثـــاتی $۱+\tan^۲\theta=\frac{۱}{\cos^۲\theta}$ و $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$، مقادیر $\sin\theta$ و $\cos\theta$ را به دست می‌آوریم.

$$\tan\theta=-\frac{۵}{۱۲}\xrightarrow[\cos\theta>۰\ ,\ \sin\theta<۰]{\theta\text{ در ربع چهارم}}\begin{cases}\sin\theta=-\frac{۵}{۱۳}\\ \cos\theta=\frac{۱۲}{۱۳}\end{cases}$$

$$\sin(\theta-\frac{\pi}{۴})=\sin\theta\cos\frac{\pi}{۴}-\sin\frac{\pi}{۴}\cos\theta$$

$$=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\sin\theta-\frac{\sqrt{۲}}{۲}\cos\theta=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(\sin\theta-\cos\theta)$$

$$=\frac{\sqrt{۲}}{۲}(-\frac{۵}{۱۳}-\frac{۱۲}{۱۳})=-\frac{۱۷\sqrt{۲}}{۲۶}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۹۰- *(مهرداد اسپیدکار)*

$$\cot ۷۰^\circ(۱+\sin ۵۰^\circ)=\frac{\cos ۷۰^\circ(۱+\sin ۵۰^\circ)}{\sin ۷۰^\circ}$$

چون زوایای ۴۰° و ۵۰° متمم هستند، می‌توان $۱+\sin ۵۰^\circ$ را به صورت $۱+\cos ۴۰^\circ$ نوشت و سپس از اتحاد $۱+\cos ۲x=۲\cos^۲ x$ استفاده کرد. بنابراین:

$$\frac{\cos ۷۰^\circ}{\sin ۷۰^\circ}(۱+\cos ۴۰^\circ)=\frac{\cos ۷۰^\circ}{\sin ۷۰^\circ}(۲\cos^۲ ۲۰^\circ)$$

$$\frac{\text{زوایای } ۲۰^\circ \text{ و } ۷۰^\circ \text{ متمم‌اند}}{\sin ۷۰^\circ=\cos ۲۰^\circ}\ \frac{\cos ۷۰^\circ}{\cos ۲۰^\circ}(۲\cos^۲ ۲۰^\circ)=۲\cos ۲۰^\circ\cos ۷۰^\circ$$

$$\frac{\text{زوایای } ۲۰^\circ \text{ و } ۷۰^\circ \text{ متمم‌اند}}{\cos ۷۰^\circ=\sin ۲۰^\circ}\ ۲\cos ۲۰^\circ\sin ۲۰^\circ=\sin ۴۰^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۴- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$\log_۳^۹<\log_۳^{۱۹}<\log_۳^{۲۷}\Rightarrow ۲<\log_۳^{۱۹}<۳\Rightarrow[\log_۳^{۱۹}]=۲$$

$$۲^۰<۲^{۰/۲}<۲^۱\Rightarrow ۱<۲^{۰/۲}<۲\Rightarrow[۲^{۰/۲}]=۱$$

$$[\log_۳^{۱۹}]+[۲^{۰/۲}]=۲+۱=۳$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۸۱- *(علی شهرابی)*

$$\left.\begin{array}{l} f(۳)=۱۰ \Rightarrow ۱۰=a+\log_۲(۳b-۱) \\ f(۴۳)=۱۴ \Rightarrow ۱۴=a+\log_۲(۴۳b-۱) \end{array}\right\}$$

$$\xrightarrow{\text{تفاضل}} ۴=\log_۲(۴۳b-۱)-\log_۲(۳b-۱)$$

$$\Rightarrow \log_۲ \frac{۴۳b-۱}{۳b-۱}=۴ \Rightarrow \frac{۴۳b-۱}{۳b-۱}=۱۶ \Rightarrow b=۳$$

$$۱۰=a+\log_۲(۹-۱) \Rightarrow ۱۰=a+۳ \Rightarrow a=۷$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷ و ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۲- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

ریشتر ۸ : $\log E_۱ = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۸$

ریشتر ۶ : $\log E_۲ = ۱۱/۸ + ۱/۵ \times ۶$

مقادیر را از هم کم می‌کنیم: $\log E_۱ - \log E_۲ = ۱/۵ \times ۸ - ۱/۵ \times ۶$

$$\Rightarrow \log \frac{E_۱}{E_۲}=۲ \times ۱/۵=۳ \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲}=۱۰^۳=۱۰۰۰$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

۸۳- (محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\log x + \log|x-۲| = ۰$$

$$\xrightarrow{\log ۱=۰} \log(x|x-۲|) = \log ۱ \Rightarrow x|x-۲| = ۱$$

اگر $x \geq ۲ : x(x-۲) = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x - ۱ = ۰$

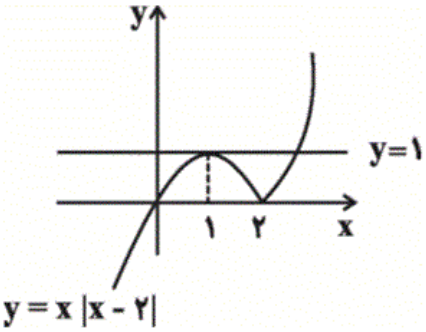
$$\Rightarrow \begin{cases} x_۱ = \dfrac{۲+\sqrt{۸}}{۲} = ۱+\sqrt{۲} & \text{ق ق} \\ x_۲ = \dfrac{۲-\sqrt{۸}}{۲} = ۱-\sqrt{۲} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

اگر $x < ۲ : -x(x-۲) = ۱ \Rightarrow x^۲ - ۲x + ۱ = ۰$

$\Rightarrow (x-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱$ قابل قبول

پس معادله ۲ جواب دارد.

در شکل زیر، نمودار توابع $y = x|x-۲|$ و $y = ۱$ رسم شده که مشخص است در ۲ نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.



(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

۱۰۱- *(محمد خندان)*

تبدیلی که هر نقطهٔ صفحه را به خود آن نقطه نظیر می‌کند، تبدیل همانی نام دارد. تبدیل همانی همواره طولپاست، زیرا به ازای دو نقطهٔ A و B داریم:

$$\begin{cases} T(A) = A \\ T(B) = B \end{cases} \Rightarrow AB = AB$$

همهٔ نقاط صفحه در تبدیل همانی، نقطهٔ ثابت تبدیل هستند.

انتقال با بردار صفر، دوران با زاویهٔ ۳۶۰ درجه و تجانس با نسبت $k = ۱$، تبدیل همانی هستند. در بازتاب به جز نقاطی که روی خط بازتاب قرار دارند، تصویر هر نقطه مثل A، نقطه‌ای مثل A' است که در طرف دیگر خط بازتاب قرار دارد. پس بازتاب، هیچ‌گاه تبدیل همانی نیست.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۲- *(علیرضا قادری)*

دوران یک تبدیل طولپا است و اندازهٔ مساحت اشکال را حفظ می‌کند. پس مساحت لوزی $A'B'C'D'$ برابر مساحت لوزی $ABCD$ می‌باشد. از طرفی مساحت هر لوزی برابر نصف حاصل‌ضرب طول دو قطر آن است، پس:

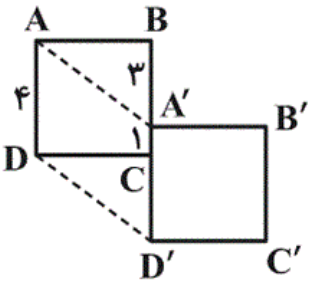
$$S_{A'B'C'D'} = \frac{۱}{۲} A'C' \times B'D' = ۲ \Rightarrow A'C' \times B'D' = ۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

۱۰۳- *(مرتضی خمامی‌ابری)*



$A'B = BC - A'C = ۴ - ۱ = ۳$

در مثلث قائم‌الزاویهٔ ABA' داریم:

$AA'^{۲} = AB^{۲} + A'B^{۲}$

$= ۴^{۲} + ۳^{۲} = ۲۵ \Rightarrow AA' = ۵$

از آنجا که طول بردار انتقال ثابت است، داریم:

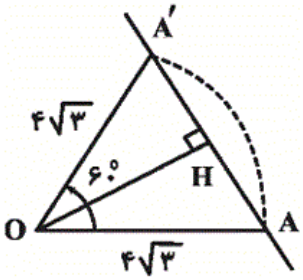
$$\left|\overrightarrow{DD'}\right| = \left|\overrightarrow{AA'}\right| \Rightarrow DD' = ۵$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۴- *(محمدطاهر شعاعی)*

مطابق شکل، A' تصویر A تحت دوران به مرکز O و زاویهٔ ۶۰° است. بنابراین مثلث OAA' متساوی‌الاضلاع است. می‌خواهیم OH را به دست آوریم:



$$OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} AA' = \frac{\sqrt{۳}}{۲} OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۴\sqrt{۳} = ۶$$

یادآوری: در مثلث متساوی‌الاضلاع، اندازهٔ هر ارتفاع، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برابر طول ضلع آن است.

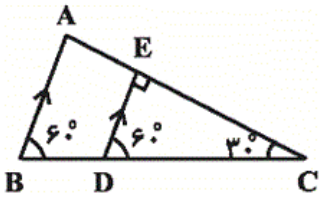
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

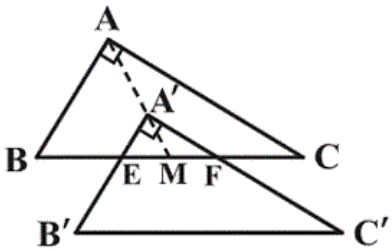
۱۰۵- *(سینا محمدپور)*

بنابر داده‌های مسئله، اندازهٔ زاویهٔ بین DC و EC برابر ۳۰° است و چون در تجانس زاویه‌ها ثابت می‌ماند، پس اندازهٔ زاویهٔ بین مجانس‌های این دو پاره‌خط نیز در هر تجانسی، برابر همان ۳۰ درجه است.



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴



$$\left.\begin{matrix}\text{ABC میانهٔ مثلث AM}\\ \text{A′EF میانهٔ مثلث A′M}\end{matrix}\right\}\Rightarrow \frac{A'M}{AM}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \frac{AA'}{AM}=\frac{۳}{۴}$$

$$\Rightarrow AA'=\frac{۳}{۴}AM$$

مثلث ABC قائم‌الزاویه است. پس میانهٔ وارد بر وتر، نصف وتر است، بنابراین:

$$AM=\frac{BC}{۲}=۴\Rightarrow AA'=\frac{۳}{۴}\times ۴=۳$$

پس اندازهٔ بردار انتقال $\overrightarrow{AT}$ که همان $\overrightarrow{AA'}$ می‌باشد، برابر ۳ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

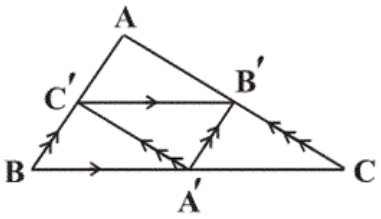
---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۰۷- (محمد خندان)

تجانس تبدیلی است که شیب خطوط را حفظ می‌کند، با توجه به این‌که این تجانس معکوس است و مثلث $A'B'C'$ در مثلث ABC محاط است، داریم:



$$\begin{cases} B'C' \parallel A'B \\ BC' \parallel A'B' \end{cases} \Rightarrow A'B'C'B \text{ متوازی‌الاضلاع است} \Rightarrow A'B = B'C'$$

$$\begin{cases} B'C' \parallel A'C \\ B'C \parallel A'C' \end{cases} \Rightarrow A'C'B'C \text{ متوازی‌الاضلاع است} \Rightarrow A'C = B'C'$$

$$\Rightarrow B'C' = \frac{BC}{2}$$

به طرز مشابه می‌توان نوشت: $A'C' = \frac{AC}{2}$ و $A'B' = \frac{AB}{2}$.

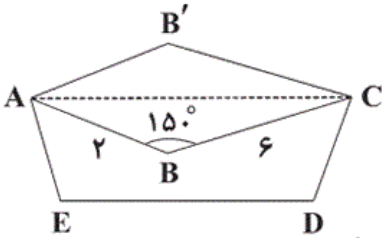
پس قدرمطلق نسبت تجانس برابر $\frac{1}{2}$ و مقدار نسبت تجانس $-\frac{1}{2}$ است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۸- (علی فتح‌آبادی)

مطابق شکل نقطهٔ B را نسبت به AC بازتاب می‌دهیم، میزان افزایش مساحت، اندازهٔ مساحت چهارضلعی $ABCB'$ یا دو برابر مساحت مثلث ABC است، پس:



$$S_{ABCB'} = 2S_{ABC}$$
$$= 2 \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 6 \times \sin 150^\circ)$$
$$= 2 \times 3 = 6$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

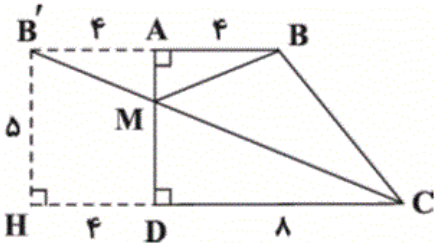
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۰۹- *(فرشاد فرامرزی)*

بازتاب نقطهٔ B نسبت به ساق AD را B' می‌نامیم. از C به B' وصل می‌کنیم. محل برخورد پاره‌خط $B'C$ با ساق AD، نقطهٔ مورد نظر (M) است. طبق مسئلهٔ هرون می‌دانیم $MB + MC = B'C$. پس داریم:

$$B'C^{۲} = B'H^{۲} + HC^{۲} = ۵^{۲} + ۱۲^{۲} = ۱۶۹ \Rightarrow B'C = ۱۳$$



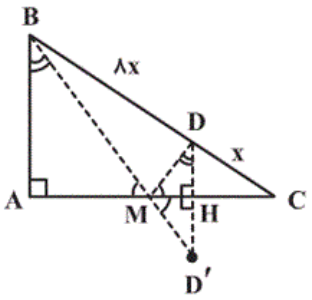
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحهٔ ۵۴)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۰- *(احسان خیراللهی)*

اگر BMD کوتاه‌ترین مسیر باشد، آن‌گاه طبق مسئلهٔ هرون تصویر D نسبت به AC و نقاط M و B دقیقاً در یک راستا هستند.



$$\overset{\Delta}{CAB} : DH \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیهٔ تالس}} \frac{DH}{AB} = \frac{CD}{BC} = \frac{۱}{۹}$$

$$\overset{\Delta}{MDH} \sim \overset{\Delta}{ABM} \Rightarrow \frac{DH}{AB} = \frac{MH}{AM} = \frac{۱}{۹} \Rightarrow AM = ۹HM$$

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیهٔ تالس}} \frac{DC}{BD} = \frac{HC}{AH} = \frac{۱}{۸} \Rightarrow AH = ۸HC$$

$$AH = AM + MH = ۱۰HM \Rightarrow ۱۰HM = ۸HC$$

$$\Rightarrow HC = \frac{۵}{۴}HM$$

$$\frac{AM}{MC} = \frac{۹HM}{MH + HC} = \frac{۹HM}{\frac{۹}{۴}HM} = ۴$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحهٔ ۵۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۹۵– *(کتاب آبی)*

اندازهٔ طول کمان طی شده در دو قرقرهٔ A و B یکسان است. اگر برای قرقرهٔ A، طول کمان ℓ_1 و برای قرقرهٔ B، طول کمان ℓ_2 باشد، آنگاه:

$$\ell_1 = \ell_2 \Rightarrow r_1\theta_1 = r_2\theta_2$$

$$\xrightarrow[r_2=6]{r_1=10\ ,\ \theta_1=\frac{\pi}{3}} 10\times\frac{\pi}{3} = 6\times\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \frac{10\pi}{18} = \frac{5\pi}{9}$$

(حسابان ۱– مثلثات– صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۶– *(کتاب آبی)*

می‌دانیم اگر دو زاویه متمم هم باشند، آنگاه سینوس یکی با کسینوس دیگری برابر است، در این سؤال داریم:

$$\frac{\pi}{8}+\frac{3\pi}{8}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{8} = \cos\frac{\pi}{8}$$

بنابراین: $$\sin^2\frac{\pi}{8}+\sin^2\frac{3\pi}{8} = \sin^2\frac{\pi}{8}+\cos^2\frac{\pi}{8} = 1$$

(حسابان ۱– مثلثات– صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۹۷- *(کتاب آبی)*

می‌دانیم برای سینوس و کسینوس، مضارب صحیح 2π یا 360° حذف می‌شوند و برای تانژانت و کتانژانت، مضارب صحیح π یا 180° حذف می‌شوند، پس:

گزینهٔ (۱):

$$\cot(-1000^\circ) = -\cot 1000^\circ = -\cot(\cancel{3\times 360^\circ} - 80^\circ)$$

$$= -\cot(-80^\circ) = \cot 80^\circ \ \checkmark$$

گزینهٔ (۲):

$$\cos 845^\circ = \cos(\cancel{2\times 360^\circ} + 125^\circ) = \cos 125^\circ$$

$$= \cos(90^\circ + 35^\circ) = -\sin 35^\circ \ \checkmark$$

گزینهٔ (۳):

$$\tan(-678^\circ) = -\tan(678^\circ) = -\tan(\cancel{2\times 360^\circ} - 42^\circ)$$

$$= -\tan(-42^\circ) = \tan 42^\circ \ \checkmark$$

گزینهٔ (۴):

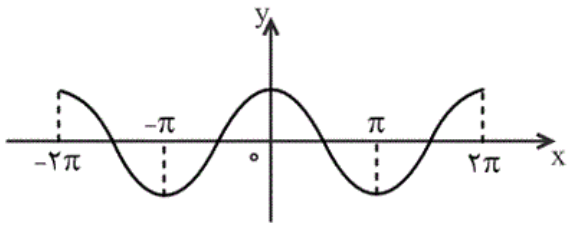
$$\sin 745^\circ = \sin(2\times 360^\circ + 25^\circ) = \sin 25^\circ = \cos 65^\circ$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۸– *(کتاب آبی)*

وقتی تابع f یک به یک باشد، آنگاه وارون آن، خود یک تابع است، بنابراین با رسم نمودار تابع $y = \cos x$ دیده می‌شود که با توجه به گزینه‌ها تابع فقط در بازه‌ی $[-\pi\ ,\ 0]$ یک‌به‌یک است.



(حسابان ۱– مثلثات– صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۹– *(کتاب آبی)*

به ازای $x_1 = \pi + 1$ و $x_2 = 1$ باید مقدار تابع صفر شود، با قرار دادن این طول‌ها در گزینه‌ها، مقدار تابع گزینهٔ (۱) و گزینهٔ (۴) صفر است. به عنوان نمونه، به محاسبهٔ زیر توجه کنید:

$$y = \sin(x-1) \xrightarrow{x_0=\pi+1} \sin\pi = 0$$

$$y = -\sin(x-1) \xrightarrow{x_0=1} -\sin 0 = 0$$

به ازای هر $1 < x < \pi + 1$ باید مقدار تابع منفی باشد، با انتخاب $x_0 = \frac{\pi}{2} + 1$ که در این فاصله قرار دارد در گزینه‌های (۱) و (۴) داریم:

گزینهٔ (۱): $y = \sin(x-1) \xrightarrow{x_0=\frac{\pi}{2}+1} \sin\frac{\pi}{2} = 1$ ×

گزینهٔ (۴): $y = -\sin(x-1) \xrightarrow{x_0=\frac{\pi}{2}+1} -\sin\frac{\pi}{2} = -1$ ✓

(حسابان ۱– مثلثات– صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

oon.ir

۱۰۰- (کتاب آبی)

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{۱}{\sin ۱۵^\circ} - \frac{۱}{\cos ۱۵^\circ} = \frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ}$$

در صورت کسر از رابطهٔ $\sin x - \cos x = \sqrt{۲}\sin(x - \frac{\pi}{۴})$ **و در مخرج از رابطهٔ** $\sin ۲x = ۲\sin x \cos x$ **استفاده می‌کنیم.**

$$\Rightarrow \frac{\cos ۱۵^\circ - \sin ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ \cos ۱۵^\circ} = \frac{-\sqrt{۲}\sin(۱۵^\circ - ۴۵^\circ)}{\frac{۱}{۲}\sin ۲(۱۵^\circ)}$$

$$= \frac{-\sqrt{۲}\sin(-۳۰^\circ)}{\frac{۱}{۲}\sin ۳۰^\circ} = \frac{-\sqrt{۲}(-\sin ۳۰^\circ)}{\frac{۱}{۲}\sin ۳۰^\circ} = \frac{\sqrt{۲}}{\frac{۱}{۲}} = ۲\sqrt{۲}$$

(حسابان ۱- مثلثات- صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

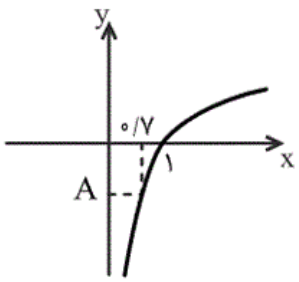
۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir

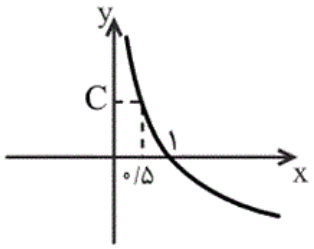
۹۱- *(کتاب آبی)*

از رسم نمودار استفاده می‌کنیم و هر کدام از مقادیر را با توجه به نمودار تابع آن تعیین علامت می‌کنیم.

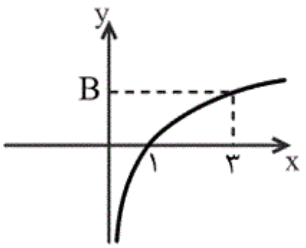
برای $A = \log_{۲}^{۰/۷}$، در تابع $y = \log_{۲}^{x}$ به ازای $x = ۰/۷$ می‌بینیم که $\log_{۲}^{۰/۷} < ۰$، پس $A < ۰$.



برای $C = \log_{۰/۴}^{۰/۵}$ در تابع $y = \log_{۰/۴}^{x}$ به ازای $x = ۰/۵$ می‌بینیم که $\log_{۰/۴}^{۰/۵} > ۰$، پس $C > ۰$.



برای $B = \log_{۴}^{۳}$ در تابع $y = \log_{۴}^{x}$ به ازای $x = ۳$ می‌بینیم که $\log_{۴}^{۳} > ۰$، پس $B > ۰$.



در تابع $f(x) = \log_{۰/۲}^{x}$، چون $۰ < ۰/۲ < ۱$ و تابع کاهشی است، در نتیجه: $\log_{۰/۲}^{۳} < \log_{۰/۲}^{۲}$.

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

$$y_1 + y_2 = f(x) + g(x) = \log_3^x + 2 + \log_3^{x-6}$$

$$\xrightarrow{x_0=9} \log_3^9 + 2 + \log_3^3 = 2 + 2 + 1 = 5$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۳

از رابطهٔ $\log_m^a - \log_m^b = \log_m^{\frac{a}{b}}$ داریم:

$$\log_۳^{(۲x^۲+۱)} - \log_۳^{(x+۲)} = \log_۳^{(\frac{۲x^۲+۱}{x+۲})}$$

بنابراین معادلهٔ مفروض صورت سؤال به‌صورت زیر قابل بازنویسی است:

$$\log_۳^{(\frac{۲x^۲+۱}{x+۲})} = ۱ \qquad (*)$$

از طرفی می‌دانیم اگر $\log_v^u = \alpha$، آنگاه $u = v^\alpha$، پس:

$$(*) \Rightarrow \frac{۲x^۲+۱}{x+۲} = ۳^۱ \Rightarrow ۲x^۲+۱ = ۳x+۶$$

$$\Rightarrow ۲x^۲ - ۳x - ۵ = ۰$$

$$\Rightarrow (۲x-۵)(x+۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{۵}{۲} \\ x = -۱ \end{cases}$$

هر دو مقدار به‌دست آمده به‌عنوان جواب معادله قابل قبول هستند، اما توجه داریم که در نهایت باید $\log_۸^{(۲x-۱)}$ را محاسبه کنیم که به ازای $x = -۱$، این عبارت تعریف نمی‌شود، اما به ازای $x = \frac{۵}{۲}$ برابر است با:

$$\log_۸^{(۲\times\frac{۵}{۲}-۱)} = \log_۸^۴ = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}\log_۲^۲ = \frac{۲}{۳}$$

(دقت کنید که $\log_a^a = ۱$ و $\log_{b^n}^{a^m} = \frac{m}{n}\log_b^a$)

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

$$D = ۱۰\left(\log ۲ + ۲\underbrace{\log ۱۰}_{۱}\right) \Rightarrow D = ۱۰\left(\underbrace{۰/۳۰۱ + ۲}_{۲/۳۰۱}\right)$$

$$\Rightarrow D = ۱۰ \times ۲/۳۰۱ \Rightarrow D = ۲۳/۰۱ \cong ۲۳$$ دسی‌بل

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

با توجه به رابطهٔ بین فراوانی و فراوانی نسبی دسته‌ها داریم:

$$\frac{۰/۱}{y} = \frac{۰/۵}{۱۵} = \frac{۰/۴}{x} \Rightarrow \begin{cases} y = \frac{۱/۵}{۰/۵} = ۳ \\ x = \frac{۶}{۰/۵} = ۱۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x-y}{z} = \frac{۱۲-۳}{۰/۵} = \frac{۹}{۰/۵} = ۱۸$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۲- *(امیرهوشنگ خمسه)*

مساحت مستطیل اول برابر است با حاصل‌ضرب طول دسته (x) در فراوانی آن دسته و مساحت سایر مستطیل‌ها هم به همین صورت محاسبه می‌شود.

اگر f_i فراوانی دستهٔ i ام باشد داریم:

$$\overbrace{(x-۰)}^{x}f_۱ + \overbrace{(۲x-x)}^{x}f_۲ + \overbrace{(۳x-۲x)}^{x}f_۳ + \overbrace{(۴x-۳x)}^{x}f_۴ + \overbrace{(۵x-۴x)}^{x}f_۵ = ۱۲۰$$

$$\Rightarrow x(f_۱ + f_۲ + f_۳ + f_۴ + f_۵) = ۱۲۰$$

از طرفی می‌دانیم $f_۳ = ۶$ و فراوانی نسبی دستهٔ سوم برابر $۰/۱۵$ است، پس داریم:

$$۰/۱۵ = \frac{f_۳}{f_۱ + f_۲ + f_۳ + f_۴ + f_۵} = \frac{۶}{f_۱ + f_۲ + f_۳ + f_۴ + f_۵}$$

$$\Rightarrow f_۱ + f_۲ + f_۳ + f_۴ + f_۵ = \frac{۶}{۰/۱۵} = ۴۰$$

$$\Rightarrow x(\underbrace{f_۱ + f_۲ + f_۳ + f_۴ + f_۵}_{۴۰}) = ۱۲۰ \Rightarrow x = ۳$$

(آمار و احتمال- آمار توصیفی- صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

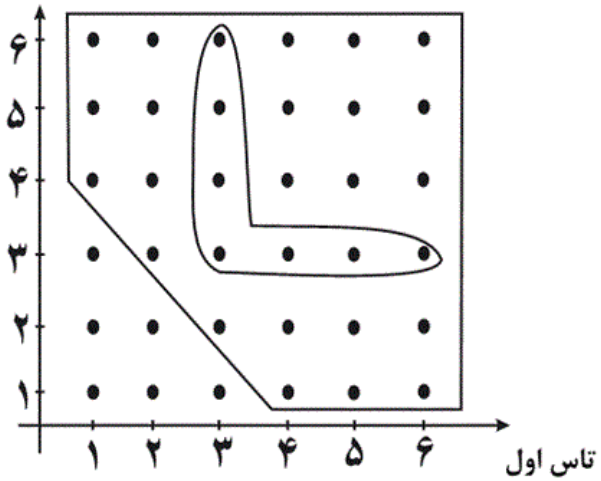
---

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

۱۱۳– *(سیدامیر ستوده)*

تاس دوم



در شکل، فضای نمونه‌ای کاهش یافته و پیشامد مطلوب نمایش داده شده است. با توجه به شکل، احتمال این‌که کوچک‌ترین عدد روشده ۳ باشد به شرطی که مجموع دو تاس بیش‌تر از ۴ باشد برابر $\frac{۷}{۳۰}$ است.

(آمار و احتمال- احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۴– *(امین کریمی)*

$$P(A)=۰/۲ \quad , \quad P(B)=۰/۵ \quad , \quad P(A\cup B)=۰/۶$$

$$\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=۰/۱$$

$$P(B\mid A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}=\frac{۰/۱}{۰/۲}=۰/۵$$

$$P(A'\cup B')=P[(A\cap B)']=۱-P(A\cap B)=۰/۹$$

$$\Rightarrow \frac{P(B\mid A)}{P(A'\cup B')}=\frac{۵}{۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۱۵– *(امیرحسین ابومحبوب)*

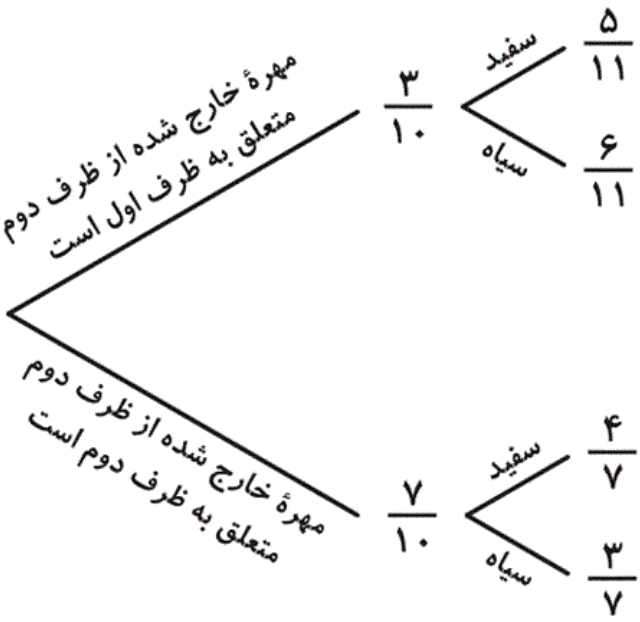
احتمال خارج شدن مهرهٔ سفید از ظرف اول برابر $\frac{۱}{۲}=\frac{۲}{۴}$ است. اگر یک مهرهٔ سفید به ظرف دوم اضافه کنیم، این ظرف شامل یک مهرهٔ سفید و ۴ مهرهٔ سیاه می‌شود که در نتیجه احتمال خارج کردن مهرهٔ سفید برابر $\frac{۱}{۵}$ است. با اضافه کردن یک مهرهٔ سفید به ظرف سوم، این ظرف شامل ۵ مهرهٔ سفید خواهد بود و در نتیجه احتمال خروج مهرهٔ سفید از این ظرف برابر ۱ می‌باشد. بنابراین احتمال آن‌که هر سه مهرهٔ خارج شده سفید باشند، برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۵}\times ۱=\frac{۱}{۱۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۱۱۶– *(سیدامیر ستوده)*

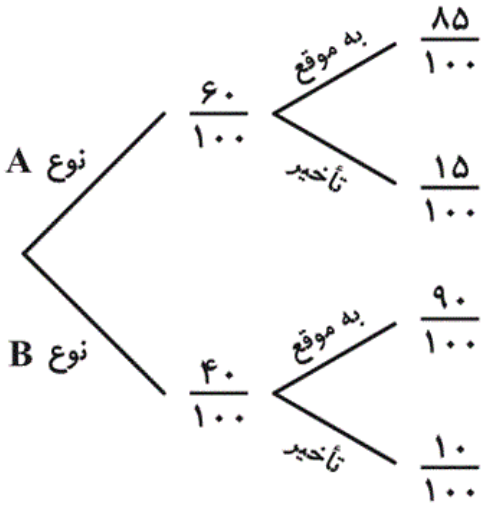


$$\frac{۳}{۱۰}\times\frac{۵}{۱۱}+\frac{۷}{۱۰}\times\frac{۴}{۷}=\frac{۱۵}{۱۱۰}+\frac{۴۴}{۱۱۰}=\frac{۵۹}{۱۱۰}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir



احتمال استفاده از اتوبوس نوع A با شرط به موقع رسیدن برابر است با:

$$\frac{\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۸۵}{۱۰۰}}{\frac{۶۰}{۱۰۰}\times\frac{۸۵}{۱۰۰}+\frac{۴۰}{۱۰۰}\times\frac{۹۰}{۱۰۰}}=\frac{۱۷}{۲۹}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۸- *(امیرحسین ابومحبوب)*

می‌دانیم اگر دو پیشامد A و B، مستقل از یکدیگر باشند، آن‌گاه $P(A\mid B)=P(A)$ است. همچنین در صورتی که دو پیشامد A و B مستقل از هم باشند، پیشامدهای A و B' و نیز پیشامدهای A' و B، مستقل از هم هستند. در نتیجه داریم:

$$P(A-B)=P(A\cap B')=\frac{۱}{۴}\Rightarrow P(A)P(B')=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{۳}\times P(B')=\frac{۱}{۴}\Rightarrow P(B')=\frac{۳}{۸}$$

بنابراین $P(A')=۱-\frac{۲}{۳}=\frac{۱}{۳}$ و $P(B)=۱-\frac{۳}{۸}=\frac{۵}{۸}$ است و داریم:

$$P(B-A)=P(B\cap A')=P(B)P(A')=\frac{۵}{۸}\times\frac{۱}{۳}=\frac{۵}{۲۴}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

۱۱۹– *(سهیل حسن‌خان‌پور)*

اگر پیشامد رفتن به پارک برای علی و محمد را به ترتیب با A و B نشان دهیم، آن‌گاه:

چون رفتن به پارک این دو شخص از هم مستقل است، داریم:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) = ۰/۴۵ \Rightarrow ۰/۹ \times P(B) = ۰/۴۵$$

$$\Rightarrow P(B) = ۰/۵$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= ۰/۹ + ۰/۵ - ۰/۴۵ = ۰/۹۵$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۰– *(سیدعرفان ستوده)*

برای برداشتن کارت اول محدودیتی وجود ندارد، ولی واضح است که این کارت با دو کارت دیگر (از دو رنگ دیگر) هم شماره است، پس احتمال انتخاب کارت دوم با این شرط که شمارهٔ متفاوتی نسبت به کارت اول داشته باشد، برابر $\frac{۲۷}{۲۹}$ است. حال در میان ۲۸ کارت باقیمانده، دو کارت هم شماره با کارت اول و دو کارت هم شماره با کارت دوم هستند، پس احتمال انتخاب کارت سوم به گونه‌ای که هم شماره با دو کارت اول نباشد، برابر $\frac{۲۴}{۲۸}$ است. احتمال مورد نظر برابر است با:

$$\frac{۲۷}{۲۹} \times \frac{۲۴}{۲۸}$$

(آمار و احتمال- احتمال- صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir