سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضی ۱، سهمی - ۱ سوال -

۵۵- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ روی محور yها و $ac < 0$ باشد، مجموع طول نقاط برخورد سهمی و محور xها کدام است؟

۱) $\sqrt{-\frac{c}{a}}$ ۲) صفر ۳) $2\sqrt{-\frac{c}{a}}$ ۴) $-\frac{c}{a}$

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۳ س

۵۶- به ازای کدام مقادیر m، نمودار $-3mx^2 + 2mx + 1$ همواره بالای محور xها قرار می‌گیرد؟ $(m \neq 0)$

۱) $m > 0$ ۲) $-3 < m < 0$ ۳) هر مقدار m ۴) هیچ مقدار m

۵۷- چند عدد صحیح نامنفی در نامعادله‌ی $\left|\frac{x+6}{3x+1}\right| \leq x$ صدق نمی‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۵۸- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{2x+6}{x^2+ax+b} \leq 0$ به صورت $(-\infty,-5) \cup [-3,2)$ باشد، حاصل ab کدام است؟

۱) -20 ۲) ۲۰ ۳) -30 ۴) ۳۰

ریاضی ۱، دامنه و بردتابع -

۵۱- طول یک مستطیل ۲ برابر عرض آن است. کدام رابطهٔ ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن (S) نشان می‌دهد؟

۱) $(\frac{S}{2})^{\frac{1}{2}}$ ۲) $(2S)^{-\frac{1}{2}}$ ۳) $(\frac{S}{2})^{-\frac{1}{2}}$ ۴) $(2S)^{\frac{1}{2}}$

۵۲- اگر مجموعهٔ $f = \{(-2,a),(2,2),(1,4),(1,b^2),(b,5)\}$ یک تابع باشد، مقدار ab کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) -10 ۳) ۴ ۴) -4

۵۴- در تابع $f(x) = \left|\frac{x-1}{2}+1\right|-1$ در صورتی که دامنه، بازهٔ $[-2,3]$ باشد، بزرگ‌ترین بازه برای برد این تابع کدام است؟

۱) $[-1,2]$ ۲) $[-1,1]$ ۳) $[0,1]$ ۴) $\left[-\frac{3}{2},1\right]$

ریاضی ۱، انواع تابع - ۳ سوال -

۵۳- نمودار سهمی به معادلهٔ $y=x^2$ را ۲ واحد به سمت چپ و ۱ واحد به بالا انتقال می‌دهیم. معادلهٔ این سهمی جدید در کدام‌یک از گزینه‌های زیر آمده است؟

۱) $y=x^2+4x+5$ ۲) $y=x^2+4x+3$ ۳) $y=x^2-4x+3$ ۴) $y=x^2-4x+5$

۵۹- اگر $f=\{(4a+b,b+1),(4a+b^2,1-2b),(b^2,4)\}$ یک تابع همانی باشد، $a+b$ کدام است؟

۱) $-\frac{7}{4}$ ۲) $\frac{9}{4}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $-\frac{1}{4}$

۶۰- اگر برد تابع $f(x)=\begin{cases}(x+3)^2 & x\le -1\\ -|x|-1 & -1<x\le 2\end{cases}$ به صورت $[a,b]\cup[c,+\infty)$ باشد، $a+b+c$ کدام است؟

۱) ۵- ۲) ۴- ۳) ۳- ۴) ۶-

ریاضي ۱ - گواه ، سهمي - ۱ سوال -

۶۵- اگر یکی از منحنی‌ها به معادلهٔ $y=(a-1)x^2+x+3$ نسبت به خط $x=2$ متقارن باشد، این منحنی محور xها را با کدام طول مثبت قطع می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

ریاضي ۱ - گواه ، تعیین علامت - ۳ سوال -

۶۶- اگر مجموعه جواب نامعادلهٔ $5x+a\le -3x-1<4x+1$ بازهٔ $(-2,-4]$ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۶- ۲) ۷- ۳) ۶ ۴) ۷

۶۷- به ازای کدام مقادیر m، عبارت $(m-1)x^2+6x+2m+1$، برای هر مقدار دلخواه x، مثبت است؟

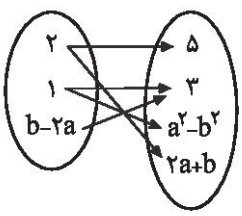
۱) $m<-2$ ۲) $m>2/5$ ۳) $1<m<2$ ۴) $1<m<2/5$

۶۹- مجموعه جواب نامعادلهٔ $x^2+ax+b\ge 0$ به صورت $|x-2|\ge 3$ می‌باشد. حاصل $a+b$ کدام است؟

۱) ۹- ۲) ۸- ۳) ۱۰- ۴) ۱۱-

ریاضي ۱ - گواه ، مفهوم تابع و بازنمایي هاي آن - ۲ سوال -

۶۳- اگر نمودار پیکانی زیر نمایش یک تابع باشد، $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟



۱) $\frac{5}{2}$

۲) $\frac{1}{3}$

۳) ۲

۴) $\frac{2}{3}$

www.kanoon.ir

۶۱- کدام‌یک از رابطه‌های زیر، یک تابع را توصیف نمی‌کند؟

۱) رابطه‌ای که به هر فرد شماره‌ی کد ملی‌اش را نسبت می‌دهد.

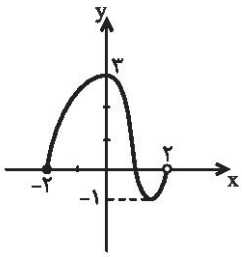
۲) رابطه‌ای که به شعاع یک دایره مساحت آن را نسبت می‌دهد.

۳) رابطه‌ای که به کتاب ریاضی دهم فصل‌هایش را نسبت می‌دهد.

۴) رابطه‌ای که به طول یک فنر ثابت جرم وزنه‌هایی که به آن وصل می‌شوند را نسبت می‌دهد.

ریاضي ۱ - گواه ، دامنه و بردتابع - ۲ سوال -

۶۲- نمودار تابع f به شکل زیر است. چند عدد صحیح هم در دامنه و هم در برد تابع قرار دارد؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۶۴- رابطه‌ی بین تعداد کالای تولیدی یک کارخانه (x) و سود حاصل از فروش کالا بر حسب ریال (y) یک تابع خطی است. سوددهی کارخانه به‌ازای ۲۵ واحد کالا برابر صفر می‌شود و به ازای ۲ درصد افزایش در تولید، سود ۸ درصد افزایش می‌یابد. کدام گزینه صحیح است؟

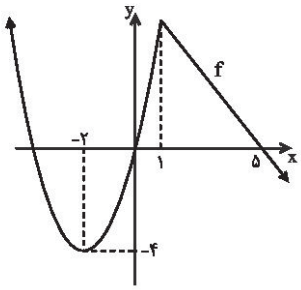
۱) $y=۴x+۲۵$ ۲) $y=۴x-۱۰۰$ ۳) $y=\frac{۱}{۴}x-۲۵$ ۴) $y=\frac{۱}{۴}x+۱۰۰$

ریاضي ۱ - گواه ، انواع تابع - ۲ سوال -

۶۸- مساحت ناحیهٔ محدود به نمودارهای توابع $y=|x+۱|$ و $y=|x-۳|$ و محور xها کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۳

۷۰- تابع f با نمودار زیر، در بازهٔ $[۱, -\infty)$ با ضابطهٔ $g(x)=(x-a)^۲+b$ نمایش داده می‌شود. ضابطهٔ تابع f در بازهٔ $(\infty+, ۱]$ کدام است؟



۱) $۴y+۵x=۲۵$

۲) $۳y+۷x=۳۵$

۳) $x+۲y=۵$

۴) $۲x+y=۱۰$

هندسه ۱ ، چندضلعي ها و ويژگي هايي از آن ها - ۵ سوال -

www.kanoon.ir

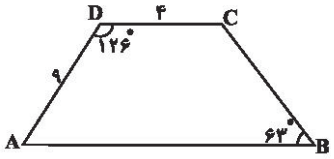
۷۱- تعداد قطرهای یک چندضلعی، دو برابر تعداد اضلاع آن است. در چندضلعی دیگری که تعداد اضلاع آن دو برابر تعداد اضلاع چندضلعی اولیه است، نسبت تعداد قطرها به تعداد اضلاع کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۷۲- کدام‌یک از عبارت‌های زیر، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند؟

۱) چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد.
۲) چهارضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند.
۳) چهارضلعی که زوایای مجاور در آن مکمل باشند.
۴) چهارضلعی که اضلاع روبه‌روی هم در آن مساوی باشند.

۷۳- در ذوزنقهٔ ABCD، طول قاعدهٔ AB کدام است؟



۱) ۱۰ ۲) ۱۲
۳) ۱۳ ۴) ۱۵

۷۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای با زاویهٔ حادهٔ 75°، طول میانهٔ وارد بر وتر ۸ است. مساحت این مثلث کدام است؟

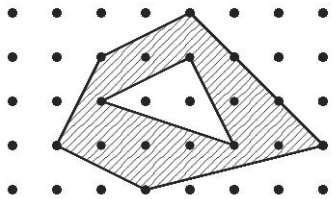
۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۸۰

۷۷- محیط یک لوزی ۱۰۰ واحد است. اگر نیمسازهای دو زاویهٔ مجاور آن در نقطهٔ O متقاطع باشند و فاصلهٔ O از رأس یکی از این زاویه‌ها برابر ۷ باشد، آن‌گاه فاصلهٔ O از رأس زاویهٔ دیگر کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۸

هندسه ۱، مساحت و کاربردهای آن - ۵ سوال

۷۸- در شکل زیر، مساحت قسمت سایه‌زده کدام است؟

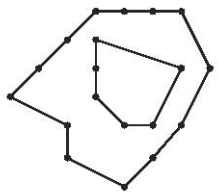


۱) $\frac{۲۷}{۲}$ ۲) $\frac{۲۱}{۲}$
۳) ۱۲ ۴) ۱۱

۷۹- مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، واسطهٔ حسابی تعداد نقاط مرزی و تعداد نقاط درونی آن است. کمترین مساحت این چندضلعی شبکه‌ای کدام است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴/۵

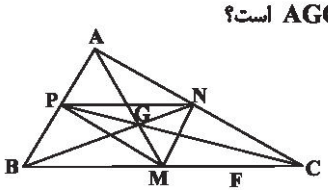
۸۰- در شکل زیر، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای داده شده برابر ۱۹/۵ است. اختلاف تعداد نقاط درونی آن‌ها کدام است؟



۱) ۱۰
۲) ۱۲
۳) ۱۴
۴) ۱۶

www.kanoon.ir

۷۵- M، N و P وسط‌های اضلاع مثلث ABC مطابق شکل‌اند. مساحت مثلث NMC، چند برابر مساحت مثلث AGC است؟



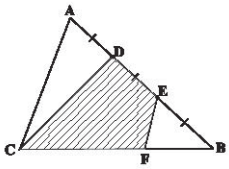
۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۲}{۳}$

۴) $\frac{۳}{۲}$

۷۶- در شکل مقابل $AD = DE = EB$ و $CF = ۲BF$ است. اگر مساحت مثلث ABC، ۱۴۴ واحد مربع باشد، مساحت چهارضلعی $DEFC$ کدام است؟



۱) ۷۲

۲) ۷۶

۳) ۸۰

۴) ۸۴

www.kanoon.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

-۵۵ *(امین نصراله)*

$$-\frac{b}{۲a}=۰\Rightarrow b=۰\Rightarrow y=ax^۲+c$$

$$ax^۲+c=۰\Rightarrow x^۲=\frac{-c}{a}$$

$ac<۰$ بنابراین $-\frac{c}{a}>۰$، در نتیجه داریم:

$$\begin{cases}x_۱=+\sqrt{-\frac{c}{a}}\\ x_۲=-\sqrt{-\frac{c}{a}}\end{cases}\Rightarrow x_۱+x_۲=۰$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۶ *(حسن تهاجمی)*

قرار گرفتن نمودار در بالای محور xها یعنی عبارت، همواره بزرگ‌تر از صفر است:

$$-۳mx^۲+۲mx+۱>۰$$

$$\begin{cases}\Delta<۰\Rightarrow (۲m)^۲-۴(-۳m)(۱)<۰\Rightarrow ۴m^۲+۱۲m<۰\\ a>۰\Rightarrow -۳m>۰\Rightarrow m<۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow ۴m^۲+۱۲m<۰\Rightarrow ۴m(m+۳)<۰\Rightarrow -۳<m<۰$$

m		-۳		۰	
$۴m^۲+۱۲m$	$+$	۰	$-$	۰	$+$
			ج		

حال بین $m<۰$ و $-۳<m<۰$ اشتراک می‌گیریم که این اشتراک، $-۳<m<۰$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحهٔ ۹۰ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۵۷ *(ایمان نفستین)*

چون حاصل قدرمطلق مقدار نامنفی است پس: $x \geq 0$ ؛ بنابراین: $\begin{cases} x+6>0 \\ 3x+1>0 \end{cases}$

$$\Rightarrow \left|\frac{x+6}{3x+1}\right| = \frac{x+6}{3x+1} \Rightarrow \frac{x+6}{3x+1} \leq x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x \geq x+6 \Rightarrow 3x^2 \geq 6$$

$$\Rightarrow x^2 \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x \geq +\sqrt{2} \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases} \xrightarrow{x \geq 0} x \geq \sqrt{2}$$

اعداد ۱ و صفر در این نامعادله صدق نمی‌کنند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

x		-5		-3		2	
$2x+6$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
x^2+ax+b	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{2x+6}{x^2+ax+b}$	$-$	ن	$+$	0	$-$	ن	$+$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x+5)(x-2) = x^2 + 3x - 10 \Rightarrow a = 3, b = -10$$

$$\Rightarrow ab = -30$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۵ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۵۱ *(علیرضا پورقلی)*

$a =$ عرض و $b =$ طول

$$a = 2b \Rightarrow S = a.b = 2b \times b$$

$$S = 2b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{S}{2} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{S}{2}} \Rightarrow b = (\frac{S}{2})^{\frac{1}{2}}$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۵۲ *(علی ارجمند)*

$$\begin{cases}(۱,۴)\in f\\(۱,b^۲)\in f\end{cases}\Rightarrow b^۲=۴\Rightarrow b=\pm ۲$$

اما از آن‌جا که $(۲,۲)\in f$ و $(b,۵)\in f$ است، b نمی‌تواند ۲ باشد. در نتیجه $b=-۲$، بنابراین:

$$\begin{cases}(-۲,۵)\in f\\(-۲,a)\in f\end{cases}\Rightarrow a=۵\Rightarrow ab=-۱۰$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۵۴ *(علی ارجمند)*

$$f(x)=\left|\frac{x-۱+۲}{۲}\right|-۱=\left|\frac{x+۱}{۲}\right|-۱$$

راه‌حل اول:

$$-۱\le x\le ۳\Rightarrow f(x)=\frac{x+۱}{۲}-۱=\frac{x-۱}{۲}\Rightarrow -۱\le f(x)\le ۱$$

$$-۲\le x\le -۱\Rightarrow f(x)=\frac{-x-۱}{۲}-۱=\frac{-x-۳}{۲}\Rightarrow -۱\le f(x)\le -\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow R_f=[-۱,۱]$$

راه‌حل دوم:

$$-۲\le x\le ۳\Rightarrow -۱\le x+۱\le ۴\Rightarrow -\frac{۱}{۲}\le\frac{x+۱}{۲}\le ۲$$

$$\Rightarrow ۰\le\left|\frac{x+۱}{۲}\right|\le ۲\Rightarrow -۱\le\left|\frac{x+۱}{۲}\right|-۱\le ۱$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۵۳ *(امین نصراله)*

$$\Rightarrow y = x^{۲} \xrightarrow{\text{۲ واحد به چپ}} y = (x+۲)^{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{۱ واحد به بالا}} y = (x+۲)^{۲} + ۱$$

$$= x^{۲} + ۴x + ۴ + ۱ = x^{۲} + ۴x + ۵$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۵۹ *(حمید علیزاده)*

ضابطهٔ تابع همانی به صورت $f(x) = x$ است، پس خواهیم داشت:

$$۴a + b = b + ۱ \Rightarrow ۴a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۴}$$

$$۴a + b^{۲} = ۱ - ۲b \xrightarrow{a=\frac{۱}{۴}} ۱ + b^{۲} = ۱ - ۲b \Rightarrow b^{۲} + ۲b = ۰$$

$$\Rightarrow b(b+۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} b = -۲ \\ b = ۰ \end{cases}$$

در مورد $(b^{۲}, ۴)$ نیز باید $b^{۲} = ۴$ باشد که $b = \pm ۲$ می‌شود و با توجه به نتایج قبلی، فقط مقدار -۲ قابل قبول است. پس:

$$a + b = \frac{۱}{۴} - ۲ = -\frac{۷}{۴}$$

(تابع، صفحهٔ ۱۱۰ کتاب درسی)

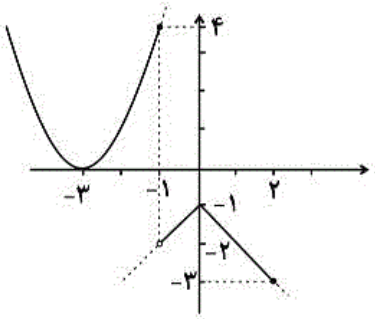
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۶۰ *(حمید علیزاده)*

$$f(x)=\begin{cases}(x+۳)^۲ & x\le -۱\\ -|x|-۱ & -۱<x\le ۲\end{cases}$$

ابتدا تابع $f(x)$ را به کمک انتقال رسم می‌کنیم: برای رسم تابع $y=(x+۳)^۲$ نمودار $y=x^۲$ را به اندازهٔ ۳ واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم و برای رسم تابع $y=-|x|-۱$ تابع $y=|x|$ را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا $y=-|x|$ به دست آید.



سپس آن‌را یک واحد به پایین منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=-|x|-۱$ حاصل شود. حال با توجه به شکل $f(x)$، برد آن به صورت زیر می‌باشد:

$$\text{برد}_f=[-۳,-۱]\cup[۰,+\infty)=[a,b]\cup[c,+\infty)$$

$$\Rightarrow a=-۳,b=-۱,c=۰\Rightarrow a+b+c=-۴$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۵ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۶۵ *(کتاب آبی)*

$$y=(a-1)x^2+x+3$$

معادلهٔ محور تقارن سهمی : $x=-\frac{1}{2(a-1)}=2\Rightarrow a-1=-\frac{1}{4}$

$$\Rightarrow y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$$

در تلاقی با محور xها، $y=0$ است، پس:

$$y=0\Rightarrow -\frac{1}{4}x^2+x+3=0$$

$$\Rightarrow x^2-4x-12=0\Rightarrow (x-6)(x+2)=0\Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-2 \end{cases}$$

پس سهمی در نقطه به طول مثبت ۶ محور xها را قطع می‌کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۶۶ *(کتاب آبی)*

$$4x+1<3x-1$$

$$\Rightarrow 4x-3x<-1-1\Rightarrow x<-2$$

$$3x-1\le 5x+a\Rightarrow 3x-5x\le 1+a\Rightarrow -2x\le 1+a$$

$$\Rightarrow x\ge -\frac{1+a}{2}$$

در نتیجه $-\frac{1+a}{2}\le x<-2$ است و با توجه به بازهٔ جواب $-\frac{1+a}{2}=-4$ می‌باشد.

$$-\frac{1+a}{2}=-4\Rightarrow 1+a=8\Rightarrow a=7$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

-۶۷ *(کتاب آبی)*

عبارت درجهٔ دوم $ax^۲+bx+c$ همواره مثبت است، هرگاه:

$$\Delta<۰\ ,\ a>۰$$

در عبارت $(m-۱)x^۲+۶x+۲m+۱$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} a>۰\Rightarrow m-۱>۰\Rightarrow m>۱ \quad (۱) \\ \Delta<۰\Rightarrow (۶)^۲-۴(۲m+۱)(m-۱)<۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۸m^۲-۴m-۴۰>۰\Rightarrow ۲m^۲-m-۱۰>۰$$

$$\Rightarrow (m+۲)(۲m-۵)>۰\Rightarrow m<-۲\cup m>\frac{۵}{۲} \quad (۲)$$

از اشتراک (۱) و (۲)، مجموعه جواب $m>\frac{۵}{۲}$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۶۹ *(کتاب آبی)*

$$|x-۲|\geq ۳\Rightarrow \begin{cases} x-۲\geq ۳\Rightarrow x\geq ۵ \\ x-۲\leq -۳\Rightarrow x\leq -۱ \end{cases}$$

بنابراین مجموعه جواب نامعادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲+ax+b\geq ۰$ به‌صورت $(-\infty\ ,-۱]\cup[۵\ ,+\infty)$ است، پس نامعادله به صورت $(x+۱)(x-۵)\geq ۰$ است، لذا:

$$(x+۱)(x-۵)=x^۲-۴x-۵=x^۲+ax+b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-۴ \\ b=-۵ \end{cases}\Rightarrow a+b=-۹$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۶۳ *(کتاب آبی)*

برای آنکه نمودار پیکانی، نمایش یک تابع باشد باید از هر عضو مجموعهٔ اول فقط یک پیکان خارج شود. بنابراین در نمودار پیکانی داده شده باید $۲a+b=۵$ و $a^۲-b^۲=۳$ باشد تا از عضوهای ۲ و ۱ در مجموعهٔ اول، یک پیکان خارج شود:

$$\begin{cases} ۲a+b=۵ \Rightarrow b=۵-۲a \quad (۱) \\ a^۲-b^۲=۳ \xrightarrow{(۱)} a^۲-(۵-۲a)^۲=۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^۲-(۲۵+۴a^۲-۲۰a)=۳$$

$$\Rightarrow ۳a^۲-۲۰a+۲۸=۰ \Rightarrow (۳a-۱۴)(a-۲)=۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=۲ \xrightarrow{(۱)} b=۱ \\ a=\frac{۱۴}{۳} \xrightarrow{(۱)} b=-\frac{۱۳}{۳} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b=۳ \\ a+b=\frac{۱۴}{۳}-\frac{۱۳}{۳}=\frac{۱}{۳} \end{cases}$$

که فقط $a+b=\frac{۱}{۳}$ در گزینه‌ها وجود دارد.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۶۱ *(کتاب آبی)*

گزینهٔ (۱): تابع است، زیرا برای هر فرد، یک شمارهٔ کد ملی وجود دارد.

گزینهٔ (۲): تابع است، زیرا به ازای هر شعاعی، یک مساحت برای دایره وجود دارد.

گزینهٔ (۳): تابع نیست، چون کتاب ریاضی دهم دارای ۷ فصل است.

گزینهٔ (۴): رابطه‌ای که طول یک فنر ثابت را به وزنه‌هایی که به آن وصل می‌شوند، نسبت می‌دهد، یک تابع است.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۶۲ *(کتاب آبی)*

$\mathbf{f}$ دامنهٔ $=[-۲,۲)$

$\mathbf{f}$ برد $=[-۱,۳]$

$\mathbf{f}$ اشتراک دامنه و برد $=[-۱,۲) \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} \{-۱,۰,۱\}$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۶۴ *(کتاب آبی)*

چون رابطهٔ بین x و y یک تابع خطی است، داریم:

$$y = ax + b$$

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{مقدار افزایش سود}}{\text{مقدار افزایش تولید}} = \frac{۰/۰۸}{۰/۰۲} = ۴$$

$$\Rightarrow y = ۴x + b$$

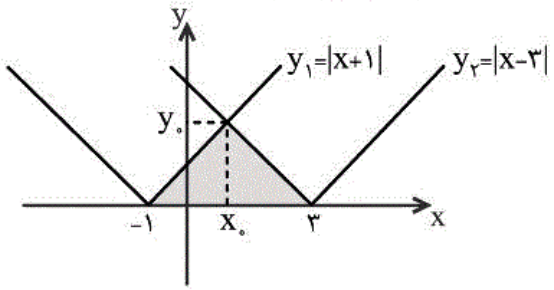
سوددهی کارخانه به ازای ۲۵ واحد کالا برابر با صفر می‌شود، پس:

$$۰ = ۴ \times ۲۵ + b \Rightarrow b = -۱۰۰ \Rightarrow y = ۴x - ۱۰۰$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۶۸ *(کتاب آبی)*

نمودار دو تابع را در یک دستگاه رسم می‌کنیم.



مثلث هاشورخورده یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است، بنابراین $x_۰$ که وسط قاعده است برابر با $\frac{-۱+۳}{۲} = ۱$ است و در نتیجه: $y_۰ = |۱+۱| = ۲$.

بنابراین مساحت مثلث برابر است با: $\frac{۴ \times ۲}{۲} = ۴$.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۷۰ *(کتاب آبی)*

با توجه به شکل، نمودار تابع $g(x)=(x-a)^۲+b$ در بازهٔ $(-\infty , ۱]$ از روی تابع $y=x^۲$، با انتقال ۲ واحد این تابع به چپ و سپس ۴ واحد به پایین به‌دست می‌آید، بنابراین ضابطهٔ تابع به‌صورت زیر خواهد بود:

$$g(x)=(x+۲)^۲-۴$$

در $x=۱$ باید مقدار ضابطه‌ها برابر باشد، در نتیجه:

$$g(۱)=(۱+۲)^۲-۴=۵$$

بنابراین دو نقطهٔ $A(۱ , ۵)$ و $B(۵ , ۰)$ بر روی خط قرار دارند، پس:

$$m_{AB}=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{۰-۵}{۵-۱}=-\frac{۵}{۴} \quad \text{و} \quad B(۵ , ۰)$$

$$y-۰=-\frac{۵}{۴}(x-۵)\Rightarrow ۴y+۵x=۲۵$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۱ *(امیرحسین ابومحبوب)*

در چندضلعی اولیه داریم:

$$\frac{n(n-۳)}{۲}=۲n\Rightarrow n(n-۳)=۴n\Rightarrow n-۳=۴\Rightarrow n=۷$$

بنابراین چندضلعی دیگر، دارای ۱۴ ضلع است و نسبت تعداد قطرها به اضلاع آن برابر است با:

$$\frac{\frac{n(n-۳)}{۲}}{n}=\frac{n-۳}{۲} \xrightarrow{n=۱۴} \frac{۱۱}{۲}=۵/۵$$

(چندضلعی‌ها، صفحهٔ ۵۵ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.kanoon.ir

-۷۲ (محسن محمدکریمی)

حالت بیان شده در گزینهٔ «۱»، لزوماً یک متوازی‌الاضلاع را مشخص نمی‌کند، زیرا مثلاً در ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی وجود دارد، اما ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، متوازی‌الاضلاع نیست.

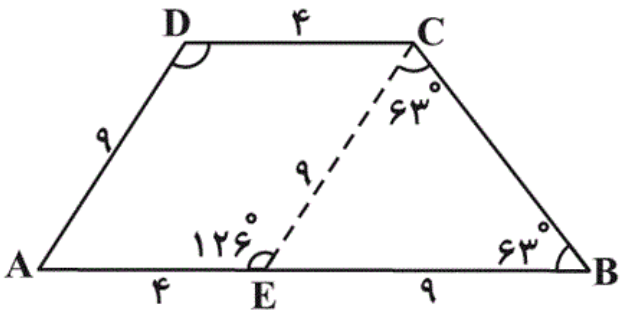
(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۳ (رضا عباسی‌اصل)

از C به موازات AD رسم می‌کنیم. چهارضلعی $AECD$ متوازی‌الاضلاع است.

پس:



$$AE = ۴, CE = ۹$$

از طرفی $A\hat{E}C = \hat{D} = ۱۲۶^\circ$ ، بنابراین داریم:

$$A\hat{E}C = E\hat{C}B + \hat{B} \Rightarrow E\hat{C}B = \hat{B} = ۶۳^\circ$$

پس مثلث ECB متساوی‌الساقین است و $BE = EC = ۹$ ،

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.kanoon.ir

-۷۴ *(علیرضا نصرالهی)*

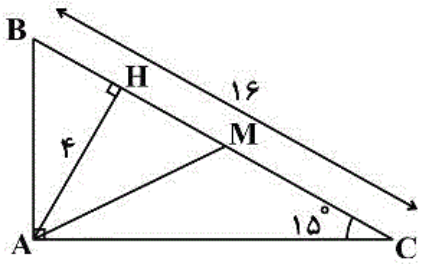
در هر مثلث قائم‌الزاویه :

۱- میانهٔ وارد بر وتر نصف وتر است. بنابراین: $BC = ۲AM = ۱۶$

۲- ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویهٔ ۱۵° دارد، $\frac{۱}{۴}$ وتر است،

یعنی داریم: $AH = \frac{۱}{۴}BC = ۴$

در نتیجه مساحت مثلث ABC برابر است با:



$$S_{ABC} = \frac{۱}{۲}AH \times BC = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۶ = ۳۲$$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۰ و ۶۴ کتاب درسی)

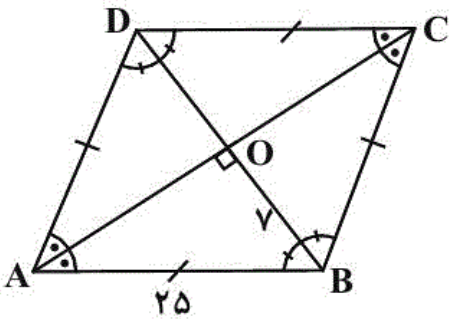
۱ ۲✓ ۳ ۴

anoon.ir

-۷۷ *(محمدطاهر شعاعی)*

می‌دانیم قطرهای یک لوزی، نیمسازهای زاویه‌های آن هستند، پس نقطهٔ تلاقی نیمسازهای دو زاویهٔ مجاور $\mathbf{A}$ و $\mathbf{B}$، همان نقطهٔ تلاقی قطرها است. بنا به فرض $\mathbf{OB}=۷$ و محیط لوزی برابر ۱۰۰ است، پس: $\mathbf{AB}=\frac{۱۰۰}{۴}=۲۵$

اما در لوزی قطرها بر هم عمودند، پس در مثلث قائم‌الزاویهٔ $\mathbf{OAB}$ داریم:



$$\mathbf{OA}^۲+\mathbf{OB}^۲=\mathbf{AB}^۲$$
$$\Rightarrow \mathbf{OA}^۲+۷^۲=۲۵^۲$$
$$\Rightarrow \mathbf{OA}^۲=۶۲۵-۴۹=۵۷۶$$
$$\Rightarrow \mathbf{OA}=۲۴$$

(چندضلعی‌ها، صفحهٔ ۶۱ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

مساحت شکل بیرونی (۵ ضلعی): $\mathbf{S}_۱=\frac{۷}{۲}+۱۱-۱=\frac{۷}{۲}+۱۰=\frac{۲۷}{۲}$

مساحت شکل درونی (مثلث): $\mathbf{S}_۲=\frac{۳}{۲}+۲-۱=\frac{۳}{۲}+۱=\frac{۵}{۲}$

مساحت قسمت سایه‌زده: $\mathbf{S}=\frac{۲۷}{۲}-\frac{۵}{۲}=\frac{۲۲}{۲}=۱۱$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

-۷۹ *(محمدطاهر شعاعی)*

بنابر فرض $S=\frac{b+i}{۲}$ است. با استفاده از دستور پیک داریم:

$$S=\frac{b}{۲}+i-۱=\frac{b+i}{۲}\Rightarrow \frac{b}{۲}+i-۱=\frac{b}{۲}+\frac{i}{۲}\Rightarrow \frac{i}{۲}=۱\Rightarrow i=۲$$

$$S=\frac{b}{۲}+i-۱=\frac{b}{۲}+۱\xrightarrow{b=۳} S_{min}=\frac{۳}{۲}+۱=۲/۵$$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۰ *(محمدطاهر شعاعی)*

بنابر فرض، مساحت بین دو چندضلعی شبکه‌ای $۱۹/۵$ است. با توجه به شکل سوال داریم:

$S=\frac{b}{۲}+i-۱=\frac{۱۳}{۲}+i-۱=i+۵/۵$ (مساحت چندضلعی شبکه‌ای بزرگتر)

$S'=\frac{b'}{۲}+i'-۱=\frac{۶}{۲}+i'-۱=i'+۲$ (مساحت چندضلعی شبکه‌ای کوچکتر)

$$\Rightarrow S-S'=i+۵/۵-i'-۲=i-i'+۳/۵$$

$$\xrightarrow{S-S'=۱۹/۵} i-i'+۳/۵=۱۹/۵\Rightarrow i-i'=۱۶$$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

۷۵- *(فرشاد فرامرزی)*

اگر وسط‌های ضلع‌های مثلثی را به هم وصل کنیم، چهار مثلث هم‌نهشت و در نتیجه هم‌مساحت به وجود می‌آید :

$$S_{NMC} = \frac{۱}{۴} S_{ABC}$$

از طرفی با رسم سه میانهٔ مثلث، شش مثلث هم‌مساحت پدید می‌آید. یعنی داریم:

$$S_{AGC} = \frac{۲}{۶} S_{ABC} = \frac{۱}{۳} S_{ABC}$$

در نتیجه :

$$\frac{S_{NMC}}{S_{AGC}} = \frac{\frac{۱}{۴} S_{ABC}}{\frac{۱}{۳} S_{ABC}} = \frac{۳}{۴}$$

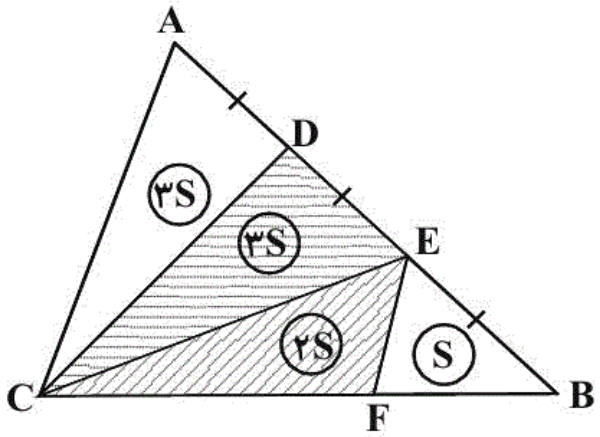
(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir

-۷۶

فرض می‌کنیم $S_{EBF} = S$، داریم:



$$CF = ۲FB \Rightarrow S_{EFC} = ۲S_{EBF} = ۲S$$

$$AD = DE = EB \Rightarrow S_{ADC} = S_{DEC} = S_{BEC} = ۳S$$

$$۹S = ۱۴۴ \Rightarrow S = ۱۶ \Rightarrow S_{DEFC} = ۵S = ۵ \times ۱۶ = ۸۰$$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir