



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق - ۴ سوال -

۶۱- مقدار تابع $f(x) = \text{sign}(-x + 2) + 3[-x - 2]$ در نقطه $x = \frac{1}{2}$ برابر کدام گزینه است؟

۴) -۹

۳) -۸

۲) -۵

۱) -۶

۶۲- اگر $f(x) = \begin{cases} |2x^2 - 1| - \frac{1}{2}, & x < 1 \\ [\sqrt{x^2 - 1}] - 2, & x \geq 1 \end{cases}$ باشد، مقدار $f(0) + f(2)$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۴) $-\frac{3}{2}$

۳) $\frac{3}{2}$

۲) $-\frac{1}{2}$

۱) $\frac{1}{2}$

۶۳- در کدام گزینه، تابع قدرمطلق به درستی به تابع چند ضابطه‌ای تبدیل نشده است؟

$$y = 3 + |x - 2| = \begin{cases} x + 1, & x \geq 2 \\ 5 - x, & x < 2 \end{cases} \quad (۲)$$

$$y = |x - 1| = \begin{cases} x - 1, & x > 1 \\ 1 - x, & x \leq 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$y = -|x + 5| - 3 = \begin{cases} x + 2, & x \geq -5 \\ -x - 8, & x < -5 \end{cases} \quad (۴)$$

$$y = -|x| + 4 = \begin{cases} 4 - x, & x \geq 0 \\ 4 + x, & x < 0 \end{cases} \quad (۳)$$

۶۴- مساحت ناحیه‌ای که نمودار تابع $f(x) = -|x - 3| + 3$ با محور طول‌ها می‌سازد، کدام است؟

۴) ۱۲

۳) ۶

۲) ۹

۱) ۱۸

ریاضی و آمار ۲، اعمال بر روی توابع - ۶ سوال -

۶۵- اگر $f = \{(-1, 2), (2, -1), (3, -1)\}$ و $g = \{(3, 4), (2, 2), (1, -2)\}$ باشد، در این صورت تابع $f \times g$ کدام است؟

۲) $\{(2, -2), (3, -4), (1, -2)\}$

۱) $\{(2, -2), (3, -4)\}$

۴) $\{(4, -2), (9, -4)\}$

۳) $\{(4, -2), (9, -4), (-1, -4)\}$

۶۶- اگر $f = \{(5, -2), (3, 0), (0, -1), (6, 0), (2, 4)\}$ و $g = \{(3, 5), (6, -3), (0, 4), (5, 2)\}$ باشد، در این صورت حاصل ضرب

اعضای برد تابع $\frac{g}{f}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) -۴

۶۷- اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = -1$ با دامنه \mathbb{R} باشند، نمودار کدام یک از توابع زیر از همه نواحی دستگاه مختصات می‌گذرد؟

- (۱) $(f \times g)(x)$ (۲) $(f + g)(x)$ (۳) $(f - g)(x)$ (۴) $(\frac{f}{g})(x)$

۶۸- اگر $f_1(x) = x^2 - 1$ ، $f_2(x) = 2x + 1$ ، $f_3 = f_1 + f_2$ و $f_4 = \frac{f_3}{f_1}$ باشد، مقدار $f_4(2)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۳

۶۹- اگر $f(x) = [x] - 2$ با دامنه $1 \leq x < 2$ و $g(x) = |x| + 2$ با دامنه $1 \leq x \leq 3$ باشد، ضابطه و دامنه تابع $f + g$ کدام است؟

([]، نماد جزء صحیح است.)

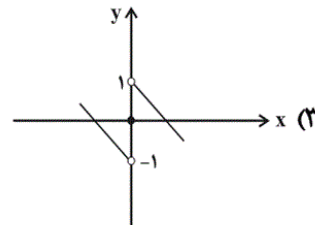
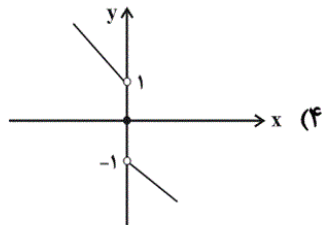
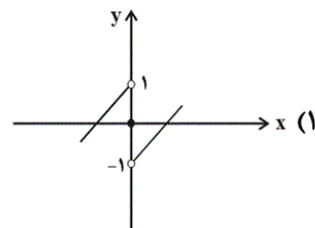
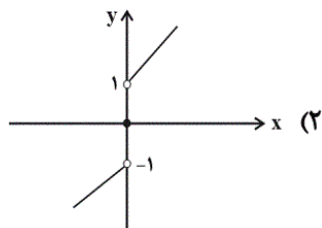
(۱) $\begin{cases} D_{f+g} = \{1 \leq x \leq 2\} \\ (f+g)(x) = x - [x] \end{cases}$

(۲) $\begin{cases} D_{f+g} = \{1 \leq x \leq 3\} \\ (f+g)(x) = |x| + [x] \end{cases}$

(۳) $\begin{cases} D_{f+g} = \{1 \leq x < 2\} \\ (f+g)(x) = x + 1 \end{cases}$

(۴) $\begin{cases} D_{f+g} = \{1 \leq x < 2\} \\ (f+g)(x) = [x] - x \end{cases}$

۷- اگر $f(x) = -x$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، نمودار تابع $f + g$ کدام گزینه خواهد بود؟



۶۱-

(امیر مهوریان، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۵ تا ۳۹)

برای محاسبه تابع علامت $(\text{sign}(x))$ باید مقدار ورودی تابع (x) را از لحاظ مثبت یا منفی بودن بررسی کنیم.

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow -x + 2 = -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} > 0 \Rightarrow \text{sign}(-x + 2) = 1$$

$$3[-x - 2] = 3[-\frac{1}{2} - 2] = 3[-\frac{5}{2}] = 3 \times (-3) = -9$$

$$\Rightarrow \text{sign}(-x + 2) + 3[-x - 2] = 1 - 9 = -8$$

۴

۳

۲

۱

۶۲-

(فرزاد روشنی، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۳۷ تا ۴۲)

چون $1 > 0$ است، پس برای محاسبه $f(0)$ از ضابطه بالایی استفاده می‌کنیم:

$$f(0) = \left| 2(0)^2 - 1 \right| - \frac{1}{2} = |0 - 1| - \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

و برای محاسبه $f(2)$ از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$f(2) = [\sqrt{2^2 - 1}] - 2 = [\sqrt{4 - 1}] - 2 = [\sqrt{3}] - 2 = [1/7] - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$\Rightarrow f(0) + f(2) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۴۰ تا ۴۲)

در تابع گزینه «۴» ریشه عبارت داخل قدر مطلق (-۵) است، لذا به کمک آن، تابع را

دو ضابطه‌ای می‌کنیم، اگر $x \geq -۵$ باشد، حاصل $(x+۵)$ نامنفی است، پس خودش از

قدر مطلق خارج می‌شود ولی اگر $x < -۵$ باشد، حاصل $(x+۵)$ منفی است و

قرینه‌اش از قدر مطلق خارج خواهد شد، لذا:

$$y = -|x+۵| - ۳ = \begin{cases} -x-۸ & , x \geq -۵ \\ x+۲ & , x < -۵ \end{cases}$$

۴ ✓

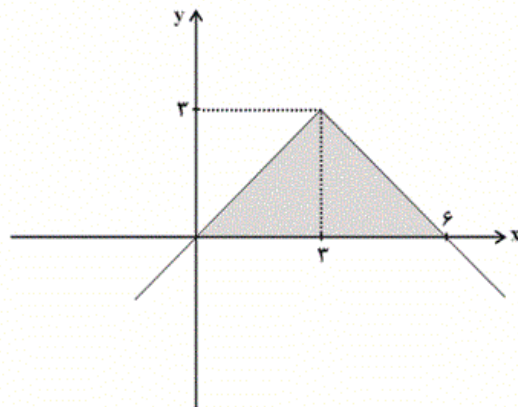
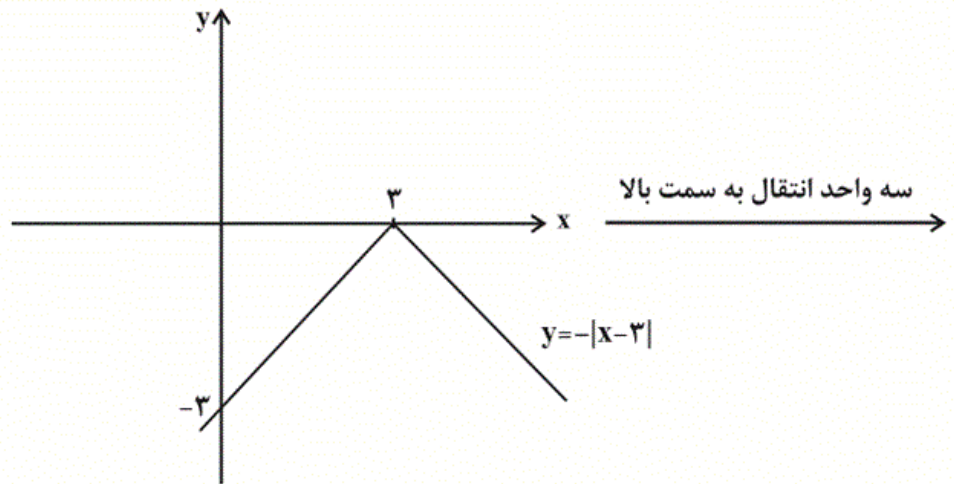
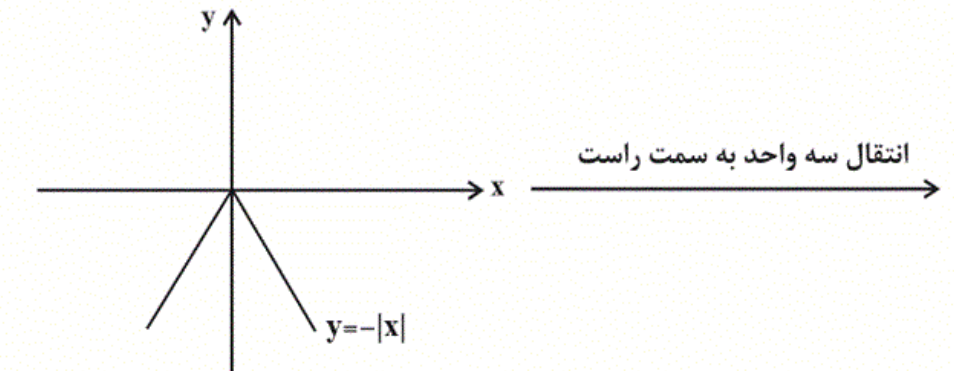
۳

۲

۱

(امیر محمودیان، توابع پلکانی و قدر مطلق، صفحه ۴۰ تا ۴۲)

برای رسم نمودار تابع $y = -|x - 3| + 3$ ابتدا نمودار $y = -|x|$ را رسم می‌کنیم. سپس نمودار را در راستای افقی ۳ واحد به سمت راست و در راستای عمودی ۳ واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم، داریم:



با توجه به شکل مساحت قسمت رنگی برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$$

۴

۳

۲ ✓

۱

دامنه تابع $f \times g$ از اشتراک دامنه هر دو تابع f و g بدست می‌آید، داریم:

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{-1, 2, 3\} \cap \{3, 2, 1\} = \{2, 3\}$$

$$f \times g = \{(2, (-1) \times 2), (3, (-1) \times 4)\} = \{(2, -2), (3, -4)\}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

دامنه تابع $\frac{g}{f}$ به صورت زیر بدست می‌آید، داریم:

$$D_{\frac{g}{f}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$\Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = \{3, 6, 0, 5\} \cap \{5, 3, 0, 6, 2\} - \{3, 6\} = \{3, 6, 0, 5\} - \{3, 6\} = \{0, 5\}$$

حال تابع $\frac{g}{f}$ را می‌یابیم:

$$\frac{g}{f} = \left\{ \left(0, \frac{g(0)}{f(0)} \right), \left(5, \frac{g(5)}{f(5)} \right) \right\} = \left\{ \left(0, \frac{4}{-1} \right), \left(5, \frac{2}{-2} \right) \right\}$$

$$= \{(0, -4), (5, -1)\}$$

پس حاصل ضرب اعضای برد تابع $\frac{g}{f}$ برابر است با:

$$(-4) \times (-1) = 4$$

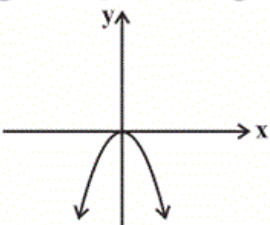
۴

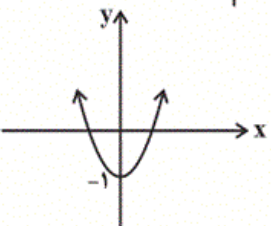
۳ ✓

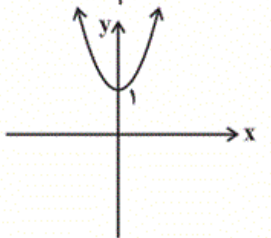
۲

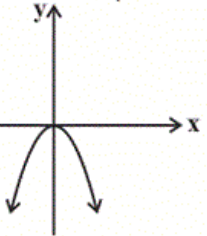
۱

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$۱) (f \times g)(x) = f(x) \times g(x) = (x^2)(-1) = -x^2 \Rightarrow$$


$$۲) (f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - 1 \Rightarrow$$


$$۳) (f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 + 1 \Rightarrow$$


$$۴) \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2}{-1} = -x^2 \Rightarrow$$


پس فقط نمودار گزینه «۲» از همه نواحی محورهای مختصات می‌گذرد.

۴

۳

۲ ✓

۱

$$f_1(x) = x^2 - 1, \quad f_2(x) = 2x + 1$$

$$f_3 = f_1 + f_2 \Rightarrow f_3(x) = x^2 - 1 + 2x + 1 = x^2 + 2x$$

$$f_4 = \frac{f_3}{f_1} \Rightarrow f_4(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1} \Rightarrow f_4(2) = \frac{2^2 + 2 \times 2}{2^2 - 1}$$

$$\Rightarrow f_4(2) = \frac{8}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، اعمال بر روی توابع، صفحه ۴۵ تا ۵۳)

دامنه: $D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1 \leq x < 2\}$

ضابطه: $(f+g)(x) = f(x) + g(x) = [x] - 2 + |x| + 2$

ولی می‌دانیم در فاصله $1 \leq x < 2$ ، مقدار x مثبت است پس $|x| = x$ ، ضمناً در فاصله $1 \leq x < 2$ داریم: $[x] = 1$ ، لذا ضابطه تابع $f+g$ به صورت زیر درمی‌آید:

$$(f+g)(x) = 1 - 2 + x + 2 = x + 1$$

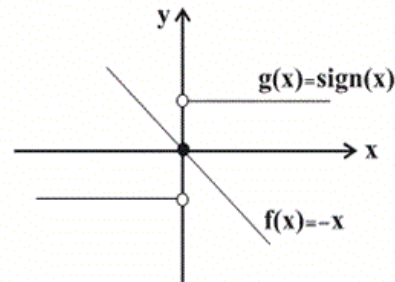
۴

۳ ✓

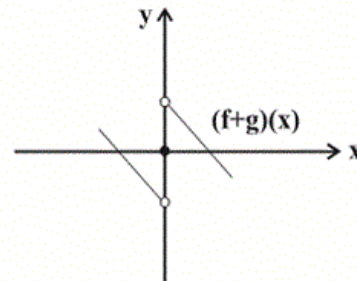
۲

۱

(امیر ورکیانی، اعمال بر روی توابع، صفحه ۴۵ تا ۵۳)

برای رسم نمودار تابع $f+g$ با توجه به نمودارهای $f(x) = -x$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ داریم:

برای رسم نمودار دقت کنید به‌ازای $x > 0$ در حقیقت یک واحد به‌عرض نقاط $f(x) = -x$ اضافه می‌شود و به‌ازای $x = 0$ مقدار $(f+g)(0) = 0$ است. به‌ازای $x < 0$ یک واحد از عرض از نقاط $f(x) = -x$ کاهش می‌یابد.



۴

۳ ✓

۲

۱