

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)



<https://t.me/riazisara>

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی پایه سال چهارم ، احتمال مقدماتی - ۱۰ سوال -

۸۱- اگر فضای نمونه‌ای در پرتاب سه سکه سالم با هم، a عضو و فضای نمونه‌ای پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با هم، b عضو داشته باشد،

حاصل $a + b$ کدام است؟

۲۲ (۴)

۱۸ (۳)

۱۴ (۲)

۲۰ (۱)

۸۲- نتایج حاصل از ۶۰ بار پرتاب یک تاس سالم در جدول زیر آمده است. اختلاف تخمین احتمال تجربی ظاهر شدن یک عدد اول از احتمال

عدد رو شده	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی	۱۰	۹	۱۲	۱۳	۷	۹

نظری ظاهر شدن یک عدد اول چه قدر است؟

$\frac{1}{20}$ (۲)

$\frac{1}{15}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{30}$ (۳)

۸۳- تاسی را دو بار می‌اندازیم. احتمال آن که مجموع دو عدد ظاهر شده حداکثر ۹ باشد، کدام است؟

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{5}{7}$ (۳)

$\frac{9}{10}$ (۲)

$\frac{7}{12}$ (۱)

۸۴- از بین ۴ مهره آبی و ۳ مهره قرمز، ۳ مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم، احتمال آن که فقط دو مهره آبی انتخاب شده باشد، کدام است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{13}{35}$ (۳)

$\frac{18}{35}$ (۲)

$\frac{1}{7}$ (۱)

۸۵- شخصی در یک آزمون استخدامی شرکت می‌کند. اگر نسبت احتمال استخدام شدن او به احتمال استخدام نشدن او $\frac{5}{12}$ باشد، احتمال

استخدام شدن او چه قدر است؟

- (۱) $\frac{5}{12}$ (۲) $\frac{7}{12}$ (۳) $\frac{12}{17}$ (۴) $\frac{5}{17}$

۸۶- از ۷۲ بار پرتاب یک تاس ۱۸ بار عدد رو شده بزرگتر از ۴ است. احتمال نظری پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۴ با تخمین احتمال پیشامد

رو شدن عددی بزرگتر از ۴ چه قدر اختلاف دارد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۸۷- در یک جعبه ۵ لامپ سالم و ۴ لامپ ناسالم وجود دارد. به تصادف دو لامپ باهم بیرون می‌آوریم، چه قدر احتمال دارد یک لامپ سالم و یک

لامپ ناسالم باشد؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{7}{9}$

۸۸- صفحه دایره‌ای شکل با عقربه‌ای در مرکز را به ۲۰ قسمت مساوی از شماره‌های ۱ تا ۲۰ تقسیم کرده‌ایم. صفحه را می‌چرخانیم و عقربه به‌طور

تصادفی عددی را نشان می‌دهد. با کدام احتمال عقربه عددی مضرب ۳ را نشان می‌دهد؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۸۹- با توجه به جدول زیر، اگر بخواهیم یکی از کارکنان اداره‌ای را برای مأموریت انتخاب کنیم، با کدام احتمال این شخص مرد بوده و بیش‌تر از

سن	جنسیت	
	مرد	زن
کم‌تر از ۳۵ سال	۱۲	۱۶
بیش‌تر از ۳۵ سال	۱۵	۱۷

۳۵ سال سن دارد؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) $\frac{1}{25}$

- (۳) $\frac{1}{34}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۹۰- در کیسه A پنج گوی به شماره‌های ۱, ۲, ۳, ۴, ۵ و در کیسه B سه گوی به شماره‌های ۱, ۳, ۵ وجود دارد. از هر کیسه یک گوی به تصادف

انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که عدد گوی‌های خارج شده از هر دو کیسه یکسان باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

ریاضی ۱، معادله‌ی درجه دوم و حل آنها - سوال ۳ -

۹۶- به ازای کدام مقدار m معادله $mx^2 - x + 1 = 0$ جواب حقیقی ندارد؟

- (۱) $m < \frac{1}{12}$ (۲) $m > \frac{1}{12}$ (۳) $m = \frac{1}{12}$ (۴) $-1 < m < 12$

۹۷- برای حل معادله درجه دوم $4x^2 - 10x - 4 = 0$ به روش مربع کامل، معادله را به کدام صورت می‌توانیم بنویسیم؟

- (۱) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$ (۲) $\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$ (۳) $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ (۴) $\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$

۹۸- ریشه‌های کدام معادله عکس یک‌دیگرند؟

- (۱) $3x^2 - 5x + 2 = 0$ (۲) $-x^2 - 2x + 3 = 0$ (۳) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ (۴) $2x^2 + 3x + 1 = 0$

ریاضی ۱، نامعادلات درجه ی اول - سوال ۲ -

۹۹- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-1}{4}$ روی محور اعداد کدام است؟



۱۰۰- اشتراک جواب‌های نامعادله‌های $\frac{2}{3}x - 1 \geq -\frac{2}{3}$ و $x - 1 \leq 0/5$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ (۲) $x < \frac{1}{2}$ (۳) $x > \frac{1}{2}$ (۴) $x = \frac{1}{2}$

ریاضی ۱، عبارت های گویا - سوال ۵ -

۹۱- حاصل عبارت $A = 2(2 + \sqrt{20}) + \frac{2}{2 - \sqrt{5}}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) -1 (۴) 4

۹۲- حاصل عبارت $\left(\frac{x^3 - y^3}{(x-y)^2(x+y)} - \frac{x^3 + y^3}{(x+y)^2(x-y)} \right) \times \frac{x^2 - y^2}{xy}$ برابر با کدام گزینه است؟ (همه عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- (۱) $2xy$ (۲) 2 (۳) $\frac{xy}{2}$ (۴) $\frac{2}{xy}$

۹۳- ساده شده عبارت $\left(1 + \frac{3x}{x^2 - 4} \right) \div \left(\frac{x+4}{x+2} \right)$ کدام است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند.)

- (۱) $\frac{x+1}{x+2}$ (۲) $\frac{x-1}{x-2}$ (۳) $\frac{x+2}{x-1}$ (۴) $\frac{x+1}{x-2}$

۹۴- در تقسیم $x^3 - 2x + 1$ بر $x + 2$ ، مقدار خارج قسمت به ازای $x = -1$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 3 (۳) 5 (۴) -1

۹۵- ساده شده عبارت $A = \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x} - 1}$ همواره کدام است؟ ($x \neq 1$)

- (۱) $\sqrt{x} + 1$ (۲) $\frac{\sqrt{x} + 1}{x + 1}$ (۳) $\sqrt{x} - 1$ (۴) $\frac{\sqrt{x} + 1}{x - 1}$

ریاضی ۳، معادله و تابع‌های درجه‌ی دوم - ۶ سوال -

۱۰۱- معادله $x^2 + 2x + 6 = 0$ دارای ...

- (۱) دو جواب حقیقی مختلف‌العلامت است. (۲) جواب حقیقی مضاعف است.
(۳) جواب حقیقی نیست. (۴) دو جواب حقیقی متمایز و مثبت است.

۱۰۲- به ازای کدام مقدار m ، معادله درجه دوم $2x^2 - 2x + m - 2 = 0$ فقط یک جواب دارد؟

- (۱) 3 (۲) $2/5$ (۳) $3/5$ (۴) 4

۱۰۳- اگر در معادله درجه دوم $x^2 - m^4x + \frac{1}{m^2} = 0$ ، x_1 و x_2 جواب‌های معادله باشند، حاصل عبارت $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ همواره کدام است؟

- (۱) m^6 (۲) m^2 (۳) $m^6 - 2$ (۴) $m^{10} - 2$

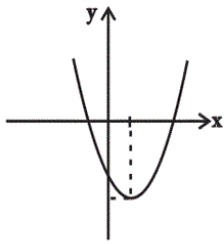
۱۰۴- مجموع جواب‌های معادله کسری $\frac{2x+3}{x-1} - \frac{2x-3}{x+1} = \frac{10}{x^2-1}$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) معادله فاقد جواب حقیقی است.

۱۰۵- حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله رادیکالی $\sqrt{x-3} - x + 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) $\sqrt{3}$
(۳) معادله فاقد جواب حقیقی است.
(۴) ۲۵

۱۰۶- کدام گزینه در مورد شکل مقابل مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ درست است؟



- (۱) $a > 0, b < 0, c < 0$
(۲) $a < 0, b > 0, c > 0$
(۳) $a > 0, b < 0, c > 0$
(۴) $a > 0, b > 0, c < 0$

ریاضی ۳، ترکیبیات - ۴ سوال -

۱۰۷- در یک کیسه ۳ مهره آبی، ۴ مهره قرمز و ۳ مهره سیاه قرار دارد. به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد به طوری که حداقل دو مهره سیاه باشد؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۲۱
(۳) ۲۲
(۴) ۲۴

۱۰۸- با ارقام ۳، ۴، ۶، ۸، ۱، ۳ چند جایگشت پنج رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت که در آن ارقام فرد کنار هم باشند؟

- (۱) ۳۸
(۲) ۴۲
(۳) ۴۸
(۴) ۵۲

۱۰۹- اگر $P(n, 2) - C(n, 2) = 36$ باشد، حاصل $C(n, 3)$ کدام است؟

- (۱) ۷۲
(۲) ۸۴
(۳) ۹۶
(۴) ۱۰۸

۱۱۰- چند جایگشت چهار حرفی با حروف کلمه TEHRAN می‌توان نوشت که شامل هر دو حرف T و N باشد؟ (بدون تکرار)

- (۱) ۱۴۴
(۲) ۱۰۸
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۷۲

-۸۱

(مهمر بصیرایی)

در پرتاب هر سکه سالم دو حالت اتفاق می افتد، بنابراین فضای نمونه‌ای در پرتاب سه سکه سالم برابر است با:

$$n(S_1) = 2 \times 2 \times 2 = 8 \Rightarrow a = 8$$

در پرتاب هر سکه سالم دو حالت و در پرتاب هر تاس شش حالت اتفاق می افتد بنابراین، در پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با هم داریم:

$$n(S_2) = 2 \times 6 = 12 \Rightarrow b = 12 \Rightarrow a + b = 8 + 12 = 20$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(مهمر بصیرایی)

از میان اعداد روی تاس، اعداد ۲، ۳ و ۵ اول هستند.

$$\text{فراوانی ظاهر شدن عدد اول} = 9 + 12 + 7 = 28$$

$$\text{احتمال تجربی ظاهر شدن عدد اول} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

$$\text{احتمال نظری ظاهر شدن عدد اول} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\text{اختلاف مورد نظر} = \frac{1}{2} - \frac{7}{15} = \frac{15 - 14}{30} = \frac{1}{30}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱

از پیشامد مکمل استفاده می‌کنیم، پیشامد «مجموع دو عدد ظاهر شده بزرگ‌تر یا مساوی ۱۰ باشد» را A' در نظر می‌گیریم:

$$A' = \{(4,6), (6,4), (5,5), (5,6), (6,5), (6,6)\}$$

$$\Rightarrow n(A') = 6$$

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$n(S) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{3 \times 2 \times 1 \times 4!} = 35$$

انتخاب سه مهره با شرط داده شده یعنی ۲ مهره آبی از ۴ مهره آبی و ۱ مهره قرمز از ۳ مهره قرمز، برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} \binom{4}{2} &= \frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 6 \\ \binom{3}{1} &= \frac{3!}{2! \times 1!} = \frac{3 \times 2!}{2! \times 1} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 6 \times 3 = 18$$

$$\Rightarrow P = \frac{18}{35}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)} = \frac{5}{12}$$

$$\Rightarrow 12P(A) = 5 - 5P(A) \Rightarrow 17P(A) = 5 \Rightarrow P(A) = \frac{5}{17}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$P = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4}$$

(تخمین احتمال)

$$A = \{5, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$$

۴ عدد بزرگتر از ۴

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

(فضای نمونه‌ای)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(احتمال نظری)

$$\Rightarrow \text{اختلاف احتمال نظری و تجربی} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$n(S) = \binom{9}{2}, \quad n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{4}{1}$$

$$P(A) = \frac{\binom{5}{1} \times \binom{4}{1}}{\binom{9}{2}} = \frac{5 \times 4}{\frac{9!}{2! \times 7!}} = \frac{20}{\frac{9 \times 8 \times 7!}{2 \times 1 \times 7!}} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کوروش داوری)

$$n(S) = 20$$

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\} \Rightarrow n(A) = 6$ (اعدادی که مضرب ۳ هستند)

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{20} = 0.3$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمیدرضا سجودی)

پیشامد «مرد و بیش‌تر از ۳۵ سال» را A در نظر می‌گیریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} n(S) = 12 + 16 + 15 + 17 = 60 \\ n(A) = 15 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمیدرضا سجودی)

$$\left\{ \begin{array}{l} n(S) = 5 \times 3 = 15 \\ A = \{(1,1), (3,3), (5,5)\} \Rightarrow n(A) = 3 \end{array} \right.$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

(ریاضی پایه، احتمال مقدماتی، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ باشد، معادله درجه دوم جواب حقیقی ندارد. بنابراین:

$$(-1)^2 - 4 \times 3m \times 1 < 0$$

$$\Rightarrow 1 - 12m < 0 \Rightarrow -12m < -1 \Rightarrow m > \frac{1}{12}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا باید ضریب x^2 برابر ۱ شود، بنابراین طرفین معادله را بر ۴ تقسیم می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\div 4} x^2 - \frac{5}{2}x = -1$$

نصف ضریب x برابر با $\left(\frac{-\frac{5}{2}}{2} = -\frac{5}{4}\right)$ است، پس $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$ را به

طرفین اضافه می‌کنیم:

$$x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = -1 + \frac{25}{16}$$

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۴ و ۱۸۵)

۴

۳✓

۲

۱

در گزینه «۳» داریم:

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4(2)(2) = 25 - 16 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-5) \pm \sqrt{9}}{2 \times 2} = \begin{cases} \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2 \\ \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دو و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۹

(لیلا حاجی‌علیا)

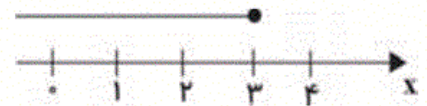
$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-1}{4}$$

طرفین نامعادله را در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$\Rightarrow 12\left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) \geq 12\left(\frac{x-1}{4}\right) \Rightarrow 6x - 4x \geq 3(x-1)$$

$$\Rightarrow 2x \geq 3x - 3 \Rightarrow -x \geq -3$$

$$\Rightarrow x \leq 3$$



(ریاضی (۱)، نامعادلات درجه اول، صفحه‌های ۱۹۴ تا ۲۰۰)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۰

(مهید خدایی)

$$\frac{2}{3}x - 1 \geq -\frac{2}{3} \xrightarrow{\times 3} 2x - 3 \geq -2 \Rightarrow 2x \geq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

$$x - 1 \leq 0/5 \Rightarrow x - 1 \leq \frac{1}{5} \Rightarrow x \leq 1 + \frac{1}{5} \Rightarrow x \leq \frac{6}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{6}{5}$$

(ریاضی (۱)، نامعادلات درجه اول، صفحه‌های ۱۹۴ تا ۲۰۰)

۴

۳

۲

۱✓

ابتدا کسر $\frac{2}{2-\sqrt{5}}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{2}{2-\sqrt{5}} \times \frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}} = \frac{2(2+\sqrt{5})}{4-5} = \frac{4+2\sqrt{5}}{-1} = -4-2\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow 2(2+\sqrt{20}) + \frac{2}{2-\sqrt{5}} = 4+4\sqrt{5} + (-4-2\sqrt{5})$$

$$= 4+4\sqrt{5}-4-2\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۷۲ تا ۱۷۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left(\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x-y)^2(x+y)} - \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)^2(x-y)} \right) \times \frac{x^2-y^2}{xy}$$

$$= \left(\frac{x^2+xy+y^2}{(x-y)(x+y)} - \frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x-y)} \right) \times \frac{(x-y)(x+y)}{xy}$$

$$= \left(\frac{x^2+xy+y^2-x^2+xy-y^2}{(x-y)(x+y)} \right) \times \frac{(x-y)(x+y)}{xy}$$

$$= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{xy} = 2$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۶۱ تا ۱۷۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مجموعه فدرایی)

$$\left(1 + \frac{3x}{x^2 - 4}\right) \div \left(\frac{x+4}{x+2}\right) = \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 4} \times \frac{x+2}{x+4}$$

$$= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x+2}{x+4} = \frac{x-1}{x-2}$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۶۳ تا ۱۶۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مجموعه بصیرایی)

$$x^3 - 2x + 1 \left| \begin{array}{l} x+2 \\ \hline x^2 - 2x + 2 \end{array} \right. \xrightarrow{x=-1} (-1)^2 - 2(-1) + 2 = 5$$

$$\begin{array}{r} -(x^3 + 2x^2) \\ \hline -2x^2 - 2x + 1 \\ -(-2x^2 - 4x) \\ \hline 2x + 1 \\ -(2x + 4) \\ \hline -3 \end{array}$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۷۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مجموعه بصیرایی)

$$A = \frac{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+1-x}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{x-1}$$

(ریاضی (۱)، عبارت‌های گویا، صفحه‌های ۱۷۲ تا ۱۷۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$x^2 + 2x + 6 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 6 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(1)(6) = 4 - 24 = -20 < 0$$

در نتیجه، معادله دارای جواب حقیقی نیست.

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، $\Delta = b^2 - 4ac = 0$

باشد، معادله یک جواب (ریشهٔ مضاعف) به صورت $x = \frac{-b}{2a}$ دارد.

$$2x^2 - 2x + m - 2 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \\ c = m - 2 \end{cases}$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(2)(m - 2) = 0$$

$$4 - 8m + 16 = 0$$

$$-8m = -20 \Rightarrow m = \frac{20}{8} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$x^2 - m^f x + \frac{1}{m^2} = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = -m^f \\ c = \frac{1}{m^2} \end{array} \right.$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = \frac{m^f}{1} = m^f$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{m^2}}{1} = \frac{1}{m^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} &= \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} \\ &= \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{(m^f)^2}{\frac{1}{m^2}} - 2 = m^{10} - 2 \end{aligned}$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{cases} x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \\ x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1 \\ x^2-1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1 \end{cases} \Rightarrow \text{دامنه معادله} = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$\frac{(2x+3)(x+1)-(x-1)(2x-3)}{(x-1)(x+1)} = \frac{10}{\underbrace{x^2-1}_{(x-1)(x+1)}}$$

$$\frac{2x^2 + 2x + 3x + 3 - 2x^2 + 3x + 2x - 3}{(x-1)(x+1)} = \frac{10}{(x-1)(x+1)}$$

$$\Rightarrow 10x = 10 \Rightarrow x = 1 \text{ غ ق ق}$$

معادله فاقد جواب حقیقی است.

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\sqrt{x-3} - x + 2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x-3} = x - 2$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله را به توان دو می‌رسانیم.}} x-3 = (x-2)^2 \Rightarrow x-3 = x^2 - 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 7 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4(1)(7) = 25 - 28 = -3 < 0$$

چون $\Delta < 0$ (مبتین) است، بنابراین معادله فاقد جواب حقیقی است.

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۷۱ و ۷۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۰۶

(مفهم بفیرایی)

با توجه به شکل داریم:

$$a > 0 \Rightarrow \text{دهانه سهمی رو به بالا}$$

$$c < 0 \Rightarrow \text{محل برخورد با محور } y \text{ ها منفی}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} > 0 \\ a > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow b < 0$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۷

(مفهم بفیرایی)

$$\begin{aligned} \text{پو مهره سیاه باشد} & \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} = 3 \times 7 = 21 \\ & \quad \Rightarrow 21 + 1 = 22 \\ \text{سه مهره سیاه باشد} & \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \times 1 = 1 \end{aligned}$$

(ریاضی سال سوم، ترکیبیات، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۸

(عمیرضا سبوری)

ارقام ۱ و ۳ را کنار هم قرار داده و آن‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم:

به‌طورکلی چهار شیء داریم پس ۴! جایگشت آن‌ها است. از طرفی ارقام ۱

و ۳ را به ۲! حالت می‌توان جابه‌جا نمود، بنابراین خواهیم داشت:

$$4! \times 2! = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 24 \times 2 = 48$$

(ریاضی سال سوم، ترکیبیات، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(لیلا فابی علیا)

$$P(n, 2) - C(n, 2) = 36 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{(n-2)!} - \frac{n \times (n-1) \times (n-2)!}{2 \times 1 \times (n-2)!} = 36$$

$$\Rightarrow n \times (n-1) - \frac{n \times (n-1)}{2} = 36$$

$$\Rightarrow \frac{2n(n-1) - n(n-1)}{2} = 36 \Rightarrow n(n-1) = 72$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 72 \Rightarrow n^2 - n - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (n-9)(n+8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=9 \\ n=-8 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n \text{ مثبت}} n=9$$

$$C(n, 3) = C(9, 3) = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3 \times 2 \times 1} = 84$$

(ریاضی سال سوم، ترکیبیات، صفحه‌های ۱۱۵ و ۱۲۰ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۱۰

(مهمر بفرایی)

کلمه TEHRAN شش حرف دارد.

T و N انتخاب شده‌اند از ۴ حرف دیگر دو حرف انتخاب می‌کنیم سپس

۴! جایگشت ۴ حرف انتخاب شده است، پس:

$$\binom{4}{2} \times 4! = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 144$$

(ریاضی سال سوم، ترکیبیات، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓