

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



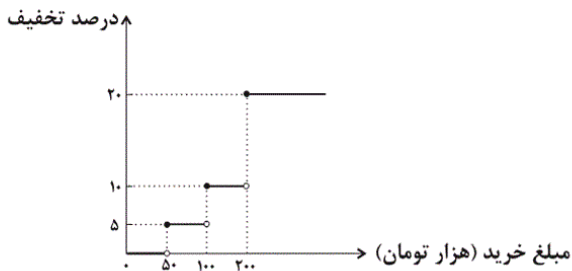
<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق - سوال ۵ -

۷۱- نمودار تابع $f(x) = \text{sign}(x)$ و $g(x) = 2x$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می کنند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۲- یک فروشگاه برای خریدهای مشتریان، طبق تابع پلکانی زیر تخفیف می دهد. اگر از این فروشگاه ۳۰۰ هزار تومان خرید کنیم، چقدر



تخفیف شامل حال ما خواهد شد؟

- (۱) ۲۴۰۰۰ تومان
 (۲) ۳۰۰۰۰ تومان
 (۳) ۳۲۵۰۰ تومان
 (۴) ۳۶۰۰۰ تومان

۷۳- حاصل عبارت $A = 2[-x + 1] + [3x]$ به ازای $x = -\frac{1}{2}$ برابر کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۴

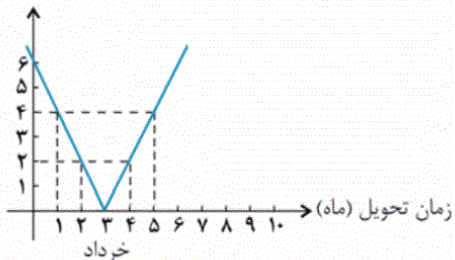
۷۴- نمودار تابع $y = -|2x + 3| + 1$ محور xها را در دو نقطه قطع می کند. مجموع طول های این دو نقطه کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) -۳

۷۵- نمودار جریمه برحسب زمان تحویل برای یک پیمانکار راه سازی مطابق نمودار زیر است. این پیمانکار به ازای هر یک ماه ... مبلغ ...

میلیون تومان جریمه می شود.

مبلغ جریمه (میلیون تومان)



(۱) فقط تأخیر - دو

(۲) تأخیر یا تعجیل - سه

(۳) فقط تأخیر - سه

(۴) تأخیر یا تعجیل - دو

ریاضی و آمار ۲، اعمال بر روی توابع - سوال ۵

۷۶- اگر $f = \{(-1, 3), (2, 4), (0, -4)\}$ و $g = \{(0, -1), (2, 3), (1, 3)\}$ باشد، در این صورت تابع $f - g$ کدام است؟

(۱) $\{(0, -3), (2, 1)\}$

(۲) $\{(0, -3), (2, 1), (1, 0), (-1, 0)\}$

(۳) $\{(0, -3), (2, 1), (-1, 0)\}$

(۴) $\{(0, -3), (2, 1), (-1, 3)\}$

۷۷- برای دو تابع f و g که $f = \{(2, -1), (-1, 1), (-2, 0), (0, 2)\}$ و $g = \{(-1, 0), (1, 0), (2, -2), (0, 2)\}$ می‌باشد، برد تابع $\frac{fg}{f}$ برابر

با کدام گزینه است؟

(۱) $\{0, 1, 2\}$

(۲) $\{1, 2\}$

(۳) $\{0, 2\}$

(۴) $\{-1, 1, 2\}$

۷۸- اگر $f_1(x) = \sqrt{2x-1} + 2$ و $f_2(x) = \frac{|-x|}{x+2}$ باشند، همچنین $f_3 = f_1 \times f_2$ و $f_4 = f_3 - f_2$ ، در این صورت حاصل $f_5 = \frac{f_3}{f_4}$

به‌ازای $x = 1$ کدام است؟

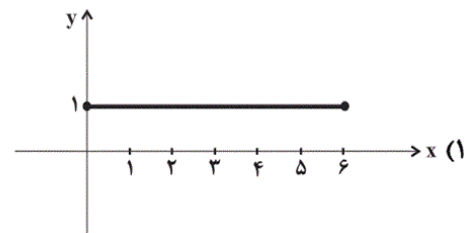
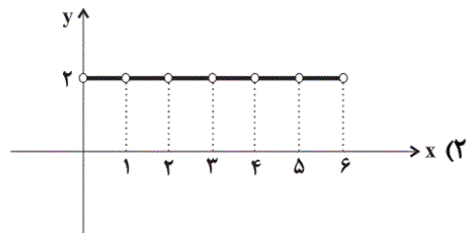
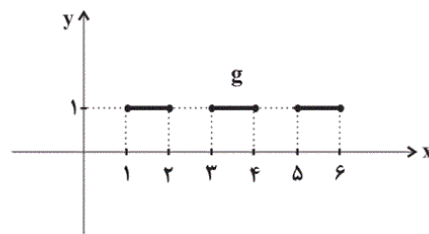
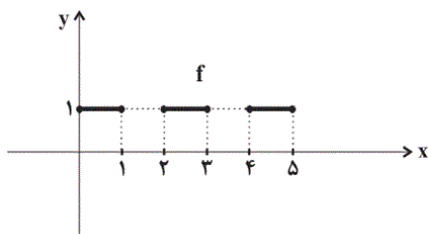
(۱) $\frac{2}{3}$

(۲) $\frac{3}{2}$

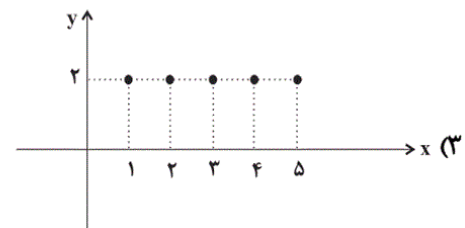
(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۷۹- با توجه به نمودار دو تابع f و g در شکل زیر، نمودار تابع $f + g$ کدام است؟



(۴) تابع $f + g$ وجود ندارد.



۸- اگر $f(x) = |2x|$ و $g(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$ باشد، ضابطه تابع $(g - f)(x)$ کدام می‌باشد؟

$(g - f)(x) = -x$ (۴)

$(g - f)(x) = x$ (۳)

$(g - f)(x) = -|x|$ (۲)

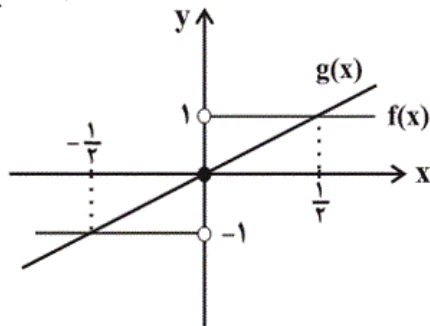
$(g - f)(x) = |x|$ (۱)

۷۱-

(عمید زرین کفش، توابع پلکانی و قدرمطلق، صفحه ۳۵ و ۳۶)

ابتدا نمودار دو تابع را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم:

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار تابع $g(x)$ در سه نقطه به طول های $x = -\frac{1}{3}$ و $x = 0$ ، $x = \frac{1}{3}$ تابع f را قطع می کند.

۴ ✓

۳

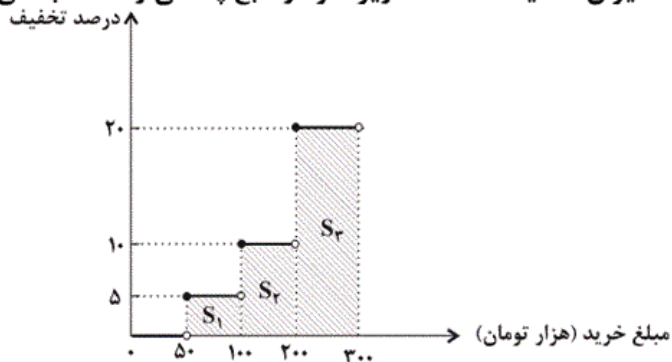
۲

۱

۷۲-

(امیر مهوریان، توابع پلکانی و قدرمطلق، صفحه ۳۴ و ۳۵)

برای محاسبه میزان تخفیف، مساحت زیر نمودار تابع پلکانی را محاسبه می کنیم.



$$S_1 = \frac{5}{100} \times 50 \dots = 2500$$

$$S_2 = \frac{10}{100} \times 100 \dots = 10000$$

$$S_3 = \frac{20}{100} \times 100 \dots = 20000$$

$$\Rightarrow S_{\text{کل}} = 2500 + 10000 + 20000 = 32500 \text{ تومان}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A = 2[-x+1] + [3x] \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} A = 2[-(-\frac{1}{2})+1] + [3 \times (-\frac{1}{2})]$$

$$\Rightarrow A = 2[\frac{3}{2}] + [-\frac{3}{2}] \xrightarrow{\begin{matrix} 1 < \frac{3}{2} < 2 \\ -2 < -\frac{3}{2} < -1 \end{matrix}} A = 2 \times 1 + (-2) = 2 - 2 = 0$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$y = -|2x+3|+1 \Rightarrow y = \begin{cases} -(2x+3)+1, & 2x+3 \geq 0 \\ -(-(2x+3))+1, & 2x+3 < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = \begin{cases} -2x-2, & x \geq -\frac{3}{2} \\ 2x+4, & x < -\frac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow y=0 \Rightarrow \begin{cases} -2x-2=0, & x \geq -\frac{3}{2} \\ 2x+4=0, & x < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-1, & x \geq -\frac{3}{2} \\ x=-2, & x < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

تابع در دو نقطه به طول های $x=-1$ و $x=-2$ محور طول ها را قطع می کند.

$$-1-2=-3$$

۴ ✓

۳

۲

۱

مطابق نمودار، زمان تحویل پروژه، خردادماه است و پیمانکار به ازای هر یک ماه تأخیر یا تعجیل در تحویل پروژه، مبلغ ۲ میلیون تومان جریمه می شود. توجه کنید که خط های نمودار به گونه ای است که به ازای هر یک واحد افزایش یا کاهش از $x=3$ ، مقدار y ، ۲ واحد افزایش می یابد، یعنی قدر مطلق اندازه شیب خط ها برابر ۲ است اما پس جریمه پیمانکار به ازای هر یک ماه تأخیر یا تعجیل برابر با ۲ میلیون تومان است.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۶

(عمید زرین کفش، اعمال بر روی توابع، صفحه ۴۵ تا ۴۸)

$$f = \{(-1, 3), (2, 4), (0, -4)\} \Rightarrow D_f = \{-1, 2, 0\}$$

$$g = \{(0, -1), (2, -5), (1, 3)\} \Rightarrow D_g = \{0, 2, 1\}$$

$$D_{f-g} = D_f \cap D_g = \{-1, 2, 0\} \cap \{0, 2, 1\} = \{0, 2\}$$

$$f - g = \{(0, -4 - (-1)), (2, 4 - 3)\} = \{(0, -3), (2, 1)\}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۷۷

(امیر محمودیان، اعمال بر روی توابع، صفحه ۴۵ تا ۴۸)

ابتدا دامنه دو تابع را به دست می آوریم، سپس دامنه $\frac{g}{f}$ را مشخص می کنیم:

$$D_f = \{2, -1, -2, 0\}, \quad D_g = \{-1, 1, 2, 0\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = \{2, -1, -2, 0\} \cap \{-1, 1, 2, 0\} - \{-2\}$$

$$= \{2, -1, 0\}$$

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(-1, \frac{0}{-1}\right), \left(0, \frac{2}{-1}\right), \left(2, \frac{-2}{-1}\right) \right\} = \{(-1, 0), (0, 1), (2, 2)\} \Rightarrow R_{\frac{g}{f}} = \{2, 1, 0\}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا با توجه به ضابطه تابع های f_1 و f_2 ، ضابطه توابع f_3 و f_4 و f_5 را می یابیم:

$$f_3 = f_1 \times f_2 = (\sqrt{2x-1} + 2) \times \left(\frac{|-x|}{x+2}\right)$$

$$\Rightarrow f_3(1) = (\sqrt{2 \times 1 - 1} + 2) \times \left(\frac{|-1|}{1+2}\right) = 3 \times \frac{1}{3} = 1$$

$$f_4 = f_3 - f_2 = (\sqrt{2x-1} + 2) \times \left(\frac{|-x|}{x+2}\right) - \frac{|-x|}{x+2}$$

$$\Rightarrow f_4(1) = 1 - \frac{|-1|}{1+2} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$f_5 = \frac{f_3}{f_4} \Rightarrow f_5(1) = \frac{f_3(1)}{f_4(1)} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به نمودار دو تابع درمی یابیم که دامنه دو تابع f و g فقط در نقاطی به طول اعداد طبیعی $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ با یکدیگر اشتراک دارند که به ازای طول این نقاط مقدار تابع f و مقدار تابع g برابر یک است که حاصل جمع آن ها ۲ خواهد شد. پس نمودار گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

۴

۳ ✓

۲

۱

تابع $f(x) = |2x|$ را می‌توان به صورت ۳ ضابطه‌ای نوشت و داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -2x, & x < 0 \end{cases}$$

حال با توجه به اشتراک دامنه دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ می‌توان نوشت:

$$g(x) - f(x) = \begin{cases} x - 2x, & x > 0 \\ 0 - 0, & x = 0 \\ -x + 2x, & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x) - f(x) = \begin{cases} -x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ x, & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{با توجه به تعریف تابع قدرمطلق}}$$

$$(g - f)(x) = -|x|$$

۴

۳

۲ ✓

۱