

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

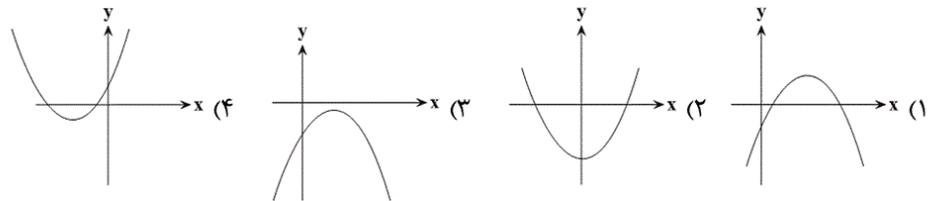
ریاضی ۱ - دهم ، آمار و احتمال - ۱ سوال

۱۱۰- در کدام گزینه نوع هر دو متغیر ذکر شده، دقیقاً یکسان است؟

- (۱) انواع هواپیما، میزان لذت بردن از تماشای فوتبال
(۲) وزن گوسفندان دامداری، تعداد گوسفندان دامداری
(۳) شاخص توده بدن مردم تهران، سرعت خودرو
(۴) رنگ مداد رنگی های سارا، تعداد مداد رنگی های سارا

ریاضی ۱ - دهم ، ترکیبی - ۲ سوال

۱۰۵- اگر خط $x=1$ محور تقارن سهمی مفروض $y = kx^2 + k^2x + k^3$ باشد، آن گاه شکل سهمی $y = k^3x^2 + k^2x + k$ مطابق کدام گزینه است؟



۱۰۶- بزرگ ترین بازه ای که نمودار تابع درجه دوم $y = -2x^2 + ax + b$ در آن بالای محور x هاست، به صورت $(-1, 5)$ است. حاصل $4b - 5a$ کدام است؟

- (۱) -29 (۲) صفر (۳) 20 (۴) 4

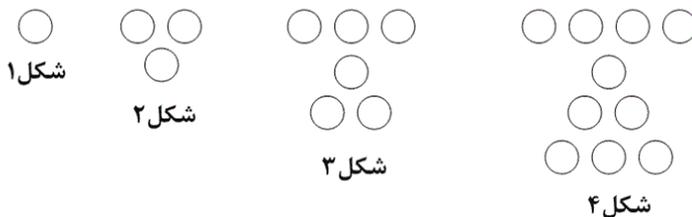
ریاضی ۱ - دهم ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۳ سوال

۱۰۱- از ۷۴ دانش آموز یک دبیرستان، ۲۸ نفر در کلاس ریاضی، ۴۲ نفر در کلاس فیزیک و ۸ نفر در هر دو کلاس ثبت نام کرده اند.

چند نفر از دانش آموزان، فقط در یکی از کلاس ها ثبت نام نموده اند؟

- (۱) 34 (۲) 54 (۳) 12 (۴) 20

۱۰۲- در الگوی زیر، تعداد دایره ها در شکل دهم کدام است؟



- (۱) 55
(۲) 65
(۳) 45
(۴) 50

۱۰۳- بین دو عدد ۲ و ۴۸۶، چهار عدد به شکلی درج کرده ایم که شش عدد حاصل، تشکیل یک دنباله هندسی صعودی دهند. در

دنباله شش جمله ای حاصل، واسطه حسابی جمله دوم و سوم کدام است؟

- (۱) 4 (۲) 18 (۳) 12 (۴) 14

ریاضی ۱ - دهم ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱ سوال -

۱۰۴- اگر $a^2 - a < 0$ باشد، آنگاه کدام یک از مقایسه‌های زیر درست است؟

$\sqrt{a} < \sqrt[3]{a^2}$ (۴) $a^{-2} < a^{-3}$ (۳) $a^{\frac{1}{3}} > a^{\frac{1}{5}}$ (۲) $a^3 < a^4$ (۱)

ریاضی ۱ - دهم، معادله‌ها و نامعادله‌ها - ۱ سوال

۱۰۷- مجموعه جواب نامعادله $5x < |x| - 1 < 2x$ کدام بازه است؟

$(0, \frac{1}{2})$ (۱) $(\frac{1}{4}, 0)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $(-\infty, 0)$ (۴)

ریاضی ۱ - دهم، شمارش، بدون شمردن - ۲ سوال

۱۰۸- با ارقام ۸، ۶، ۴، ۲، ۰ چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت که حداقل دو رقم آن تکراری باشد؟

۴۰ (۱) ۴۸ (۲) ۵۲ (۳) ۶۵ (۴)

۱۰۹- یک تاس سالم را پرتاب می‌کنیم و در ادامه به اندازه عدد رو شده، مجدداً تاس می‌اندازیم. مجموع تمام اعداد رو شده تاس‌های این

فرایند، چند عدد طبیعی متفاوت می‌تواند باشد؟

۳۹ (۱) ۴۰ (۲) ۴۲ (۳) ۴۱ (۴)

ریاضی ۲ - یازدهم، هندسه تحلیلی و جبر - ۳ سوال -

۹۱- جواب‌های کدام معادله، قرینه و معکوس جواب‌های معادله $2x^2 - 3x - 1 = 0$ است؟

$x^2 - 3x + 2 = 0$ (۱) $x^2 + 3x + 2 = 0$ (۲)

$x^2 + 3x - 2 = 0$ (۳) $x^2 - 3x - 2 = 0$ (۴)

۹۲- تعداد جواب‌های معادله $x - 1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2 + x}$ ، کدام است؟

صفر (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴)

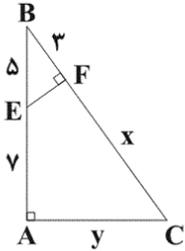
۹۳- مجموع جواب‌های معادله $2\sqrt{x^2 + 2x} = (x+1)^2$ کدام است؟

۲ (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)

ریاضی ۲ - یازدهم، هندسه - ۳ سوال

۹۴- کدام گزینه یک قضیه دوشرطی نیست؟

- (۱) تعدادی داده آماری با هم برابر هستند، اگر و تنها اگر واریانس آن‌ها صفر باشد.
 (۲) دو مثلث هم‌نهشت هستند، اگر و تنها اگر، مساحت آن‌ها برابر باشد.
 (۳) در مثلث متساوی‌الاضلاع یک پاره‌خط نیمساز است، اگر و تنها اگر میانه باشد.
 (۴) نقطه‌ای روی عمودمنصف یک پاره‌خط است، اگر و تنها اگر فاصله آن از دو سر پاره‌خط یکسان باشد.



۹۵- در شکل مقابل، حاصل $x + y$ کدام است؟

- (۱) ۳۲
 (۲) ۲۴
 (۳) ۳۰
 (۴) ۳۳

۹۶- در یک مستطیل به طول اضلاع ۳ و ۱ واحد، فاصله یک رأس از قطر واصل دو رأس مجاورش کدام است؟

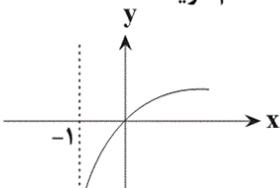
- (۱) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

ریاضی ۲ - یازدهم، توابع نمایی و لگاریتمی - ۲ سوال -

۹۷- اگر $(\log_3^{\frac{1}{2}})^{2x^2} = -1$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت تعریف شده $\frac{\log(x+3)}{\log(\lambda x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۹۸- اگر نمودار تابع $f(x) = a + \log_3^{x+b}$ به شکل زیر باشد، طول نقطه برخورد این تابع با خط $y = 3$ برابر با کدام گزینه است؟



- (۱) ۶
 (۲) ۷
 (۳) ۸
 (۴) ۹

ریاضی ۲ - یازدهم، آمار و احتمال - ۲ سوال

۹۹- اگر میانگین داده‌های ۳۷، ۱۲، ۷، ۴، ۳ و ۲ و a برابر ۱۰ باشد، اختلاف چارک اول و سوم آن‌ها کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۰۰- اگر در تعدادی داده آماری نابرابر همه داده‌ها را با میانگین آن‌ها (که غیرصفر است) جمع کنیم، ضریب تغییرات آن‌ها CV_1 و

اگر همه داده‌ها را در میانگین ضرب کنیم، ضریب تغییرات CV_2 می‌شود. حاصل $\frac{CV_2}{CV_1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) بسته به داده‌ها، می‌تواند مقادیر مختلفی باشد.

۱۱۰- گزینه «۳»

(سروش مویینی)

انواع هواپیما: کیفی اسمی

میزان لذت‌بردن از تماشای فوتبال: کیفی ترتیبی

وزن گوسفندان دامداری: کمی پیوسته

تعداد گوسفندان دامداری: کمی گسسته

شاخص توده بدن مردم تهران: کمی پیوسته

سرعت خودرو: کمی پیوسته

رنگ مداد رنگی‌های سارا: کیفی اسمی

تعداد مداد رنگی‌های سارا: کمی گسسته

(آمار و احتمال) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = -\frac{b}{2a}$ است:

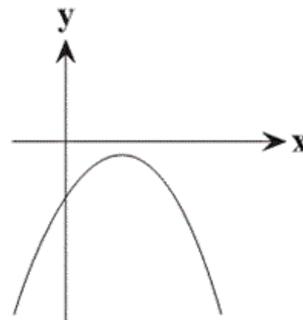
$$-\frac{k^2}{2k} = 1 \Rightarrow k = -2$$

پس سهمی مورد نظر دارای ضابطه $y = -8x^2 + 4x - 2$ است.

این سهمی دهانه‌اش رو به پایین ($a < 0$) و طول رأس آن مثبت ($-\frac{b}{2a} > 0$)

و عرض از مبدأ آن منفی ($c < 0$) و بدون ریشه ($\Delta < 0$) است که در شرایط

سهمی زیر صدق می‌کند:



(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

باید $x = -1,5$ ریشه‌های معادله درجه دوم $-2x^2 + ax + b = 0$ باشند:

$$\begin{cases} -2 - a + b = 0 \\ -50 + 5a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 5a + b = 50 \end{cases} \Rightarrow a = 8, b = 10 \Rightarrow 4b - 5a = 0$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

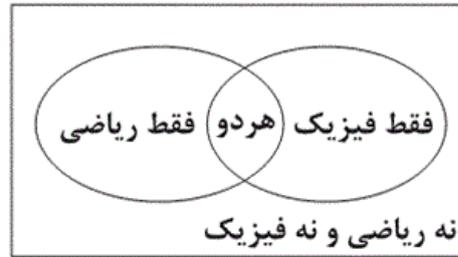
۴

۳

۲ ✓

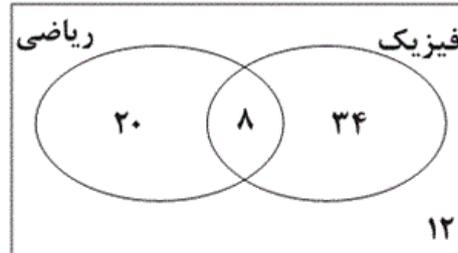
۱

ابتدا نمودار ون صورت سؤال را رسم می‌کنیم:



فقط در یکی از کلاس‌ها؛ یعنی فقط در ریاضی یا فقط در فیزیک که تعداد آن

$$\text{برابر است با: } 20 + 34 = 54$$



(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در بخش پایینی، اعداد طبیعی از عدد ۱ تا یکی قبل از شماره مرحله آن شکل جمع می‌شوند. بنابراین در مرحله n ام، $(1 + \dots + (n-1)) + n$ دایره در پایین شکل خواهیم داشت. در نتیجه:

$$a_n = n + 1 + 2 + \dots + n - 1 = n + \frac{n(n-1)}{2}$$

$$\Rightarrow a_{10} = 10 + \frac{10 \times 9}{2} = 55$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دنباله شش جمله‌ای شکل گرفته به صورت زیر است:

$$2, a_2, a_3, a_4, a_5, 486 \Rightarrow 2 \times q^5 = 486 \Rightarrow q^5 = 243$$

$$\Rightarrow q = 3$$

$$2, 6, 18, 54, 162, 486$$

پس داریم:

که واسطه حسابی $a_2 = 6$ و $a_3 = 18$ برابر است با:

$$\frac{a_2 + a_3}{2} = \frac{6 + 18}{2} = 12$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

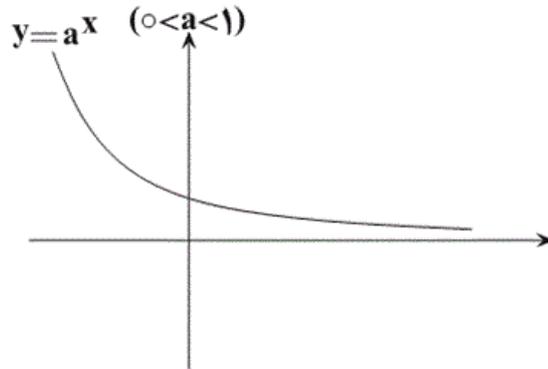
 ۲

 ۱

ابتدا حدود a را مشخص می‌کنیم.

$$a^2 - a < 0 \Rightarrow a(a-1) < 0$$

a	0	1
$a^2 - a$	$+$	$-$



به‌ازای $0 < a < 1$ نمودار تابع $y = a^x$ یک نمودار نمایی و نزولی است.

گزینه «۱»: طبق نمودار مشخص است که $a^3 > a^4$

گزینه «۲»: طبق نمودار داریم: $\frac{1}{a^3} < \frac{1}{a^4}$

گزینه «۳»: طبق نمودار مشخص است که $a^{-3} > a^{-2}$

گزینه «۴»: برای مقایسه دو رادیکال با فرجه‌های غیریکسان، ابتدا باید فرجه‌ها را

$$\sqrt{a} = \sqrt[6]{a^3}, \sqrt[3]{a^2} = \sqrt[6]{a^4}$$

یکسان کنیم.

حال کافی است a^3 و a^4 را با هم مقایسه کنیم که داریم $a^3 > a^4$. پس:

$$\sqrt[6]{a^3} > \sqrt[6]{a^4} \Rightarrow \sqrt{a} > \sqrt[3]{a^2}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به حضور قدر مطلق در نامعادله، احتیاج به تقسیم بندی بازه وجود دارد:

$$x \geq 0: \begin{cases} 5x > 0 \Rightarrow x > 0 \\ 2x - 1 < 0 < 5x \Rightarrow \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 5x > 0 \Rightarrow x > 0 \\ 2x - 1 < 0 \Rightarrow x < \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

از اشتراک تمام شرطها برای این قسمت، مجموعه جواب $(0, \frac{1}{2})$ به دست می آید:

$$x < 0: \begin{cases} -2x < 5x \Rightarrow x > 0 \\ 2x - 1 < -2x < 5x \Rightarrow \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} -2x < 5x \Rightarrow x > 0 \\ 2x - 1 < -2x \Rightarrow x < \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

از اشتراک تمام شرطها برای این قسمت، مجموعه جواب \emptyset به دست می آید.

پس جواب مسئله $(0, \frac{1}{2})$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۸ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رحمان پور رحیم)

ابتدا تعداد کل اعداد سه رقمی را که می توان نوشت، به دست آورده و سپس تعداد اعداد سه رقمی بدون ارقام تکراری را از آن کم می کنیم تا به مطلوب مسئله برسیم:

$$4 \times 5 \times 5 - 4 \times 4 \times 3 = 52$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

روش اول: براساس اولین تاس روشده، مسئله را حالتبندی می‌کنیم.
توجه داریم حداقل مجموع زمانی رخ می‌دهد که در همهٔ تاس‌های پرتاب شده عدد ۱ و حداکثر مجموع زمانی رخ می‌دهد که در همهٔ تاس‌های پرتاب شده، عدد ۶ ظاهر شود.

$$\{2, \dots, 7\} = \text{مجموع کل} \Rightarrow \{1, \dots, 6\} = \text{مجموع تاس‌های بعدی} \Rightarrow 1 = \text{تاس اول}$$

$$\{4, \dots, 14\} = \text{مجموع کل} \Rightarrow \{2, \dots, 12\} = \text{مجموع تاس‌های بعدی} \Rightarrow 2 = \text{تاس اول}$$

•
•
•

$$\{12, \dots, 42\} = \text{مجموع کل} \Rightarrow \{6, \dots, 36\} = \text{مجموع تاس‌های بعدی} \Rightarrow 6 = \text{تاس اول}$$

که اگر از تمام این مجموعه‌ها اجتماع بگیریم به مجموعهٔ $\{2, \dots, 42\}$ می‌رسیم که شامل ۴۱ عدد است.

روش دوم: کم‌ترین مجموع موقعی به دست می‌آید که تاس ۱ آمده و تاس بعدی هم ۱ بیاید، پس عدد ۲ کم‌ترین مقدار مجموع است.

بیش‌ترین مقدار مجموع هم موقعی است که تاس اول ۶ آمده و هرکدام از ۶ تاس بعدی هم ۶ باشد یعنی $42 = 6 \times 7$ بیش‌ترین مقدار مجموع است. در نتیجه مجموع اعداد تاس‌های روشده، ۴۱ عدد طبیعی متفاوت می‌تواند باشد.

(شمارش، برون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲

۱

(سروش موینی)

$$S = \alpha + \beta = \frac{3}{2} \text{ و } P = \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$S' = \alpha' + \beta' = -\frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = -\frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{1}{2}} = 3$$

$$P' = \alpha'\beta' = \left(-\frac{1}{\alpha}\right)\left(-\frac{1}{\beta}\right) = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$

$$x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

(هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(مهمربصطفی ابراهیمی)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = x-1 \Rightarrow \frac{x+1+x+1}{x(x+1)} = x-1$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x(x+1)} = x-1 \xrightarrow{x \neq -1} \frac{2}{x} = x-1 \xrightarrow{x \neq 0} x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

اما $x = -1$ ریشهٔ مخرج و غیرقابل قبول است. پس معادله یک ریشه دارد.

(هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱

$$2\sqrt{x^2 + 2x} = x^2 + 2x + 1$$

با تغییر متغیر $x^2 + 2x = t$ ، داریم:

$$2\sqrt{t} = t + 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 4t = t^2 + 2t + 1 \Rightarrow t^2 - 2t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1$$

$$x^2 + 2x = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0$$

پس داریم:

مجموع جواب‌های این معادله ۲- است.

(هندسهٔ تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۲۲ تا ۲۴)

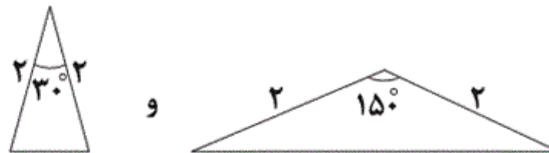
۴

۳

۲ ✓

۱

گزینه ۲، دو شرطی نیست. مثال نقض:



این دو مثلث دارای مساحت یکسان هستند ولی هم‌زهت نیستند.

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

طبق قضیه فیثاغورس $EF = 4$ است.

$\triangle ABC$ و $\triangle BEF$ متشابه هستند. پس:

$$\frac{x+3}{5} = \frac{12}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \begin{cases} y = 16 \\ x = 17 \end{cases} \Rightarrow x + y = 33$$

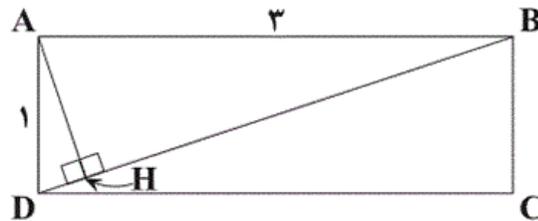
(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\Delta ABD : AD^2 + AB^2 = BD^2$$

$$\Rightarrow 1 + 9 = BD^2 \Rightarrow BD = \sqrt{10}$$

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \times AB \times AD = \frac{1}{2} \times AH \times BD$$

$$\Rightarrow 3 \times 1 = AH \times \sqrt{10} \Rightarrow AH = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

(هندسه) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\log_9^{\frac{1}{3}} = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}(2^{x^2}) = -1 \Rightarrow 2^{x^2} = 2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

عبارت $\frac{\log(x+3)}{\log(8x)}$ به‌ازای $x = -1$ تعریف نمی‌شود. پس $x = 1$ پذیرفته است:

$$\frac{\log(x+3)}{\log(8x)} = \frac{\log 4}{\log 8} = \log_8^4 = \frac{2}{3}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۴ و ۱۱۰ تا ۱۱۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

۹۸- گزینه «۲»

(مصدر مصطفی ابراهیمی)

دامنه این تابع $(-1, +\infty)$ است؛ لذا $x = -1$ ریشه عبارت جلوی لگاریتم می باشد.

$$-1 + b = 0 \Rightarrow b = 1$$

همچنین نمودار از نقطه $(0, 0)$ می گذرد:

$$0 = a + \log_7^1 \Rightarrow a = 0$$

پس داریم:

$$f(x) = \log_7^{x+1}$$

حال طول نقطه برخورد تابع f با خط $y = 3$ را می یابیم:

$$\log_7^{x+1} = 3 \Rightarrow x+1 = 7 \Rightarrow x = 6$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۶ و ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

۹۹- گزینه «۴»

(عزیزالله علی اصغری)

$$\bar{x} = 10 \Rightarrow \frac{a+2+3+4+7+12+37}{7} = 10 \Rightarrow a+65 = 70 \Rightarrow a = 5$$

۲, ۳, ۴, ۵, ۷, ۱۲, ۳۷

↓ ↓ ↓
Q₁ Q₂ Q₃

داده ها را مرتب می نویسیم:

$$Q_3 - Q_1 = 12 - 3 = 9$$

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۵۳ تا ۱۵۵ و ۱۶۱)

۴

۳

۲

۱

(آریان هیدری)

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

$$CV_1 = \frac{\sigma}{2\bar{x}}$$

اگر همه داده‌ها را با \bar{x} جمع کنیم، داریم:

$$CV_2 = \frac{\bar{x}\sigma}{\bar{x}^2} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

اگر همه داده‌ها را در \bar{x} ضرب کنیم، داریم:

$$\frac{CV_2}{CV_1} = \frac{\frac{\sigma}{\bar{x}}}{\frac{\sigma}{2\bar{x}}} = 2$$

در نتیجه:

(آمار و احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۶۰)

۴

۳ ✓

۲

۱