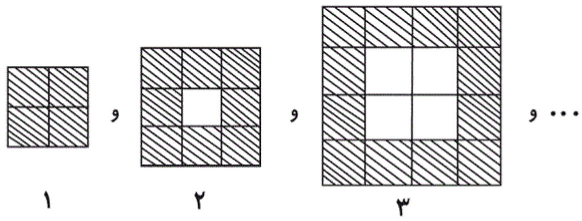
رياضي ۱ ، متمم یک مجموعه - ۱ سوال -

۵۱- از بین ۶۰ دانش‌آموز، ۳۵ نفر در کلاس طراحی و ۳۱ نفر در کلاس ورزشی شرکت‌کرده‌اند. اگر ۴۶ نفر حداقل در یکی از دو کلاس شرکت کرده باشند، چند نفر فقط در کلاس طراحی شرکت کرده‌اند؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۵ ۳) ۸ ۴) ۲۹

رياضي ۱ ، الگو و دنباله - ۱ سوال -

۵۲- در الگوی زیر، تعداد مربع‌های هاشور خورده در دهمین شکل چندتاست؟



۱) ۸۱
۲) ۳۰
۳) ۴۰
۴) ۶۴

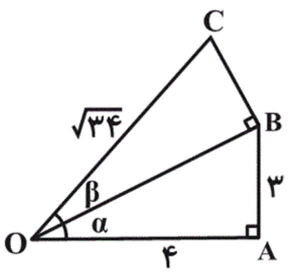
رياضي ۱ ، دنباله هاي حسابي و هندسي - ۱ سوال -

۵۳- در دنبالهٔ $-۱, \frac{۱}{۲}, -\frac{۱}{۴}, \frac{۱}{۸}, \dots$، چندمین جملهٔ دنباله برابر $-\frac{۱}{۲۵۶}$ است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

رياضي ۱ ، نسبت هاي مثلثاتي - ۱ سوال -

۵۴- با توجه به شکل زیر، حاصل عبارت $\tan\alpha + \cot\beta$ کدام است؟



۱) $\frac{۲۷}{۲۰}$
۲) $\frac{۱۳}{۲۵}$
۳) $\frac{۲۹}{۱۵}$
۴) $\frac{۲۹}{۱۲}$

رياضي ۱ ، دايره مثلثاتي - ۱ سوال

۵۵- معادلهٔ خطی که با خط $y = \sqrt{۳}x + ۴$ زاویهٔ ۳۰° می‌سازد و از نقطهٔ $(-۱,۱)$ می‌گذرد، کدام می‌تواند باشد؟

۱) $y = ۱$ ۲) $۳y - \sqrt{۳}x - (۳ + \sqrt{۳}) = ۰$ ۳) $y + \sqrt{۳}x + (\sqrt{۳} - ۱) = ۰$ ۴) $۳y - \sqrt{۳}x + (۳ + \sqrt{۳}) = ۰$

رياضي ۱ ، روابط بين نسبت هاي مثلثاتي - ۱ سوال

۵۶- اگر $\sin x + \cos x = \frac{۳}{۴}$ باشد، آنگاه حاصل $A = (۱ - \sin x)(۱ - \cos x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۱۵}{۳۲}$ ۳) $-\frac{۱}{۳۲}$ ۴) $-\frac{۱۵}{۳۲}$

رياضي ۱ ، ريشه و توان - ۱ سوال

۵۷- اگر ریشهٔ پنجم عدد x برابر $\frac{۳}{۲}$ و ریشهٔ سوم عدد y برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، حاصل‌ضرب ریشهٔ چهارم مثبت عدد y در ریشهٔ دوم مثبت عدد x کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}\sqrt[۴]{\frac{۳}{۲}}$ ۲) $\frac{۳}{۲}\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۳) $\frac{۳}{۲}\sqrt[۴]{\frac{۲۷}{۸}}$ ۴) $\frac{۹}{۴}\sqrt{\frac{۳}{۲}}$

رياضي ۱ ، توان هاي گويا - ۱ سوال

۵۸- حاصل ساده‌شدهٔ عبارت $(\sqrt[۳]{۲(۲-\sqrt{۳})})^{\frac{۲}{۳}}(\sqrt{۳}+۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲^۳}$ ۲) $\frac{۲}{۲^۳}$ ۳) $\frac{۱}{۲^۶}$ ۴) $\frac{۳}{۲^۲}$

رياضي ۱ ، عبارت هاي جبري - ۱ سوال

۵۹- در تساوی $\frac{۱}{\sqrt[۴]{x}-۱} + \frac{۲}{\sqrt{x}-۱} + \frac{۳}{x-۱} = \frac{۶+۳\sqrt{x}+A}{x-۱}$، عبارت A کدام است؟

۱) $\sqrt[۴]{x^۳}+\sqrt[۴]{x}$ ۲) $\sqrt[۴]{x^۳+x}$ ۳) $\sqrt[۴]{x^۳}+\sqrt{x}$ ۴) $\sqrt[۴]{x^۳}+۲\sqrt[۴]{x}$

رياضي ۱ ، معادله درجه دوم و روش هاي مختلف حل آن - ۱ سوال -

۶۰- اگر یکی از ریشه‌های معادله $(a-۱)x^۲-(a+۳)x+۴=۰$ برابر ۲ باشد، ریشهٔ دیگر آن کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) $-\frac{۳}{۲}$

رياضي ۱ ، سهمي - ۲ سوال -

۶۱- به ازای کدام مقادیر m، سهمی $y = (\frac{m}{۲}+۲)x^۲ - mx + \frac{m}{۲} - ۱$ همواره بالای محور x ها است؟

۱) $m > ۴$ ۲) $m > -۴$ ۳) $m < -۴$ ۴) $m < ۴$

۶۲- نقطهٔ (۲,۳) رأس یک سهمی درجه دوم است که نمودار آن، پاره‌خطی به طول ۶ روی محور x ها جدا می‌کند. نمودار این منحنی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۷}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

ریاضی ۱ ، تعیین علامت - ۴ سوال

۶۳- تعداد ضربان قلب یک ورزشکار، پس از x دقیقه تمرین سنگین از رابطهٔ $f(x) = ۲x^۲ - ۲۰x + ۷۲$ به دست می‌آید. در چه زمان‌هایی پس از یک تمرین سنگین، تعداد ضربان قلب از ۱۲۰ بیشتر است؟

۱) $x > ۶$
۲) $x > ۶$ یا $۰ < x < ۴$
۳) $x > ۱۲$
۴) $۶ < x < ۱۲$

۶۴- مجموعه جواب نامعادلهٔ $-۲ \le \left|\frac{x-۱}{۲} - ۱\right| < ۳$ به صورت بازهٔ (a,b) است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۶
۴) ۱۲

۶۵- به ازای چند مقدار صحیح برای m، نامساوی $\frac{۲x^۲ - ۵x + ۴}{-۲x^۲ + (m-۲)x - ۲} < ۰$ همواره برقرار است؟

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۶۶- نمودار $y = \sqrt{x^۲ - ۲x + ۱}$ در بازهٔ $(-\infty, a)$ بالاتر از نمودار $y = |x|$ قرار دارد، بیشترین مقدار a کدام است؟

۱) -۱
۲) صفر
۳) ۱
۴) $\frac{۱}{۲}$

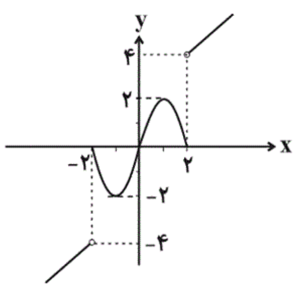
ریاضی ۱ ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۱ سوال

۶۷- کدام‌یک از رابطه‌های زیر تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که هر عدد را به ریشهٔ پنجم آن مرتبط می‌کند.
۲) رابطه‌ای که طول ضلع هر مثلث متساوی‌الاضلاع را به مساحت آن مرتبط می‌کند.
۳) رابطه‌ای که هر عدد مثبت را به ریشهٔ دوم آن مرتبط می‌کند.
۴) رابطه‌ای که مساحت هر مربع را به طول ضلع آن مرتبط می‌کند.

ریاضی ۱ ، دامنه و بردتابع - ۲ سوال

۶۸- در دامنهٔ تابع زیر، چند عدد صحیح وجود دارد که در برد تابع قرار نمی‌گیرد؟ (تابع بر حسب x است.)



۱) ۴
۲) ۲
۳) ۶
۴) بی‌شمار

۶۹- در یک تابع خطی داریم: $f(x) + f(-x) = ۸$ و $f(۴) = ۲f(۱)$، در این صورت $f(۱۰)$ کدام است؟

۱) ۱۲
۲) ۲۰
۳) ۱۸
۴) ۲۴

رياضي ۱ ، انواع تابع - ۱ سوال

۷۰- برد تابع با ضابطهٔ $f(x)=\begin{cases} x^{2}+1 & , x<0 \\ -|x+2| & , x\geq 0 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

۱) ۴

۲) ۳

۳) ۵

۴) بی‌شمار

هندسه ۱ ، استدلال - ۲ سوال -

۷۱- اگر فاصلهٔ محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث از رأس مقابل به ضلع کوچک‌تر، برابر $m-2$ و از رأس مقابل به ضلع متوسط، برابر $2m-9$ باشد، فاصلهٔ این نقطه از رأس مقابل به بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

۱) ۱۰

۲) ۷

۳) ۶

۴) ۵

۷۲- کدام‌یک از قضایای زیر دو شرطی نیست؟

۱) مثلث‌های همنهشت، زاویه‌های نظیر مساوی دارند.

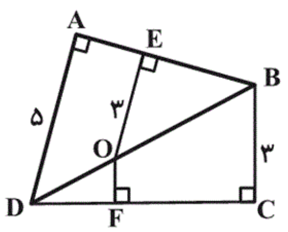
۲) زوایای مجاور هر متوازی الاضلاع مکمل یکدیگرند.

۳) در مثلث متساوی‌الساقین، نیمساز زاویهٔ رأس، ضلع مقابل آن را نصف می‌کند.

۴) هر نقطه روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.

هندسه ۱ ، قضیه تالس - ۱ سوال

۷۳- در شکل زیر، اندازهٔ OF کدام است؟



۱) ۱

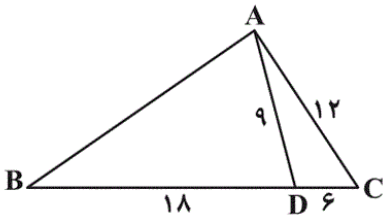
۲) ۱/۲

۳) ۱/۵

۴) ۱/۸

هندسه ۱ ، تشابه مثلث ها - ۲ سوال -

۷۴- در شکل مقابل محیط مثلث ABD کدام است؟



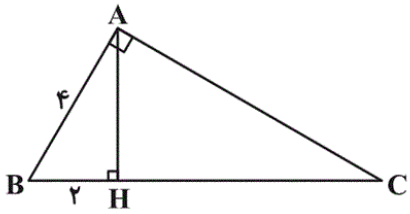
۱) ۵۰

۲) ۴۷

۳) ۵۴

۴) ۴۵

۷۵- مثلث ABC در رأس A قائمه است. مطابق شکل، اگر $AB = ۴$ و $BH = ۲$ باشد، طول میانهٔ وارد از رأس B بر ضلع AC کدام است؟



۱) $۴\sqrt{۳}$

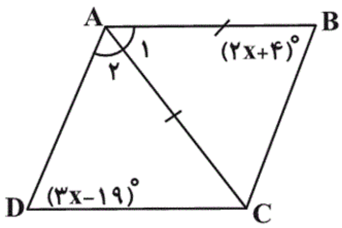
۲) ۸

۳) $۲\sqrt{۷}$

۴) ۱۰

هندسه ۱، چندضلعي ها و ويژگي هايي از آن ها - ۲ سوال

۷۶- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، $AB = AC$ است. اندازهٔ $\hat{A}_۱$، چند برابر $\hat{A}_۲$ است؟



۱) $\frac{۵}{۸}$

۲) $\frac{۸}{۵}$

۳) $\frac{۱۳}{۸}$

۴) $\frac{۱۳}{۵}$

۷۷- عکس کدام‌یک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

۱) در هر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به هر قاعده، هم‌اندازه‌اند.

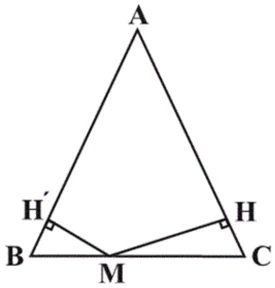
۲) در هر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، قطرها مساوی یکدیگرند.

۳) در هر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل هم هستند.

۴) در هر ذوزنقهٔ متساوی‌الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل هم هستند.

هندسه ۱، مساحت و كاربردهاي آن - ۳ سوال

۷۸- با توجه به شکل زیر، اگر مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC $(AB = AC = 6)$ برابر ۱۵ و $MH = 2MH'$ باشد، آنگاه طول MH کدام است؟



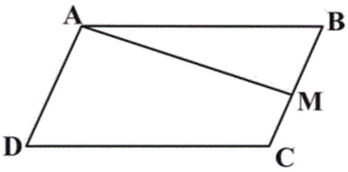
۱) $\frac{5}{3}$

۲) ۲/۵

۳) $\frac{10}{3}$

۴) ۵

۷۹- متوازی‌الاضلاع ABCD با مساحت ۲۴ واحد مربع و نقطهٔ M وسط ضلع BC مفروض‌اند. مساحت چهارضلعی AMCD کدام است؟



۱) ۱۶

۲) ۱۸

۳) ۲۰

۴) ۱۵

۸۰- مساحت یک مثلث شبکه‌ای برابر $\frac{7}{2}$ واحد است. حداکثر مجموع تعداد نقاط مرزی و داخلی این مثلث کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

۵۱- گزینهٔ «۲»

(مهسا زمانی)

A : شرکت کنندگان در کلاس طراحی

B : شرکت کنندگان در کلاس ورزشی

$n(A)=۳۵ \quad , \quad n(B)=۳۱$

$n(A\cup B)=۴۶ \quad , \quad n(U)=۶۰$

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$

$\Rightarrow ۴۶=۳۵+۳۱-n(A\cap B)$

$\Rightarrow n(A\cap B)=۲۰$

$n(A-B)=n(A)-n(A\cap B)=۳۵-۲۰=۱۵$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۵۲- گزینهٔ «۳»

(مهسا زمانی)

راه حل اول:

a_n = تعداد مربع‌های هاشورخورده = تعداد کل مربع‌ها ـ تعداد مربع‌های سفید

$a_n=(n+۱)^۲-(n-۱)^۲=۴n$

$\Rightarrow a_{۱۰}=۴\times ۱۰=۴۰$

راه حل دوم:

$a_۱=۴ \ , a_۲=۸ , \quad a_۳=۱۲$

$\Rightarrow a_n=۴n \Rightarrow a_{۱۰}=۴\times ۱۰=۴۰$

(مجموعه، الگو و دنباله، مشابه کار در کلاس، صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۳- گزینهٔ «۳» (مهسا زمانی)

$$t_۱=-۱, t_۲=\frac{۱}{۲}, t_۳=-\frac{۱}{۴}, t_۴=\frac{۱}{۸}$$

با توجه به این که $\frac{t_۲}{t_۱}=\frac{t_۳}{t_۲}=-\frac{۱}{۲}$، این دنباله یک دنبالهٔ هندسی است و قدرنسبت آن $-\frac{۱}{۲}$ است، پس جملهٔ عمومی این دنباله به صورت زیر است:

$$t_n=-(-\frac{۱}{۲})^{n-۱} \Rightarrow -(-\frac{۱}{۲})^{n-۱}=-\frac{۱}{۲۵۶}=-(-\frac{۱}{۲})^۸ \Rightarrow n-۱=۸ \Rightarrow n=۹$$

پس نهمین جمله برابر با $-\frac{۱}{۲۵۶}$ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۵۴- گزینهٔ «۴» (سینا محمدپور)

با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث OAB داریم:

$$OA^۲+AB^۲=OB^۲ \Rightarrow ۴^۲+۳^۲=OB^۲ \Rightarrow OB=۵$$

بنابراین در مثلث قائم‌الزاویهٔ OBC نیز داریم:

$$OB^۲+BC^۲=OC^۲ \Rightarrow BC^۲=OC^۲-OB^۲$$

$$\Rightarrow BC^۲=۳۴-۲۵ \Rightarrow BC=۳$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۵۵- گزینهٔ «۲» (علی ارجمند)

$$y=\sqrt{۳}x+۴ \Rightarrow \tan\alpha=\sqrt{۳} \Rightarrow \alpha=۶۰^\circ$$

با توجه به اینکه خط موردنظر با این خط زاویهٔ ۳۰° می‌سازد، پس خط موردنظر با جهت مثبت محور x ها زاویهٔ ۳۰° یا ۹۰° دارد. در نتیجه:

$\alpha'=۹۰^\circ \xrightarrow{(-۱,۱)}$ معادلهٔ خط $x=-۱$

$$\alpha'=۳۰^\circ \Rightarrow \tan\alpha'=\frac{\sqrt{۳}}{۳} \xrightarrow{(-۱,۱)} y=\frac{\sqrt{۳}}{۳}(x+۱)+۱$$

$$\Rightarrow y=\frac{\sqrt{۳}}{۳}x+\frac{\sqrt{۳}}{۳}+۱ \Rightarrow ۳y-\sqrt{۳}x-(۳+\sqrt{۳})=۰$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۵۶- گزینهٔ «۱» (ایمان نخستین)

$$A=(1-\sin x)(1-\cos x)=1-\sin x-\cos x+\sin x\cos x$$

$$=1-(\sin x+\cos x)+\sin x\cos x=1-\frac{3}{4}+\sin x\cos x$$

$$=\frac{1}{4}+\sin x\cos x$$

$$(\sin x+\cos x)^2=\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1}+2\sin x\cos x=\frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow 1+2\sin x\cos x=\frac{9}{16}\Rightarrow 2\sin x\cos x=-\frac{7}{16}$$

$$\Rightarrow \sin x\cos x=-\frac{7}{32}\Rightarrow A=\frac{1}{4}+\sin x\cos x=\frac{1}{4}-\frac{7}{32}=\frac{1}{32}$$

(مثلثات، صفحهٔ ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۵۷- گزینهٔ «۳» (سهیل حسن‌خان‌پور)

$$\sqrt[5]{x}=\frac{3}{2}\Rightarrow x=\frac{3^5}{2^5}\ ,\ \sqrt[3]{y}=\frac{2}{3}\Rightarrow y=\frac{2^3}{3^3}$$

$$\sqrt[4]{y}\times\sqrt{x}=\sqrt[4]{\frac{2^3}{3^3}}\times\sqrt{\frac{3^5}{2^5}}=\frac{2^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}}\times\frac{3^{\frac{5}{2}}}{2^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{3^{\frac{5}{2}-\frac{3}{4}}}{2^{\frac{5}{2}-\frac{3}{4}}}=\frac{3^{\frac{7}{4}}}{2^{\frac{7}{4}}}=(\frac{3}{2})^{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\sqrt[4]{\frac{27}{8}}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ✓۳ ۴

۵۸- گزینهٔ «۲» (حمید علیزاده)

$$(\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})}\right)=\sqrt[3]{(\sqrt{3}+1)^{2}}\left(\sqrt[3]{4-2\sqrt{3}}\right)$$

$$=\sqrt[3]{(3+1+2\sqrt{3})}\sqrt[3]{4-2\sqrt{3}}=\sqrt[3]{(4+2\sqrt{3})}\sqrt[3]{(4-2\sqrt{3})}$$

$$=\sqrt[3]{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}=\sqrt[3]{16-12}=\sqrt[3]{4}=\sqrt[3]{2^{2}}=2^{\frac{2}{3}}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ و ۵۹ تا ۶۸ کتاب درسی)

۱ ‏ ‏ ۲ ✓ ‏ ‏ ۳ ‏ ‏ ۴

۵۹- گزینهٔ «۱» (محمد بحیرایی)

ابتدا طرف دوم تساوی را با گویا کردن مخرج کسرها به یک کسر تبدیل می‌کنیم و سپس با مقایسه با طرف اول تساوی، عبارت A را به دست می آوریم:

$$\frac{2}{\sqrt{x}-1}\times\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}=\frac{2\sqrt{x}+2}{x-1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}\times\frac{(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt[4]{x}+1)(\sqrt{x}+1)}=\frac{\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}+1}{(\sqrt[4]{x^{2}}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$=\frac{\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}+1}{x-1}\Rightarrow \text{عبارت}=\frac{3+2\sqrt{x}+2+\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}+1}{x-1}$$

$$=\frac{6+3\sqrt{x}+\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt[4]{x}}{x-1}=\frac{6+3\sqrt{x}+A}{x-1}\Rightarrow A=\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt[4]{x}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

۱ ✓ ‏ ‏ ۲ ‏ ‏ ۳ ‏ ‏ ۴

۶۰- گزینه‌ی «۲»
(حسن حیدری)

ریشهٔ معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$(a-1)4-2a-6+4=0 \Rightarrow 2a-6=0 \Rightarrow a=3$$

$$2x^2-6x+4=0 \Rightarrow 2(x-2)(x-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۶۱- گزینهٔ «۱»
(عباس اسدی امیرآبادی)

$$\begin{cases} \Delta<0 \Rightarrow m^2-4(\frac{m}{2}+2)(\frac{m}{2}-1)<0 \Rightarrow m^2-m^2-2m+8<0 \Rightarrow m>4 \quad (1) \\ a>0 \Rightarrow \frac{m}{2}+2>0 \Rightarrow m>-4 \quad (2) \end{cases}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

۶۲- گزینهٔ «۴»
(ایمان نفستین)

طول پاره‌خطی که روی محور xها جدا شده است، ۶ واحد است. چون رأس سهمی وسط پاره‌خط است، پس یک نقطه روی محور xها ۳ واحد جلوتر از ۲ و یک نقطه ۳ واحد عقب‌تر از ۲ است.

$$\begin{cases} x_1=2-3=-1 \\ x_2=2+3=5 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{معادلهٔ سهمی}} y=a(x+1)(x-5) \xrightarrow{\text{نقطهٔ } (2,3) \text{ در منحنی صدق می‌کند}}$$

$$a(2+1)(2-5)=3 \Rightarrow -9a=3 \Rightarrow a=-\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-5) \xrightarrow{\text{عرض از مبدأ}} -\frac{1}{3}(0+1)(0-5)=\frac{5}{3}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۳- گزینهٔ «۳» (رحیم مشتاق‌نظم)

$$۲x^۲-۲۰x+۷۲>۱۲۰ \xrightarrow{\div ۲} x^۲-۱۰x+۳۶>۶۰$$

$$\Rightarrow x^۲-۱۰x-۲۴>۰$$

عبارت $P(x)=x^۲-۱۰x-۲۴>۰$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^۲-۱۰x-۲۴>۰ \Rightarrow (x-۱۲)(x+۲)>۰$$

x		-۲		۱۲	
$x^۲-۱۰x-۲۴$	+	۰	−	۰	+

بنابراین چون زمان نمی‌تواند منفی باشد، $x>۱۲$ جواب قابل قبول است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحهٔ ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۴- گزینهٔ «۴» (محمدرضا میرجلیلی)

باید هر دو طرف نامعادلهٔ داده شده را حل کنیم و سپس بین جواب‌ها اشتراک بگیریم:

$\left|\frac{x-۱}{۲}-۱\right|\geq -۲ \Rightarrow$ همواره درست است. $\Rightarrow x\in R$

$$\left|\frac{x-۱}{۲}-۱\right|<۳ \Rightarrow \left|\frac{x-۳}{۲}\right|<۳ \xrightarrow{\times ۲} |x-۳|<۶ \Rightarrow -۶<x-۳<۶$$

$$\xrightarrow{+۳} -۳<x<۹ \Rightarrow (a,b)=(-۳,۹)$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۵- گزینهٔ «۳» (آرش کریمی)

اول دقت کنید که عبارت $۲x^۲ - ۵x + ۴$ همواره مثبت است، چون دلتای آن کمتر از صفر است. پس برای آن‌که نامساوی مورد نظر رخ دهد، باید عبارت $-۲x^۲ + (m-۲)x - ۲$، همواره به ازای تمام مقادیر x، منفی باشد. پس کافیست دلتای این عبارت را کمتر از صفر قرار داده و حدود m را پیدا کنیم:

$$\Delta = (m-۲)^۲ - ۴(-۲)(-۲) < ۰ \Rightarrow (m-۲)^۲ - ۱۶ < ۰ \Rightarrow (m-۲)^۲ < ۱۶$$

$$\Rightarrow |m-۲| < ۴ \Rightarrow -۴ < m-۲ < ۴ \xrightarrow{(+۲)} -۲ < m < ۶$$

$\Rightarrow m$ مقادیر قابل قبول برای $= -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, ۵$

پس به ازای ۷ مقدار صحیح برای m، نامساوی مورد نظر همواره برقرار است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۳ کتاب درسی)

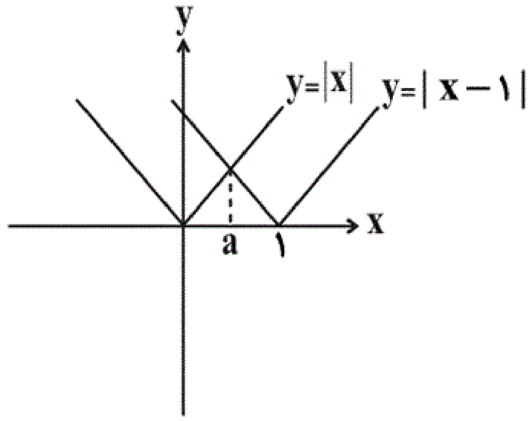
۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۶- گزینهٔ «۴» *(ابراهیم نجفی)*

نمودار $y=\sqrt{x^2-2x+1}$ بالاتر از نمودار $y=|x|$ قرار دارد، یعنی:

$$\sqrt{x^2-2x+1}>|x| \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2}>|x| \Rightarrow |x-1|>|x|$$

برای به دست آوردن جواب نامعادله از روش رسم نمودار کمک می‌گیریم:



از روی شکل کاملاً مشخص است که نمودار $y=|x-1|$ در بازهٔ $(-\infty,a)$، بالاتر از نمودار $y=|x|$ قرار دارد. برای یافتن مقدار a باید دو شاخهٔ متقاطع مربوط از دو نمودار را مساوی هم قرار دهیم:

$$\begin{cases} y=|x| \Rightarrow y=x \\ y=|x-1| \Rightarrow y=-x+1 \end{cases} \Rightarrow x=-x+1$$

$$\Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \Rightarrow a=\frac{1}{2}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۶۷- گزینهٔ «۳» *(علیرضا پورقلی)*

از آن‌جایی که هر عدد مثبت دارای دو ریشهٔ دوم است، گزینهٔ «۳» تابع نمی‌باشد. مثلاً:

$$(9,3),(9,-3)\in f$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۶۸- گزینهٔ «۱» (امین نصراله)

دامنهٔ تابع: $\mathbb{R}$

برد تابع: $\mathbb{R}-([-۴,-۲)\cup(۲,۴])$

بنابراین اعداد صحیح $\{-۴,-۳,۳,۴\}$ در برد تابع قرار ندارند، در صورتی که در دامنهٔ تابع جای می‌گیرند.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۶۹- گزینهٔ «۴» (رحیم مشتاق‌نظم)

$$f(x)=ax+b\Rightarrow f(x)+f(-x)=ax+b-ax+b$$
$$=۲b=۸\Rightarrow b=۴$$
$$f(۴)=۲f(۱)\Rightarrow ۴a+b=۲(a+b)\Rightarrow ۴a+b=۲a+۲b$$
$$\Rightarrow ۲a=b=۴\Rightarrow a=۲$$
$$f(x)=۲x+۴\Rightarrow f(۱۰)=۲۰+۴=۲۴$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ✓۴

۷۰- گزینهٔ «۲» (امین نصراله)

$$\left.\begin{array}{l} x<۰\Rightarrow x^۲>۰\Rightarrow x^۲+۱>۱ \\ x\geq ۰\Rightarrow x+۲\geq ۲\Rightarrow |x+۲|\geq ۲\Rightarrow -|x+۲|\leq -۲ \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع}=(-\infty,-۲]\cup(۱,+\infty)$$

برد تابع $f(x)$، اعداد صحیح $\{-۱,۰,۱\}$ را شامل نمی‌شود.

(تابع، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۳ کتاب درسی)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۷۱- گزینهٔ «۴» (سینا محمدپور)

نقطهٔ همرسی عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس مثلث به یک فاصله است. لذا نتیجه می‌گیریم که:

$$۲m - ۹ = m - ۲ \Rightarrow m = ۷$$

بنابراین فاصلهٔ این نقطه از هر یک از رئوس برابر است با:

$$m - ۲ = ۷ - ۲ = ۵$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۲- گزینهٔ «۱» (رضا عباسی اصل)

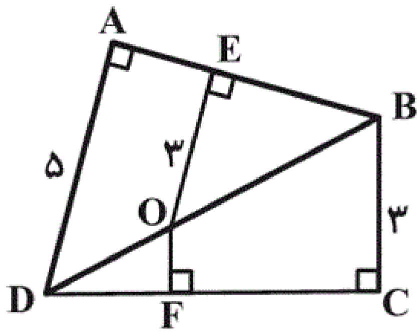
عکس قضیهٔ گزینهٔ «۱» صحیح نیست. اگر زاویه‌های نظیر در دو مثلث مساوی باشند الزاماً دو مثلث همنهشت نیستند، بلکه متشابه بودن مثلث‌ها را می‌توان نتیجه گرفت.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحهٔ ۲۵ کتاب درسی)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۷۳- گزینهٔ «۲» (فرشاد فرامرزی)

از قضیهٔ تالس در مثلث ABD داریم:



$$EO \parallel AD \Rightarrow \frac{OB}{BD} = \frac{EO}{AD} = \frac{۳}{۵}$$

$$\Rightarrow ۱ - \frac{OB}{BD} = ۱ - \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{OD}{BD} = \frac{۲}{۵}$$

حالا یک‌بار دیگر از قضیهٔ تالس استفاده می‌کنیم. در مثلث DBC :

$$OF \parallel BC \Rightarrow \frac{OD}{BD} = \frac{OF}{BC} \Rightarrow \frac{۲}{۵} = \frac{OF}{۳} \Rightarrow OF = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

(قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$\begin{cases}\hat{C}=\hat{C}\\ \dfrac{CD}{AC}=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{۶}{۱۲}=\dfrac{۱۲}{۲۴}=\dfrac{۱}{۲}\end{cases}\xrightarrow{\text{حالت دوم تشابه}}\overset{\triangle}{ACD}\sim\overset{\triangle}{BCA}$$

$$\Rightarrow\frac{AD}{AB}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow AB=۲\times ۹=۱۸$$

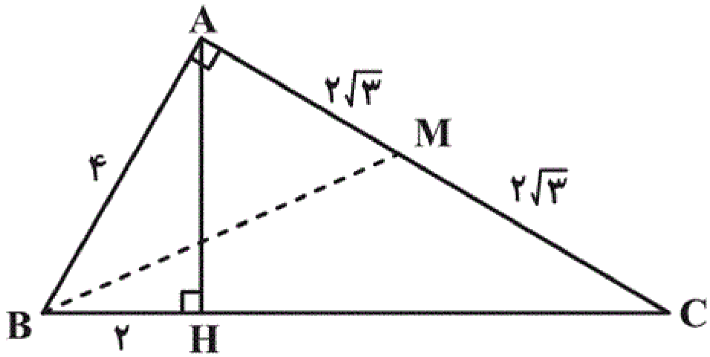
$$\text{محیط مثلث } ABD = AB+AD+BD=۱۸+۹+۱۸=۴۵$$

(قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۵- گزینهٔ «۳» *(امیرحسین ابومحبوب)*

با توجه به روابط طولی که در مثلث قائم‌الزاویه برقرار است، داریم:



$$AB^۲=BH.BC\Rightarrow ۴^۲=۲\times BC\Rightarrow BC=۸$$

$$\overset{\triangle}{ABC}:BC^۲=AB^۲+AC^۲$$

$$\Rightarrow ۸^۲=۴^۲+AC^۲\Rightarrow AC=\sqrt{۴۸}=۴\sqrt{۳}$$

$$\overset{\triangle}{ABM}:BM^۲=AM^۲+AB^۲\Rightarrow BM^۲=۴^۲+(۲\sqrt{۳})^۲=۲۸$$

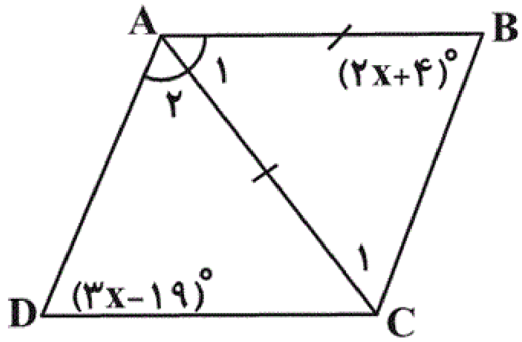
$$\Rightarrow BM=\sqrt{۲۸}=۲\sqrt{۷}$$

(قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۶- گزینهٔ «۲» (فرشاد فرامرزی)

در متوازی‌الاضلاع، زوایای روبه‌رو با هم برابرند:



$$۳x - ۱۹ = ۲x + ۴ \Rightarrow x = ۲۳$$

$$\Rightarrow \hat{B} = ۲(۲۳^\circ) + ۴^\circ = ۵۰^\circ$$

$$AB = AC \Rightarrow \hat{C}_۱ = \hat{B} = ۵۰^\circ$$

$$\hat{A}_۱ = ۱۸۰^\circ - (۵۰^\circ + ۵۰^\circ) = ۸۰^\circ$$

$$\left.\begin{matrix} AD \parallel BC \\ \text{مورب } AC \end{matrix}\right\} \Rightarrow \hat{A}_۲ = \hat{C}_۱ = ۵۰^\circ$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

۷۷- گزینهٔ «۴» *(فرشاد فرامرزی)*

عکس قضیهٔ بیان شده در گزینهٔ «۴»، به صورت زیر می باشد:

« اگر زاویه‌های مجاور به ساق‌ها در ذوزنقه مکمل هم باشند، ذوزنقه متساوی‌الساقین است.» که لزوماً درست نمی‌باشد؛ چرا که در هر ذوزنقهٔ دیگر هم زوایای مجاور به ساق‌ها، مکمل‌اند.

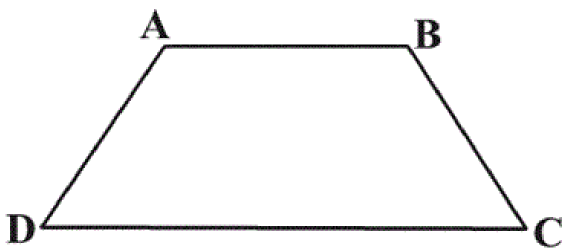
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه‌های «۱» و «۲» و عکس آن‌ها به صورت قضیه در کتاب درسی مطرح شده است. عکس گزینهٔ «۳» به صورت زیر است:

اگر زوایای مقابل ذوزنقه مکمل هم باشند، ذوزنقه متساوی‌الساقین است.

اثبات:

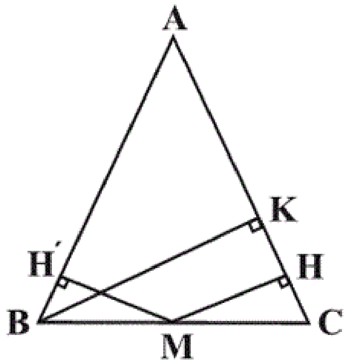
$$\begin{cases} \text{می‌دانیم} : \hat{A}+\hat{D}=180^\circ \\ \text{فرض} : \hat{A}+\hat{C}=180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C}=\hat{D} \Rightarrow$$ پس ذوزنقه متساوی‌الساقین است.



(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۷۸- گزینهٔ «۳» (سینا محمدپور)



در هر مثلث متساوی‌الساقین، مجموع فواصل هر نقطهٔ دلخواه روی قاعده از دو ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق است.

$$S_{ABC} = \frac{BK \times AC}{۲} \Rightarrow ۱۵ = \frac{BK \times ۶}{۲} \Rightarrow BK = ۵$$

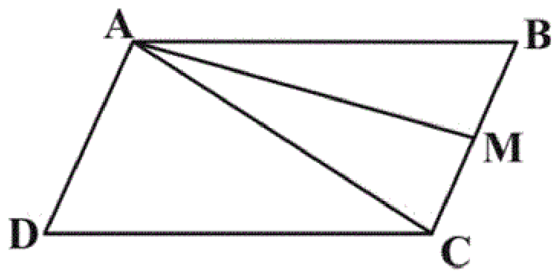
بنابراین با توجه به این‌که $MH = ۲MH'$، داریم:

$$MH + MH' = BK \Rightarrow MH + \frac{MH}{۲} = ۵$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۷۹- گزینهٔ «۲» (علی فتح آبادی)

می‌دانیم هر قطر متوازی‌الاضلاع آن را به دو مثلث هم‌نهشت تقسیم می‌کند، پس:



$$\begin{cases} S_{ABC} = S_{ADC} \\ S_{ABC} + S_{ADC} = ۲۴ \end{cases} \Rightarrow S_{ABC} = S_{ADC} = ۱۲$$

در مثلث ABC، پاره‌خط AM میانه است و می‌دانیم میانه، مساحت مثلث را نصف می‌کند. پس:

$$S_{AMC} = \frac{۱}{۲} S_{ABC} = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ = ۶$$

$$S_{AMCD} = S_{AMC} + S_{ADC} = ۶ + ۱۲ = ۱۸$$

(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

۱ ۲✓ ۳ ۴

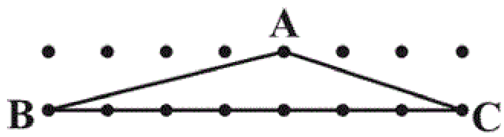
۸۰- گزینهٔ «۴» (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به رابطهٔ $S = \frac{b}{۲} + i - ۱$، زمانی مجموع تعداد نقاط مرزی و داخلی برای یک مقدار مشخص S، حداکثر خواهد بود که b بیشترین و i کمترین مقدار ممکن را دارا باشد. کمترین مقدار i، صفر است. پس داریم:

$$S = \frac{۷}{۲} \Rightarrow \frac{b}{۲} - ۱ = \frac{۷}{۲} \Rightarrow \frac{b}{۲} = \frac{۹}{۲} \Rightarrow b = ۹$$

$$\max(b+i) = ۹$$

به عنوان مثال برای چنین مثلثی به شکل زیر توجه کنید:



(چندضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱ و ۷۳ کتاب درسی)

۱ ۲ ۳ ۴✓