



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

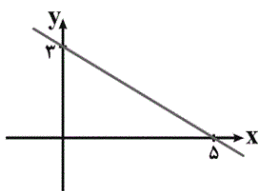


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۸۱- اگر  $\int (x^2 - x + 1)dx = f(x) + C$ ، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

(۱)  $2x - 1$       (۲)  $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x$

(۳)  $-2x + 1$       (۴)  $x^3 - x^2 + x$



۸۲- شکل روبه‌رو نمودار تابع خطی  $f$  است. حاصل  $\int_1^3 f(x)dx$  کدام است؟

(۱)  $3/2$

(۲)  $3$

(۳)  $3/4$

(۴)  $3/6$

۸۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} -x & ; 2 \leq x < 4 \\ 4 & ; 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$ ، آنگاه حاصل  $\int_2^6 f(x)dx$  کدام است؟

(۱)  $1$

(۲)  $-2$

(۳)  $2$

(۴)  $\frac{5}{2}$

۸۴- حاصل  $\int_{-2}^3 (|x-1| + |x+2|)dx$  کدام است؟

(۱)  $11$

(۲)  $19$

(۳)  $17$

(۴)  $\frac{29}{2}$

۸۵- حاصل  $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} [2 \cos^2 \frac{x}{2}] dx$  کدام است؟ ( [ ] : جزء صحیح )

(۱)  $\frac{\pi}{2}$

(۲)  $-\frac{\pi}{2}$

(۳)  $\pi$

(۴)  $-\pi$

۸۶- اگر  $\int \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 2x + 1} dx = \frac{x^2 + f(x)}{x-1} + C$ ، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

(۱)  $x - 4$

(۲)  $-x - 4$

(۳)  $3x - 2$

(۴)  $-3x + 2$

۸۷- مساحت ناحیه محصور بین نمودار تابع  $y = \sqrt{x}$ ، دو خط  $y = 1$  و  $y = 2$  و محور  $y$ ها کدام است؟

- (۱)  $\frac{7}{3}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴) ۲

۸۸- اگر  $F(x) = \int (\tan x + \cot x)^2 dx$  و  $F(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}$ ، آنگاه حاصل  $F(\frac{\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3} - 2$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

۸۹- اگر  $\int \frac{e^x + e^{-x}}{e^{2x}} dx = e^{-x}(A + \frac{B}{e^{2x}}) + C$ ، آنگاه حاصل  $A + B$  کدام است؟ (A و B مقادیری ثابت اند)

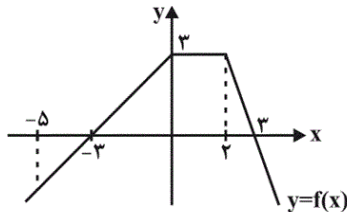
- (۱)  $-\frac{4}{3}$  (۲)  $-\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۹۰- اگر  $F(x) = \int_0^x t^2 e^t dt$ ، آنگاه حاصل  $F'(1)$  کدام است؟

- (۱)  $e$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{e}$  (۴)  $e - 1$

ریاضی عمومی- گواه ، **انتگرال** - ۱۰ سوال -

۹۱- با توجه به نمودار، حاصل  $\int_{-5}^3 f(x) dx$ ، کدام است؟

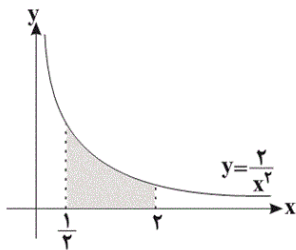


- (۱) ۱۰  
(۲) ۱۱  
(۳) ۱۲  
(۴) ۱۴

۹۲- حاصل  $\int_1^4 \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} dx$ ، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{5}{3}$

۹۳- در شکل روبه‌رو، مساحت ناحیه سایه‌زده کدام است؟



(۱) ۲/۵

(۲) ۳

(۳) ۳/۵

(۴) ۴

۹۴- اگر  $\int \frac{x-1}{x^3} dx = \frac{1}{2x^2} f(x) + C$ ، آنگاه  $f(x)$  کدام است؟

(۴)  $2x - 1$

(۳)  $x - 2$

(۲)  $-x + 2$

(۱)  $-2x + 1$

۹۵- حاصل  $\int_{-1}^2 |x| |x| dx$ ، کدام است؟ ([ ]: جزء صحیح)

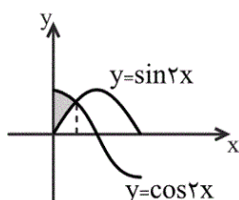
(۴) ۲

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲) ۱

(۱)  $\frac{1}{2}$

۹۶- مساحت ناحیه‌ی سایه‌زده در شکل مقابل کدام است؟



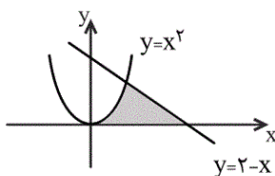
(۱)  $2 - \sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{2} - 1$

(۳)  $\frac{1}{2}(2 - \sqrt{2})$

(۴)  $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$

۹۷- با توجه به شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟



(۲)  $\frac{7}{6}$

(۱)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{5}{6}$

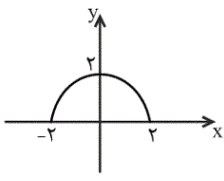
۹۸- اگر  $G(x) = \int_{\frac{1}{2}}^x \frac{t}{\sqrt{1+t^3}} dt$ ، آنگاه مشتق راست تابع  $y = x \cdot G(x)$  در نقطه‌ی  $x = 2$  کدام است؟

(۴)  $\frac{5}{3}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{3}$



۹۹- با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$  کدام است؟

$\pi + 2$  (۲)

$2\pi - 2$  (۱)

$4\pi$  (۴)

$2\pi$  (۳)

۱۰۰- حاصل  $\int \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} dx$  برابر کدام است؟

$x - \cos x + c$  (۴)

$-x + \cos x + c$  (۳)

$x - \sin x + c$  (۲)

$x + \sin x + c$  (۱)

۸۱- گزینه «۲»

(مهری ملا، مضانی)

$$\int (x^2 - x + 1) dx = \int x^2 dx - \int x dx + \int dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + x\right) + C$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲ ✓

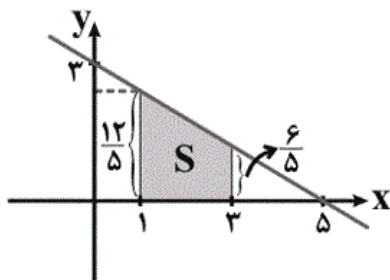
۱

۸۲- گزینه «۴»

(سویل ساسانی)

معادله تابع خطی گذرنده از دو نقطه  $(5, 0)$  و  $(0, 3)$  به صورت

$$f(x) = -\frac{3}{5}x + 3 \text{ است، داریم:}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = -\frac{3}{5} + 3 = \frac{12}{5} \\ f(3) = \frac{6}{5} \end{array} \right. \Rightarrow S = \frac{\left(\frac{12}{5} + \frac{6}{5}\right) \times 2}{2} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

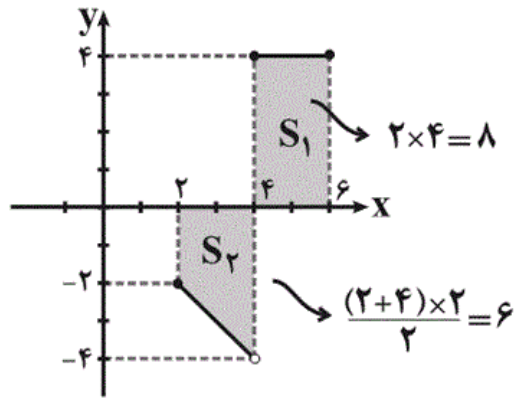
۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به شکل، داریم:



$$\int_2^6 f(x)dx = S_1 - S_2 = 8 - 6 = 2$$

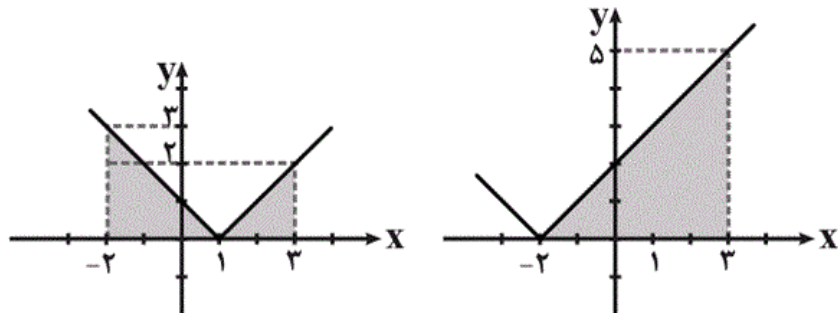
(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱



$$= \left( \frac{3 \times 3}{2} + \frac{2 \times 2}{2} \right) + \frac{5 \times 5}{2} = \frac{9}{2} + \frac{4}{2} + \frac{25}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۴

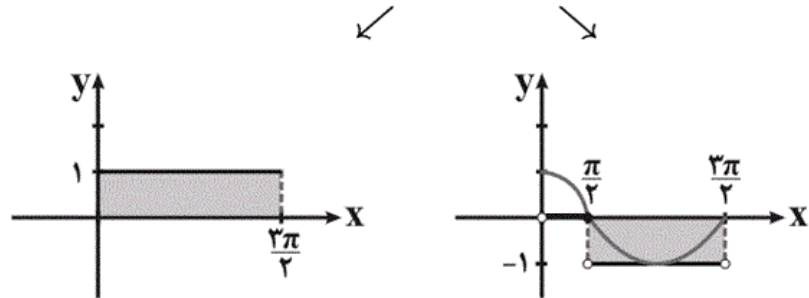
۳

۲

۱

می دانیم  $1 + \cos x = 2 \cos^2 \frac{x}{2}$  پس داریم:

$$\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1}{2} [1 + \cos x] dx = \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1}{2} (1) dx + \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \frac{1}{2} [\cos x] dx$$



$$= 1 \times \frac{3\pi}{2} + (-1 \times \pi) = \frac{\pi}{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\int \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 2x + 1} dx = \int \frac{(x-1)^2 + 4}{(x-1)^2} dx$$

$$= \int \left(1 + \frac{4}{(x-1)^2}\right) dx = \int (1 + 4(x-1)^{-2}) dx = x + \frac{4(x-1)^{-1}}{-1} + C$$

$$= x - \frac{4}{x-1} + C = \frac{x^2 - x - 4}{x-1} + C \Rightarrow f(x) = -x - 4$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\text{مساحت مورد نظر} = (2 \times 4) - ((1 \times 1) + \int_1^4 \sqrt{x} dx)$$

$$= 8 - (1 + \frac{14}{3}) = 8 - \frac{17}{3} = \frac{24 - 17}{3} = \frac{7}{3}$$

توجه کنید که:

$$\int_1^4 \sqrt{x} dx = \left[ \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \right]_1^4 = \frac{2}{3} (4^{\frac{3}{2}} - 1) = \frac{2}{3} \times 7 = \frac{14}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

۸۸- گزینه «۴»

(امیرحسین تقی زاده)

$$F(x) = \int (\tan^2 x + \frac{2 \tan x \cot x}{2} + \cot^2 x) dx$$

$$= \int ((1 + \tan^2 x) + (1 + \cot^2 x)) dx$$

$$= \tan x - \cot x + C \xrightarrow{F(\frac{\pi}{4}) = \sqrt{3}} 1 - 1 + C = \sqrt{3} \Rightarrow C = \sqrt{3}$$

$$F(x) = \tan x - \cot x + \sqrt{3} \Rightarrow F(\frac{\pi}{6}) = \tan \frac{\pi}{6} - \cot \frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3} - \sqrt{3} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

(امیرحسین تقی زاده)

$$\int \frac{e^x}{e^{2x}} dx + \int \frac{e^{-x}}{e^{2x}} dx = \int e^{-x} dx + \int e^{-3x} dx$$

$$= -e^{-x} - \frac{1}{3} e^{-3x} + C = e^{-x} \left(-1 - \frac{1}{3} e^{-2x}\right) + C$$

$$= e^{-x} \left(-1 - \frac{1}{3e^{2x}}\right) + C$$

$$\begin{cases} A = -1 \\ B = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow A + B = -\frac{4}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(محمد کریمی)

$$F'(x) = x^2 e^x \Rightarrow F'(1) = e$$

(ریاضی عمومی، صفحه ۱۶۳)

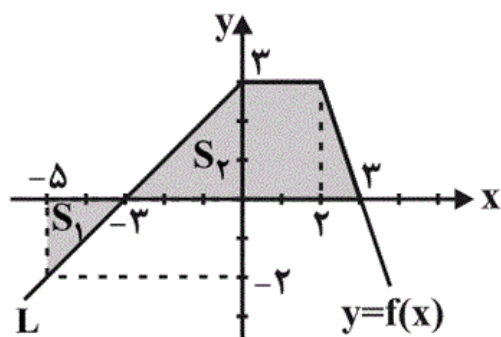
۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به نمودار داریم:



$$L: y - 3 = \frac{3 - 0}{0 - (-3)}(x - 0) \Rightarrow L: y = x + 3$$

$$\xrightarrow{x=-5} y = -5 + 3 = -2$$

$$\int_{-5}^2 f(x) dx = -S_1 + S_2 = -\frac{2 \times 2}{2} + \frac{(2+6)(3)}{2}$$

$$= -2 + 12 = 10$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۲ و ۱۵۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\int_1^4 \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\sqrt{x}} dx = \int_1^4 \frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$= \int_1^4 \left( \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \right) dx$$

$$= \int_1^4 \left( x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}} - 2 \right) dx = \left( \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}} - 2x \right) \Big|_1^4$$

$$= \left( \frac{2}{3} \times 8 + 4 - 8 \right) - \left( \frac{2}{3} + 2 - 2 \right) = \frac{2}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۹۳- گزینه «۲»

(سراسری، اقل کشور، ۹۸)

برای به دست آوردن مساحت ناحیه سایه زده، کافی است حاصل انتگرال

$$\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{2}{x^2} dx \text{ را به دست آوریم:}$$

$$\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{2}{x^2} dx = \int_{\frac{1}{2}}^2 2x^{-2} dx = -\frac{2}{x} \Big|_{\frac{1}{2}}^2 = \left(-\frac{2}{2}\right) - \left(-\frac{2}{\frac{1}{2}}\right) = -1 + 4 = 3$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

۹۴- گزینه «۱»

(سراسری خارج از کشور، ۹۶)

$$\begin{aligned} \int \frac{x-1}{x^3} dx &= \int \left(\frac{x}{x^3} - \frac{1}{x^3}\right) dx = \int \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right) dx \\ &= \int (x^{-2} - x^{-3}) dx = \frac{x^{-1}}{-1} - \frac{x^{-2}}{-2} + C \\ &= \frac{-1}{x} + \frac{1}{2x^2} + C = \frac{1}{2x^2} (-2x + 1) + C \\ &= \frac{1}{2x^2} f(x) + C \Rightarrow f(x) = -2x + 1 \end{aligned}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

۹۵- گزینه «۲»

(سراسری خارج از کشور، ۹۵ تجربی)

$$\begin{aligned} \int_{-1}^2 [x] |x| dx &= \int_{-1}^0 [x] |x| dx + \int_0^1 [x] |x| dx \\ &+ \int_1^2 [x] |x| dx = \int_{-1}^0 x dx + \int_0^1 0 \times x dx + \int_1^2 x dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 \Big|_{-1}^0 + \frac{1}{2} x^2 \Big|_1^2 = \left(0 - \frac{1}{2}\right) + \left(2 - \frac{1}{2}\right) = 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵۷ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

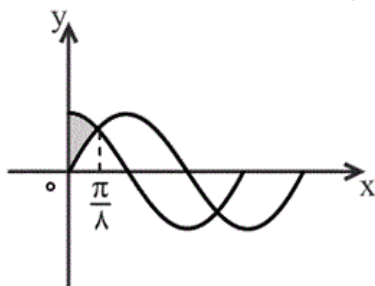
۱

۹۶- گزینه «۴»

(سراسری تهرمی - ۸۰)

برای محاسبه‌ی مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده، حدود تغییرات  $x$  را مشخص می‌کنیم، نقطه تلاقی با کم‌ترین طول مثبت را در نظر می‌گیریم.

$$\sin 2x = \cos 2x \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$



پس باید، مساحت محصور بین دو

منحنی و محور  $y$  ها را در فاصله

$$\left[0, \frac{\pi}{8}\right] \text{ حساب کنیم:}$$

$$S = \left| \int_a^b (y_1 - y_2) dx \right| = \left| \int_0^{\frac{\pi}{8}} (\cos 2x - \sin 2x) dx \right|$$

$$S = \left| \left( \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{8}} \right| = \left| \left( \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) - \left( 0 + \frac{1}{2} \right) \right|$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

۹۷- گزینه «۳»

(سراسری تهرمی - ۸۳)

محل برخورد خط با محور  $x$  ها  $2 - x = 0 \Rightarrow x = 2$

(با توجه به شکل قابل قبول نیست.)  $x^2 = 2 - x \Rightarrow x = 1, x = -2$

$$S = \int_0^1 x^2 dx + \int_1^2 (2 - x) dx$$

$$S = \frac{1}{3} x^3 \Big|_0^1 + \left( 2x - \frac{1}{2} x^2 \right) \Big|_1^2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

۹۸- گزینه «۳»

(سراسری تهرپی - ۱۷)

می‌دانیم:  $\int_a^a f(x) dx = 0$  و همچنین:

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt \Rightarrow g'(x) = f(x)$$

$$y' = G(x) + xG'(x) \Rightarrow y'_+(2) = G(2) + 2G'_+(2)$$

$$y'_+(2) = 0 + 2 \times \frac{2}{\sqrt{1+8}} = \frac{4}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه ۱۶۳)

۴

۳

۲

۱

۹۹- گزینه «۳»

(سراسری تهرپی قارج از کشور - ۹۲)

حاصل خواسته شده، مساحت نیم‌دایره به شعاع ۲ است، پس:

$$\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} = \frac{1}{2}(\pi(2)^2) = 2\pi$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۶۵)

۴

۳

۲

۱

۱۰۰- گزینه «۱»

(سراسری تهرپی قارج از کشور - ۸۶)

با استفاده از اتحاد  $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$  خواهیم داشت:

$$\int \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} dx = \int \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} dx$$

$$= \int (1 + \cos x) dx = \int dx + \int \cos x dx = x + \sin x + c$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۹ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲

۱

