

**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، تابع نمایی و ویژگی های آن - ۴ سوال

۹۱- کدام نقطه زیر روی نمودار تابع  $y = 2^x$  قرار دارد؟

- (۱)  $(-1, -2)$  (۲)  $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$  (۳)  $(3, 6)$  (۴)  $(0, 0)$

۹۲- وارون تابع  $f(x) = (\frac{1}{2})^{-x}$  کدام تابع است؟

- (۱)  $f^{-1}(x) = \log_2 x$  (۲)  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}^{-x}$  (۳)  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  (۴)  $f^{-1}(x) = 2^{-x}$

۹۳- برای تابع  $y = (\sqrt{2})^x$ ، چند مورد از موارد زیر درست است؟  
الف) تابع یک به یک است.

ب) دامنه تابع مجموعه اعداد حقیقی  $\mathbf{R}$  است.

پ) برد تابع بازه  $(1, +\infty)$  است.

ت) با افزایش مقدار  $x$ ، مقدار تابع نیز افزایش می یابد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۴- اگر  $f(x) = 3^x$  و  $g(x) = (\frac{1}{3})^x$  باشد، حاصل  $g(-1) + f(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{35}{4}$  (۲)  $\frac{37}{4}$  (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

ریاضی ۲، مثلثات - ۳ سوال

۹۵- کدام نقطه زیر روی نمودار تابع  $y = 2 \sin x + 1$  قرار ندارد؟

- (۱)  $(0, 1)$  (۲)  $(\frac{\pi}{2}, 3)$  (۳)  $(-\frac{3\pi}{2}, -3)$  (۴)  $(-\pi, 1)$

۹۹- اگر  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $\tan(\alpha + \frac{11\pi}{6})$  کدام است؟

- (۱)  $\pm 3$  (۲)  $\pm \sqrt{5}$  (۳)  $\pm 2\sqrt{2}$  (۴)  $\pm 2\sqrt{3}$

۱۰۰- نمودار تابع  $y = \cos(x - \frac{2\pi}{3})$  بر نمودار کدام تابع زیر منطبق است؟

- (۱)  $f(x) = \cos(2\pi - x)$  (۲)  $g(x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$  (۳)  $k(x) = \sin(2\pi - x)$  (۴)  $h(x) = \sin(\frac{\pi}{2} - x)$

ریاضی ۲، تابع لگاریتمی و ویژگی های آن

۹۶- اگر  $(\frac{2}{3})^{4x-2} < (\frac{4}{9})^{x+2}$  باشد، آنگاه حدود  $x$  کدام است؟

- (۱)  $x < 2$  (۲)  $x > 2$  (۳)  $x < 3$  (۴)  $x > 3$

۹۷- جواب معادله  $(\frac{1}{27})^{x-1} = 9^{x+1}$  کدام است؟

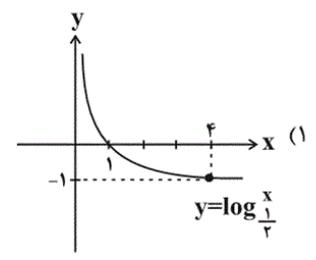
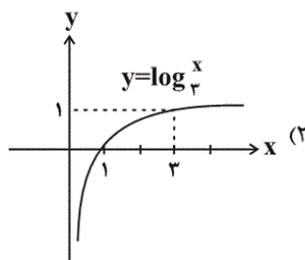
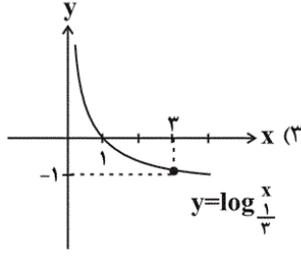
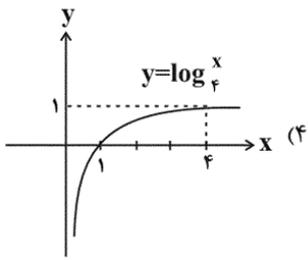
(۴) -۱

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۱) ۱

۹۸- نمودار کدام تابع درست رسم نشده است؟



ریاضی ۲، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۰ سوال

۱۰۱- اگر  $\log_{27} \sqrt[3]{3} = \frac{x}{3}$  باشد، آنگاه حاصل  $\log_{\sqrt{8}}^{(6x-1)}$  کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۴

(۲) ۱

(۱) ۳

۱۰۲- تعداد جوابهای معادله لگاریتمی  $\log_3^{(5x^2+2x-7)} - \log_3^{(x-1)} = 2$  کدام است؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۰۳- اگر  $\log^2 = 0/3$  و  $\log^3 = 0/48$ ، حاصل  $\log_{1/5}^{2/5}$  کدام است؟

(۴)  $\frac{10}{3}$

(۳)  $\frac{35}{9}$

(۲)  $\frac{20}{9}$

(۱)  $\frac{10}{9}$

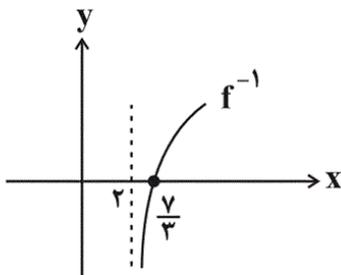
۱۰۴- انرژی یک زلزله‌ای  $a$  برابر زلزله‌ای دیگر است ( $a > 1$ ). اگر دو زلزله،  $\frac{7}{6}$  ریشتر اختلاف داشته باشند،  $a$  کدام است؟ ( $\log E = 11/8 + 1/5 M$ )

(۴)  $1000\sqrt[4]{10}$

(۳)  $10\sqrt[4]{1000}$

(۲)  $10\sqrt[4]{100}$

(۱)  $100\sqrt[4]{10}$



۱۰۵- اگر نمودار معکوس تابع  $f(x) = \frac{3^{2x}}{3^a} - b$  به صورت زیر باشد. مقدار  $f(2)$  کدام است؟

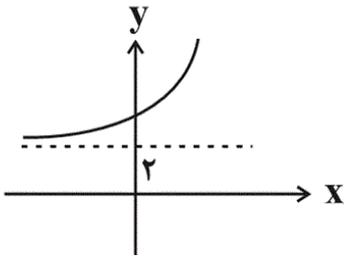
(۱) ۲۵

(۲) ۲۹

(۳) وجود ندارد

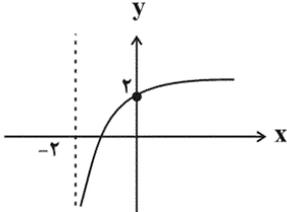
(۴) ۱۹

۱۰۶- نمودار مقابل مربوط به تابع با ضابطه  $f(x) = 2^{ax} + b$  است و نقطه  $(3, 6)$  روی آن قرار دارد، حاصل  $\log_b 2^a$  کدام است؟ ( $a > 0$ )



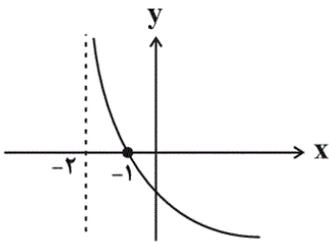
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳)  $\frac{1}{2}$
- (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۰۷- شکل مقابل، نمودار تابع  $f(x) = \log_7^{(ax+b)}$  است. این تابع، خط  $y = 5$  را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟



- (۱) ۱۱
- (۲) ۱۲
- (۳) ۱۳
- (۴) ۱۴

۱۰۸- شکل روبه‌رو مربوط به نمودار تابع  $y = \log_7^{f(x)}$  است،  $f(x)$  کدام است؟



- (۱)  $x + 2$
- (۲)  $x - 2$
- (۳)  $\frac{1}{x + 2}$
- (۴)  $\frac{1}{x - 2}$

۱۰۹- در تابع با ضابطه  $f(x) = 3^{2ax+b}$ ،  $f(2) = 3$  و  $f^{-1}(1) = 4$  است، حاصل  $\log_{27}^{f(-4)}$  کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳)  $\frac{3}{4}$
- (۴)  $\frac{4}{3}$

۱۱۰- اگر  $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}}^{\frac{3x}{\sqrt{3}}} = 2(\log_7^{(x+2)} + \log_7^{(x-2)})$  باشد، حاصل  $\log_7^{(x+4)}$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۴
- (۳) ۳
- (۴) ۵

ریاضی ۲- سوالات موازی، تابع نمایی و ویژگی های آن - ۷ سوال

۱۱۱- کدام نقطه زیر روی نمودار تابع  $y = 2^x$  قرار دارد؟

- (۱)  $(-1, -2)$
- (۲)  $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$
- (۳)  $(3, 6)$
- (۴)  $(0, 0)$

۱۱۲- وارون تابع  $f(x) = (\frac{1}{2})^{-x}$  کدام تابع است؟

- (۱)  $f^{-1}(x) = \log_2^x$
- (۲)  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}^{-x}$
- (۳)  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}^x$
- (۴)  $f^{-1}(x) = 2^{-x}$

۱۱۳- برای تابع  $y = (\sqrt{2})^x$  ، چند مورد از موارد زیر درست است؟  
الف) تابع یک به یک است.

ب) دامنه تابع مجموعه اعداد حقیقی  $\mathbb{R}$  است.

پ) برد تابع بازه  $(1, +\infty)$  است.

ت) با افزایش مقدار  $x$  ، مقدار تابع نیز افزایش می‌یابد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۴- اگر  $f(x) = 3^x$  و  $g(x) = (\frac{1}{4})^x$  باشد، حاصل  $g(-1) + f(2)$  کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

$\frac{37}{4}$  (۲)

$\frac{35}{4}$  (۱)

۱۲۸- حاصل عبارت  $\log_3^{\sqrt{243}} + \log_{\sqrt{27}}^9 - \log_8^6$  کدام است؟

$\frac{3}{2}$  (۴)

$\frac{7}{6}$  (۳)

$\frac{5}{2}$  (۲)

$\frac{1}{3}$  (۱)

۱۲۹- مجموع جواب‌های معادله  $(\sqrt{2}-1)^{x^2+5} = (\frac{1}{1+\sqrt{2}})^{6x}$  چند برابر حاصل ضرب جواب‌های آن است؟

$\frac{6}{5}$  (۴)

۵ (۳)

$\frac{5}{6}$  (۲)

۶ (۱)

۱۳۰- حاصل عبارت  $A = \log_{\sqrt{32}}^{\frac{1}{4}} + \log_9^{\sqrt{81}}$  کدام است؟

$\frac{3}{5}$  (۴)

$-\frac{2}{15}$  (۳)

$-\frac{1}{25}$  (۲)

$-\frac{5}{4}$  (۱)

ریاضی ۲- سوالات موازی ، **مثلاث** - ۶ سوال -

۱۲۵- حاصل  $\cos(\frac{25\pi}{3}) + \sin(\frac{15\pi}{4})$  کدام است؟

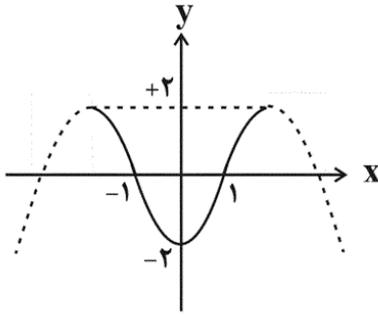
$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$  (۴)

$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$  (۳)

$\frac{1-\sqrt{2}}{2}$  (۲)

$\frac{1+\sqrt{2}}{2}$  (۱)

۱۲۶- اگر شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = a \cos \pi(1 - bx)$  باشد، حاصل  $a + b$  کدام می‌تواند باشد؟



(۱)  $-\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $-\frac{5}{2}$

(۴)  $\frac{5}{2}$

۱۲۷- اگر حاصل دو عبارت  $A = \sqrt{3} \tan \frac{5\pi}{3} + 2 \sin \frac{11\pi}{6}$  و  $B = \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{4} + a \cot \frac{13\pi}{4}$  قرینه هم باشند، مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) ۵

(۳) -۳

(۲) ۳

(۱) -۵

۱۱۹- اگر  $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $\tan(\alpha + \frac{11\pi}{6})$  کدام است؟

(۴)  $\pm 2\sqrt{3}$

(۳)  $\pm 2\sqrt{2}$

(۲)  $\pm \sqrt{5}$

(۱)  $\pm 3$

۱۲۰- نمودار تابع  $y = \cos(x - \frac{3\pi}{4})$  بر نمودار کدام تابع زیر منطبق است؟

(۴)  $h(x) = \sin(\frac{\pi}{4} - x)$

(۳)  $k(x) = \sin(2\pi - x)$

(۲)  $g(x) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$

(۱)  $f(x) = \cos(2\pi - x)$

۱۱۵- کدام نقطه زیر روی نمودار تابع  $y = 2 \sin x + 1$  قرار ندارد؟

(۴)  $(-\pi, 1)$

(۳)  $(-\frac{3\pi}{4}, -3)$

(۲)  $(\frac{\pi}{4}, 3)$

(۱)  $(0, 1)$

ریاضی ۲- سوالات موازی، تابع لگاریتمی و ویژگی های ان - ۳ سوال

۱۱۶- اگر  $(\frac{2}{3})^{4x-2} < (\frac{4}{9})^{x+2}$  باشد، آنگاه حدود  $x$  کدام است؟

(۴)  $x > 3$

(۳)  $x < 3$

(۲)  $x > 2$

(۱)  $x < 2$

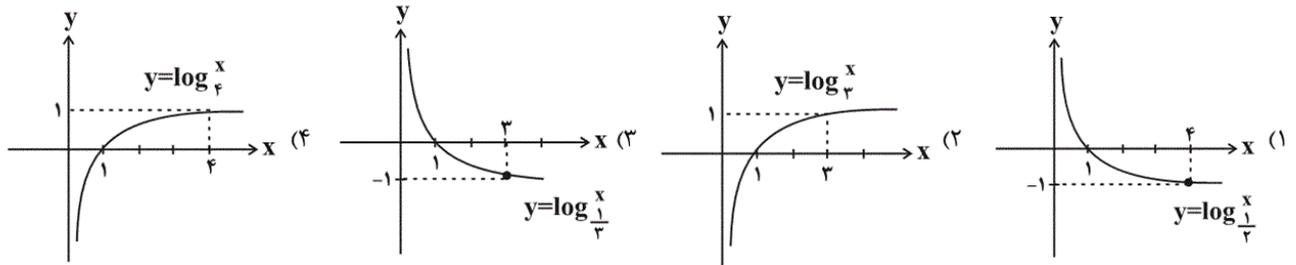
۱۱۷- جواب معادله  $(\frac{1}{27})^{x-1} = 9^{x+1}$  کدام است؟

(۴) -۱

(۳)  $\frac{1}{3}$

(۲)  $\frac{1}{5}$

(۱) ۱



ریاضی ۲- سوالات موازی، نمودارها و کاربردهای توابع نمایی و لگاریتمی - ۴ سوال

۱۲۱- اگر  $\log_{\sqrt{3}} \frac{x}{3} = \frac{x}{3}$  باشد، آنگاه حاصل  $\log_{\sqrt{8}}^{(6x-1)}$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۲۲- تعداد جوابهای معادله لگاریتمی  $\log_3^{(\Delta x^2 + 2x - 7)} - \log_3^{(x-1)} = 2$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۲۳- اگر  $\log^2 = 0/3$  و  $\log^3 = 0/48$ ، حاصل  $\log_{1/5}^{2/5}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{10}{9}$  (۲)  $\frac{20}{9}$  (۳)  $\frac{35}{9}$  (۴)  $\frac{10}{3}$

۱۲۴- اگر  $\frac{1}{3} \log_{\sqrt{3}}^{3x} = 2(\log_2^{(x+2)} + \log_2^{(x-2)})$  باشد،  $\log_2^{(x+4)}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۵

-۹۱

(روح الله مصطفی زاده)

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\xrightarrow{x=-1} y = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow (-1, \frac{1}{2}) \quad \times$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, \sqrt{2}) \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{x=3} y = 2^3 = 8 \Rightarrow (3, 8) \quad \times$$

$$\xrightarrow{x=0} y = 2^0 = 1 \Rightarrow (0, 1) \quad \times$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۲

(علی فرسندی)

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$$

وارون تابع نمایی  $f(x) = 2^x$  را به صورت  $f^{-1}(x) = \log_2^x$  نمایش می‌دهیم.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۳

(محمدرضا بهیرایی)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

در مورد (پ) برد تابع بازه  $(0, +\infty)$  است.

تذکر: در مورد (ت) چون پایه تابع نمایی  $\sqrt{2} > 1$  است، با افزایش مقدار  $x$  مقدار  $y$  نیز افزایش می‌یابد.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(روح الله مصطفی زاده)

$$g(-1) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$$

$$f(2) = 3^2 = 9 \Rightarrow g(-1) + f(2) = 4 + 9 = 13$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمر بصیرایی)

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\xrightarrow{x=0} y = 2 \sin(0) + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1 \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3 \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{x=-\frac{3\pi}{2}} y = 2 \sin\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3 \quad \times$$

$$\xrightarrow{x=-\pi} y = 2 \sin(-\pi) + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1 \quad \checkmark$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیدضیا هاشمی زاده)

$$\begin{aligned}\tan\left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{6}\right) &= \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)\end{aligned}$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$1 + \cot^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

$$\Rightarrow \cot^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = 8 \Rightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow -\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ویدر، راحتی)

-۱۰۰

$$y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(-\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = \underline{\underline{\cos(-\alpha) = \cos \alpha}}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع سوم} \\ \text{منفی} \end{array} = -\sin x$$

$$1 \text{ گزینه } f(x) = \cos(2\pi - x) \begin{array}{l} \text{ربع چهارم} \\ \text{مثبت} \end{array} = \cos x$$

$$2 \text{ گزینه } g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع اول} \\ \text{مثبت} \end{array} = \sin x$$

$$3 \text{ گزینه } k(x) = \sin(2\pi - x) \begin{array}{l} \text{ربع چهارم} \\ \text{منفی} \end{array} = -\sin x$$

→ منطبق بر تابع صورت سوال

$$4 \text{ گزینه } h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع اول} \\ \text{مثبت} \end{array} = \cos x$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷ و ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهمد بصیرایی)

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{4}{9}\right)^{x+2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+4}$$

اگر  $0 < a < 1$  و داشته باشیم  $a^z < a^y$ ، نتیجه می‌گیریم که  $z > y$  بنابراین:

$$\begin{matrix} 0 < a = \frac{2}{3} < 1 \\ \hline \rightarrow 4x - 2 > 2x + 4 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3 \end{matrix}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(مهمد بصیرایی)

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = 9^{x+1} \Rightarrow \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = 3^{2x+2} \Rightarrow 3^{3-3x} = 3^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 3 - 3x = 2x + 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(علی شهبازی)

با توجه به نقاط زیر گزینه «۱» درست رسم نشده است:

$$\xrightarrow{x=1} y = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=4} y = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$$

بنابراین نمودار باید از نقطه  $(4, -2)$  عبور کند.

تذکر: نمودار رسم شده در گزینه «۱»، نمودار تابع  $y = \log_{\frac{1}{4}} x$  است.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

(رضا ذاکر)

$$\log_{\frac{3}{2}}^{\frac{1}{3} \times 3^{\frac{2}{3}}} = \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{2}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} = \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\log_{\frac{2}{2^2}}^{(6(\frac{3}{2})-1)} = \log_{\frac{2}{2^2}}^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{2}{2^2}}^{\frac{2}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{2}} \log_{\frac{2}{2}}^{\frac{2}{2}} = 2$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ویدر ایتی)

$$\log_3^{(\Delta x^2 + 2x - 7)} - \log_3^{(x-1)} = 2$$

$$\Rightarrow \log_3^{\frac{\Delta x^2 + 2x - 7}{x-1}} = 2$$

$$\frac{\Delta x^2 + 2x - 7}{x-1} = 3^2 \Rightarrow \Delta x^2 + 2x - 7 = 9x - 9$$

$$\Rightarrow \Delta x^2 - 7x + 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 & \text{غقق} \\ x = \frac{2}{5} & \text{غقق} \end{cases}$$

هر دو مقدار  $x$  در دامنه  $\log_3(x-1)$  که برابر  $(1, +\infty)$  است، قرار ندارند، پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\log_{1/5}^{2/5} = \frac{\log^{2/5}}{\log^{1/5}} = \frac{\log^{\frac{2}{5}}}{\log^{\frac{1}{5}}} = \frac{\log^{\frac{2}{5}} - \log^{\frac{1}{5}}}{\log^{\frac{1}{5}} - \log^{\frac{1}{5}}} = \frac{1 - \log^{\frac{1}{5}} - \log^{\frac{1}{5}}}{\log^{\frac{1}{5}} - \log^{\frac{1}{5}}}$$

$$= \frac{1 - 2\log^{\frac{1}{5}}}{\log^{\frac{1}{5}} - \log^{\frac{1}{5}}} = \frac{1 - 2(0/3)}{0/48 - 0/3} = \frac{1 - 0/6}{0/48 - 0/3} = \frac{0/4}{0/18} = \frac{20}{9}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسین اسفینی)

انرژی یکی از زلزله‌ها را  $E_2$  (بزرگ‌تر) و دیگری را  $E_1$  (کوچک‌تر) در نظر می‌گیریم:

$$\log E_1 = 11/8 + 1/5 M_1 \quad \longrightarrow \quad \log E_2 - \log E_1$$

$$\log E_2 = 11/8 + 1/5 M_2$$

$$= 1/5(M_2 - M_1) \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1/5 \left( \frac{7}{6} \right) = \frac{3}{2} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow \log_{10}^a = \frac{7}{4} \Rightarrow a = 10^{7/4} = \sqrt[4]{10^7} = \sqrt[4]{10^4 \times 10^3} = 10 \sqrt[4]{1000}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

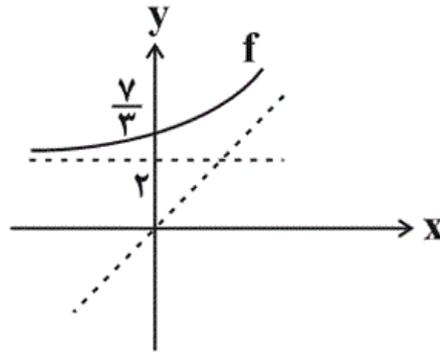
۴

۳ ✓

۲

۱

نمودار  $f^{-1}$  را نسبت به نیمساز ربع اول و سوم قرینه می‌کنیم تا نمودار  $f$  به دست آید:



کمی تابع  $f$  را ساده کنیم:

$$f(x) = \frac{3^{2x}}{3^a} - b = 3^{2x-a} - b$$

با توجه به شکل مشخص است که نمودار تابع نمایی  $2$  واحد به بالا انتقال یافته است. پس:

$$-b = 2 \Rightarrow b = -2$$

از طرفی نمودار  $f$  از نقطه  $(0, \frac{7}{3})$  عبور می‌کند:

$$f(0) = \frac{7}{3} \rightarrow \frac{7}{3} = 3^{2(0)-a} + 2 \rightarrow \frac{7}{3} - 2 = 3^{-a}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} = 3^{-a} \rightarrow 3^{-1} = 3^{-a} \rightarrow a = 1 \rightarrow f(x) = 3^{2x-1} + 2$$

$$\xrightarrow{x=2} f(2) = 3^3 + 2 = 29$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۶ و ۱۱۰ تا ۱۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مجتبی نادری)

نمودار تابع  $y = 2^{ax}$  به اندازه  $2$  واحد روی محور  $y$ ها به سمت بالا انتقال یافته است، بنابراین  $b = 2$  است. از طرفی طبق فرض سؤال نقطه  $(3, 6)$  روی نمودار است. پس داریم:

$$\begin{cases} f(3) = 6 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow 2^{3a} + 2 = 6 \Rightarrow 2^{3a} = 4$$

$$\Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\log_b^{3a} = \log_2^{2} = \log_2^2 = 1$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵، ۱۱۶ و ۱۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

تابع از نقطه  $(0, 2)$  می‌گذرد:

$$f(x) = \log_2^{(ax+b)} \Rightarrow 2 = \log_2^b \Rightarrow b = 4$$

 $x = -2$ ، ریشه عبارت جلوی لگاریتم است:

$$ax + b = 0 \xrightarrow[x=-2]{b=4} -2a + 4 = 0 \Rightarrow a = 2$$

پس ضابطه به صورت  $f(x) = \log_2^{(2x+4)}$  است. آن را با خط  $y = 5$  قطع می‌دهیم.

$$\log_2^{(2x+4)} = 5 \Rightarrow 2x+4 = 2^5 \Rightarrow x = 14$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۱۵، ۱۱۶ و ۱۱۸)

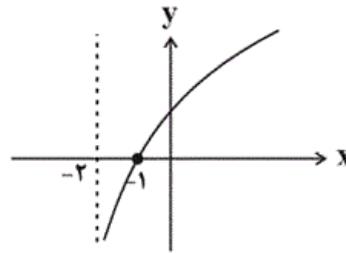
۴ ✓

۳

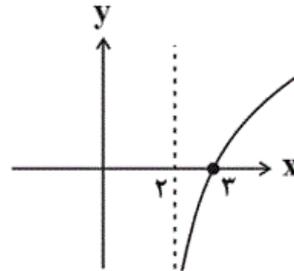
۲

۱

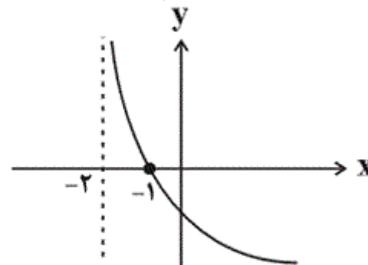
$$y = \log_2^{(x+2)} \text{ (گزینه ۱)}$$



$$y = \log_2^{(x-2)} \text{ (گزینه ۲)}$$



$$y = \log_2^{\frac{1}{x+2}} = \log_2^{(x+2)^{-1}} = -\log_2^{(x+2)} \text{ (گزینه ۳)}$$



$$y = \log_2^{\frac{1}{x-2}} = \log_2^{(x-2)^{-1}} = -\log_2^{(x-2)} \text{ (گزینه ۴)}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(مبتنی نادری)

$$f(2) = 3 \Rightarrow 3^{fa+b} = 3 \Rightarrow fa + b = 1$$

$$f^{-1}(1) = 4 \Rightarrow f(4) = 1 \Rightarrow 3^{4a+b} = 1 \Rightarrow 4a + b = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} fa + b = 1 \\ 4a + b = 0 \end{cases}$$

از حل دستگاه دو معادله، دو مجهول به دست آمده مقادیر  $a$  و  $b$  را می‌یابیم.

$$-1 \times \begin{cases} fa + b = 1 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -fa - b = -1 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow fa = -1$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{4}, b = 2$$

بنابراین  $f(x) = 3^{\frac{2(-\frac{1}{4})x+2}{4}}$  و همچنین داریم:

$$\log_{27}^{f(x)} = \log_{3^3}^{3^{\frac{2ax+b}{4}}} = \frac{2ax+b}{4} \log_{3^3}^3 = \frac{2ax+b}{12}$$

$$\xrightarrow{x=-4} \log_{27}^{f(-4)} = \frac{2(-\frac{1}{4})(-4)+2}{12} = \frac{2+2}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهم به بیرایی)

$$\log_2^{(x+2)} + \log_2^{(x-2)} = \log_2^{(x+2)(x-2)}$$

$$= \log_2^{(x^2-4)}$$

با توجه به فرمول  $a^{\log_a x} = x$  داریم:

$$2^{\frac{1}{3} \log_2^{3x}} = 2^{\log_2^{3x}} = 3x$$

$$2^{\log_2^{(x^2-4)}} = (x^2-4)$$

$$\Rightarrow 3x = x^2 - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غقق} \\ x = 4 & \text{قق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_2^{(x+4)} = \log_2^8 = 3$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳✓

۲

۱

(روح‌الله مصطفی زاده)

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\xrightarrow{x=-1} y = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow (-1, \frac{1}{2}) \quad \times$$

$$\xrightarrow{x=\frac{1}{2}} y = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, \sqrt{2}) \quad \checkmark$$

$$\xrightarrow{x=3} y = 2^3 = 8 \Rightarrow (3, 8) \quad \times$$

$$\xrightarrow{x=0} y = 2^0 = 1 \Rightarrow (0, 1) \quad \times$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲✓

۱

(علی فرسندی)

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = 2^x$$

وارون تابع نمایی  $f(x) = 2^x$  را به صورت  $f^{-1}(x) = \log_2^x$  نمایش می‌دهیم.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمد بهیرایی)

موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند.

در مورد (پ) برد تابع بازه  $(0, +\infty)$  است.

تذکر: در مورد (ت) چون پایه تابع نمایی  $\sqrt{2} > 1$  است با افزایش مقدار  $x$  مقدار  $y$  نیز افزایش می‌یابد.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(روح‌الله مصطفی‌زاده)

$$g(-1) = \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4$$

$$f(2) = 3^2 = 9$$

$$\Rightarrow g(-1) + f(2) = 4 + 9 = 13$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned} \log_3 \sqrt{3^5} + \log_{\sqrt{3^3}} 3^2 - \log_{\frac{2^4}{2^3}} 2^2 &= \log_3 3^{\frac{5}{2}} + \log_{\frac{3^2}{3^2}} 3^2 - \frac{4}{3} \log_2 2 \\ &= \frac{5}{2} \log_3 3 + \frac{4}{3} \log_3 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{2} + \frac{4}{3} - \frac{4}{3} = \frac{5}{2} \end{aligned}$$

در محاسبات فوق دقت شود که:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \\ \log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a \\ \log_a a = 1 (a > 0, a \neq 1) \end{array} \right.$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$(\sqrt{2}-1)^{x^2+5} = \left(\frac{1}{1+\sqrt{2}}\right)^{6x}$$

با توجه به اینکه  $\sqrt{2}-1 = \frac{\sqrt{2}-1}{1}$  پس داریم:  $\frac{1}{\sqrt{2}+1} \times \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}-1}{1}$

$$\begin{aligned} (\sqrt{2}-1)^{x^2+5} &= (\sqrt{2}-1)^{6x} \Rightarrow x^2 + 5 = 6x \\ \Rightarrow x^2 - 6x + 5 &= 0 \end{aligned}$$

برای پیدا کردن مجموع و حاصل ضرب جوابها یکی از دو روش زیر را می‌توان استفاده نمود:

روش اول:

$$x^2 + 5 - 6x = 0 \Rightarrow (x-5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 5, x = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مجموع} = 5+1=6 \\ \text{ضرب} = 5 \times 1 = 5 \end{array} \right. \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{6}{5}$$

روش دوم:

در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  مجموع جوابها  $S = \frac{-b}{a}$  و

حاصل ضرب جوابها  $P = \frac{c}{a}$  است، پس:

$$\frac{S}{P} = \frac{-\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{c} = \frac{6}{5}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A = \log_{\sqrt{32}}^{\frac{1}{4}} + \log_9^{\sqrt[3]{81}}$$

$$\left. \begin{aligned} \log_{\sqrt{32}}^{\frac{1}{4}} &= \log_{\frac{5}{22}}^{2^{-2}} = \frac{-2}{\frac{5}{2}} = -\frac{4}{5} \\ \log_9^{\sqrt[3]{81}} &= \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{4}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \end{aligned} \right\} A = -\frac{4}{5} + \frac{2}{3} = \frac{-2}{15}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرمهمدر سلطانی)

$$\begin{aligned} \cos\left(\frac{25\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{15\pi}{4}\right) &= \cos\left(\frac{24\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{16\pi - \pi}{4}\right) \\ &= \cos\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \cos\frac{\pi}{3} + \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهرداد فابی)

$$y = a \cos(\pi - b\pi x) = -a \cos(b\pi x)$$

نقاط  $(0, -2)$  و  $(1, 0)$  روی نمودار تابع هستند بنابراین:

$$1) -2 = -a \cos(0) \rightarrow a = 2$$

$$2) 0 = -2 \cos(b\pi) \rightarrow |b\pi| = \frac{\pi}{2} \Rightarrow b = \mp \frac{1}{2}$$

حال داریم:

$$\xrightarrow{(1),(2)} a + b = \frac{5}{2} \text{ یا } \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی شعرابی)

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{3} \tan\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3} \tan \frac{\pi}{3} - 2 \sin \frac{\pi}{6} \\ &= -\sqrt{3}(\sqrt{3}) - 2\left(\frac{1}{2}\right) = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{2} \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + a \cot\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4} + a \cot \frac{\pi}{4} \\ &= -\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + a(1) = -1 + a \end{aligned}$$

$$-1 + a = -(-4) \Rightarrow a = 5 \quad \text{A و B قرینه هم هستند. پس:}$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سیدضیا هاشمی زاده)

$$\begin{aligned} \tan\left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{6}\right) &= \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= -\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$1 + \cot^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(وید رامتی)

$$y = \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) = \cos\left(-\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = \underline{\underline{\cos(-\alpha) = \cos \alpha}}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع سوم} \\ \text{منفی} \end{array} = -\sin x$$

$$1 \text{ (گزینه ۱) } f(x) = \cos(2\pi - x) \begin{array}{l} \text{ربع چهارم} \\ \text{مثبت} \end{array} = \cos x$$

$$2 \text{ (گزینه ۲) } g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع اول} \\ \text{مثبت} \end{array} = \sin x$$

$$3 \text{ (گزینه ۳) } k(x) = \sin(2\pi - x) \begin{array}{l} \text{ربع چهارم} \\ \text{منفی} \end{array} = -\sin x$$

→ منطبق بر تابع صورت سوال

$$4 \text{ (گزینه ۴) } h(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \begin{array}{l} \text{ربع اول} \\ \text{مثبت} \end{array} = \cos x$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷ و ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\xrightarrow{x = -\frac{2\pi}{2}} y = 2 \sin\left(-\frac{2\pi}{2}\right) + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3 \quad \times$$

$$\xrightarrow{x = -\pi} y = 2 \sin(-\pi) + 1 = 2 \times 0 + 1 = 1 \quad \checkmark$$

(ریاضی ۲، مثلثات، صفحه‌های ۱۱ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱

(معمد بفرمایید)

-۱۱۶

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{4}{9}\right)^{x+2} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+4}$$

اگر  $0 < a < 1$  داشته باشیم  $a^z < a^y$  نتیجه می‌گیریم که  $z > y$  بنابراین:

$$\xrightarrow{0 < a = \frac{2}{3} < 1} 4x - 2 > 2x + 4 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۱)

۴

۳

۲

۱

(معمد بفرمایید)

-۱۱۷

$$\left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = 9^{x+1} \Rightarrow \left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = 3^{2x+2} \Rightarrow 3^{3-3x} = 3^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 3 - 3x = 2x + 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱

با توجه به نقاط زیر گزینه «۱» درست رسم نشده است:

$$\xrightarrow{x=1} y = \log_{\frac{1}{2}}^1 = 0$$

$$\xrightarrow{x=4} y = \log_{\frac{1}{2}}^4 = -2$$

بنابراین نمودار باید از نقطه  $(4, -2)$  عبور کند.

تذکر: نمودار رسم شده در گزینه «۱»، نمودار تابع  $y = \log_{\frac{1}{4}}^x$  است.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}} = \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{3}{2}} \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} = \frac{x}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$\log_{\frac{2}{2}}^{(6(\frac{3}{2})-1)} = \log_{\frac{2}{2}}^8 = \log_{\frac{2}{2}}^{2^3} = \frac{1}{3} \log_{\frac{2}{2}}^2 = 2$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{5x^2 + 2x - 7}{x-1} = 3^2 \Rightarrow 5x^2 + 2x - 7 = 9x - 9$$

$$\Rightarrow 5x^2 - 7x + 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x=1 & \text{غقق} \\ x=\frac{2}{5} & \text{غقق} \end{cases}$$

هر دو مقدار  $x$  در دامنه  $\log_3(x-1)$  که برابر  $(1, +\infty)$  است، قرار ندارند، پس معادله جواب ندارد.

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهم‌رضا کشاورزی)

-۱۲۳

$$\log_{1/5}^{2/5} = \frac{\log^{2/5}}{\log^{1/5}} = \frac{\log^{\frac{2}{5}}}{\log^{\frac{1}{5}}} = \frac{\log^{\frac{2}{5}}}{\log^{\frac{3}{5}}} = \frac{\log^{\frac{2}{5}} - \log^{\frac{3}{5}}}{\log^{\frac{3}{5}} - \log^{\frac{2}{5}}} = \frac{1 - \log^{\frac{2}{5}} - \log^{\frac{2}{5}}}{\log^{\frac{3}{5}} - \log^{\frac{2}{5}}}$$

$$= \frac{1 - 2\log^{\frac{2}{5}}}{\log^{\frac{3}{5}} - \log^{\frac{2}{5}}} = \frac{1 - 2(0/3)}{0/48 - 0/3} = \frac{1 - 0/6}{0/48 - 0/3} = \frac{0/4}{0/18} = \frac{20}{9}$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد بهیرایی)

$$\begin{aligned} \log_2^{(x+2)} + \log_2^{(x-2)} &= \log_2^{(x+2)(x-2)} \\ &= \log_2^{(x^2-4)} \end{aligned}$$

با توجه به فرمول  $a^{\log_a x} = x$  داریم:

$$2^{\frac{1}{3} \log_2^{3x}} = 2^{\log_2^{3x}} = 3x$$

$$2^{\log_2^{(x^2-4)}} = (x^2-4)$$

$$\Rightarrow 3x = x^2 - 4$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+1)(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 & \text{غقق} \\ x = 4 & \text{قق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_2^{(x+4)} = \log_2^4 = 3$$

(ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱