

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم، عبارت های جبری و مفهوم اتحاد - ۲ سوال -

۵۰- در صورتی که $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $x^4 + \frac{1}{x^4}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

۴۴۰۱۴ (۴)

۴۷ (۳)

۸۱ (۲)

۲۲۰۷ (۱)

۵۱- حاصل عبارت $2(x+x^2)(3x-1) + 3x(x-2)(2x+1)$ کدام است؟

$6x^3 - 5x^2 - 8x$ (۴)

$12x^3 - 5x^2 - 8x$ (۳)

$12x^3 + 5x^2 + 8x$ (۲)

$-5x^{12} - 8x$ (۱)

ریاضی نهم، چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها - ۱ سوال

۴۸- حاصل عبارت $(\frac{6+2\sqrt{5}}{2})^{100} \times (\frac{\sqrt{5}-1}{2})^{200}$ کدام است؟

$\frac{5^{200}+1}{2}$ (۴)

$\frac{5^{200}-1}{2}$ (۳)

2^{100} (۲)

4^{100} (۱)

ریاضی نهم، نابرابری ها و نامعادله ها - ۱۰ سوال

۴۹- در یک پارکینگ خودرو، هزینه پارک در ساعت اول ۴۵۰۰۰ ریال و برای هر ساعت اضافی ۳۲۰۰۰ ریال دریافت می شود. با پرداخت مبلغ ۲۵۰۰۰۰ ریال، حداکثر چند ساعت کامل، می توان اتومبیل خود را در پارکینگ پارک کرد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۴۷- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند به طوری که $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ باشد، درباره $ab + bc + ac$ کدام گزینه الزاماً درست است؟

$ab + bc + ac < -\frac{1}{2}$ (۲)

$ab + bc + ac > 1$ (۱)

$-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ac \leq 1$ (۴)

$ab + bc + ac$ همواره مثبت است (۳)

۵۲- عبارت کلامی «حاصل تفاضل دو برابر عددی از ۵ حداقل ۳ می شود»، به صورت جبری کدام گزینه است؟

$5 - 2x \geq 3$ (۴)

$2x - 5 \leq 3$ (۳)

$2x - 5 \geq 3$ (۲)

$5 - 2x \leq 3$ (۱)

۵۳- مجموعه جواب نامعادله $\frac{y-3}{4} - 1 < \frac{y}{2}$ ، شامل چند عدد صحیح نامثبت است؟

بی شمار (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

۵۴- ساده شده نامعادله $1 - (\frac{2p-3}{4}) < \frac{p}{7} + \frac{3}{4}$ کدام است؟

$2/8 < p$ (۴)

$\frac{14}{9} < p$ (۳)

$p < \frac{14}{9}$ (۲)

$p < 2/8$ (۱)

۵۵- a و b اعداد حقیقی و بزرگ‌تر از یک هستند. کدام کسر از بقیه بزرگ‌تر است؟

(۴) $\frac{2a}{2b-1}$

(۳) $\frac{a}{b+1}$

(۲) $\frac{2a}{2b+1}$

(۱) $\frac{a}{b-1}$

۵۶- اگر $7 < -3x - 5 < -2$ باشد، درباره عبارت $A = 2x + 3$ کدام نامعادله درست است؟

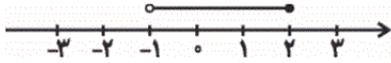
(۴) $-5 \leq A < 1$

(۳) $-1 \leq A < 5$

(۲) $-1 < A \leq 5$

(۱) $-5 < A \leq 1$

۴۱- اگر نمایش مجموعه A روی محور به صورت زیر باشد، نمایش مجموعه A به زبان ریاضی کدام است؟ (نکته به گذشته)



(۲) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 2\}$

(۱) $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid -1 < x \leq 2\}$

(۴) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 2\}$

(۳) $A = \{x \in \mathbb{Q}' \mid -1 < x \leq 2\}$

۴۲- اگر $3(p-3) = q-4$ باشد، کدام یک از نامعادله‌های زیر همواره برقرار است؟ (نکته به گذشته)

(۴) $pq < 0$

(۳) $3p - q > 0$

(۲) $3p + q > 0$

(۱) $pq > 0$

۴۳- پاسخ کدام معادله زیر، در نامعادله $7 < 12 + \frac{3x+4}{y} \leq 3$ صدق می‌کند؟

(۴) $7x + 8 = 3x - 40$

(۳) $x - \frac{7x}{15} = \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$

(۲) $17x - 12 = \frac{4x}{5}$

(۱) $\frac{x}{3} + 11 = 2x$

ریاضی نهم، معادله ی خط - ۷ سوال -

۴۴- چه تعداد از نقاط زیر روی خط به معادله $y = 3x - 5$ قرار ندارند؟

$A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} -3 \\ -14 \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 7 \\ 15 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 21 \\ 59 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 13 \\ -5 \end{bmatrix}$

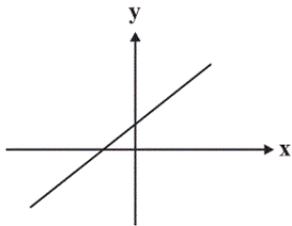
(۴) ۲

(۳) ۳

(۲) ۴

(۱) ۵

۴۵- کدام نقطه الزاماً روی خط در نمودار روبه‌رو، قرار ندارد؟



(۲) $B = \begin{bmatrix} -7 \\ -3 \end{bmatrix}$

(۱) $A = \begin{bmatrix} 12 \\ 8 \end{bmatrix}$

(۴) $D = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

(۳) $C = \begin{bmatrix} 21/5 \\ 13/5 \end{bmatrix}$

۴۶- معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟

(۴) $2y + 5x = 3$

(۳) $2y - 5x = -7$

(۲) $y - 5x = -7$

(۱) $y + 5x = 7$

۵۷- معادله خطی که موازی محور طول‌ها باشد و از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ بگذرد، کدام است؟

(۴) $y = 3$

(۳) $x = 3$

(۲) $y = 4$

(۱) $x + y = 7$

۵۸- مقدار n چه قدر باشد تا نقطه $A = \begin{bmatrix} 3n-7 \\ -n-1 \end{bmatrix}$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم صفحه مختصات واقع شود؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۵۹- کدامیک از موارد زیر، خط تقارن پاره‌خطی است که دو نقطه $A = \begin{bmatrix} 4a-3 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2a+3 \\ 5 \end{bmatrix}$ را به هم وصل می‌کند؟

- (۱) $y = 5$ (۲) $y = 3a$ (۳) $x = 3a$ (۴) $x = 6a$

۶۰- مقدار k چه قدر باشد تا خطی که از نقاط $\begin{bmatrix} k+2 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 2k+5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، موازی محور طول‌ها باشد؟

- (۱) -۳ (۲) ۳ (۳) -۴ (۴) ۴

ریاضی نهم- سوالات موازی، عبارت‌های جبری و مفهوم اتحاد - ۵ سوال

۶۲- کدامیک از عبارت‌های زیر، یک اتحاد را نشان نمی‌دهد؟ (نگاه به گذشته)

- (۱) $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$ (۲) $(x+y)^2 - (x-y)^2 = 4xy$
 (۳) $(x + \frac{1}{x})^2 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4$ (۴) $(a+a^2)^2 = a^2 + a^3 + a^4$

۷۴- در صورتی که $\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل عبارت $x^4 + \frac{1}{x^4}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

- (۱) ۲۲۰۷ (۲) ۸۱ (۳) ۴۷ (۴) ۴۴۰۱۴

۷۵- حاصل عبارت $2(x+x^2)(3x-1) + 3x(x-2)(2x+1)$ کدام است؟

- (۱) $-5x^3 - 8x$ (۲) $12x^3 + 5x^2 + 8x$
 (۳) $12x^3 - 5x^2 - 8x$ (۴) $6x^3 - 5x^2 - 8x$

۶۷- مجموع ضریب‌های طرف دوم اتحاد $(-3a^2 - a)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۱۶ (۳) ۴ (۴) ۲

۶۹- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) حاصل ضرب دو عدد طبیعی با تفاضل ۲، همواره یک واحد از عددی مربع کامل، کم‌تر است.
 (۲) حاصل ضرب چهار عدد طبیعی متوالی همواره یک واحد از عددی مربع کامل، کم‌تر است.
 (۳) مجذور هر عدد فرد به صورت $8k+1$ است.
 (۴) حاصل ضرب سه عدد متوالی همواره به فرم $3^n - 3$ می‌باشد.

ریاضی نهم- سوالات موازی، چند اتحاد دیگر، تجزیه و کاربردها - ۶ سوال

۷۲- حاصل عبارت $(\frac{\sqrt{5}-1}{2})^{200} \times (\frac{6+2\sqrt{5}}{2})^{100}$ کدام است؟

- (۱) 4^{100} (۲) 2^{100} (۳) $\frac{5^{200}-1}{2}$ (۴) $\frac{5^{200}+1}{2}$

۶۸- در تجزیه عبارت $x^{2n+1} - x$ کدام عامل الزاماً وجود ندارد؟ ($n \in \mathbb{N}, n > 1$)

- (۱) $x-1$ (۲) $x+1$ (۳) x (۴) $x^n - 1$

۶۳- حاصل عبارت $(x^m - 1)(x^{4m} + 1)(x^m + 1)(x^{2m} + 1)$ کدام است؟

- (۱) $x^{4m} - 1$ (۲) $x^{4m} - 2x^{2m} + 1$ (۳) $x^{4m} + 2x^{2m} + 1$ (۴) $x^{4m} - 1$

۶۴- تجزیه عبارت $4x^2 - (7+3x)^2$ کدام است؟

- (۱) $(x-7)(5x+7)$ (۲) $(x-7)(5x-7)$ (۳) $(-x-7)(5x+7)$ (۴) $(-x-7)(5x-7)$

۶۵- ساده شده عبارت جبری $x - [(y-x) - (y-1)]$ کدام است؟

- (۱) $2x+1$ (۲) $2x-1$ (۳) $2x-2y-1$ (۴) $2x+2y$

۶۱- تجزیه عبارت $x^6 - 2x^3 - 15$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

- (۱) $(x-5)(x+3)$ (۲) $(x^2-5)(x^2+3)$ (۳) $(x^3-5)(x^3+3)$ (۴) $(x^6-5)(x^6+3)$

ریاضی نهم- سوالات موازی، **نابرابری ها و نامعادله ها** - ۹ سوال

۶۶- اگر $a - 2 = b + 3$ باشد، کدام گزینه الزاماً درست است؟

- (۱) a عددی زوج و b عددی فرد است. (۲) $a < b$
(۳) a و b اعدادی مثبت هستند. (۴) $b - a < 0$

۷۳- در یک پارکینگ اتومبیلی، هزینه پارک در ساعت اول ۴۵۰۰۰ ریال و برای هر ساعت اضافی ۳۲۰۰۰ ریال دریافت می شود. با پرداخت مبلغ ۲۵۰۰۰۰ ریال،

حداکثر چند ساعت کامل، می توان اتومبیل خود را در پارکینگ پارک کرد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۰- پاسخ کدام معادله زیر، در نامعادله $7 < 12 + \frac{3x+4}{y} \leq 3$ صدق می کند؟

- (۱) $\frac{x}{3} + 11 = 2x$ (۲) $17x - 12 = \frac{4x}{5}$ (۳) $x - \frac{7x}{15} = \frac{2x}{5} - \frac{1}{3}$ (۴) $7x + 8 = 3x - 40$

۷۱- اگر a, b و c سه عدد حقیقی باشند به طوری که $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ باشد، درباره $ab + bc + ac$ کدام گزینه الزاماً درست است؟

(۱) $ab + bc + ac > 1$ (۲) $ab + bc + ac < -\frac{1}{2}$

(۳) $ab + bc + ac$ همواره مثبت است (۴) $-\frac{1}{2} \leq ab + bc + ac \leq 1$

۷۶- عبارت کلامی «حاصل تفاضل دو برابر عددی از ۵ حداقل ۳ می شود»، به صورت جبری کدام گزینه است؟

(۱) $5 - 2x \leq 3$ (۲) $2x - 5 \geq 3$ (۳) $2x - 5 \leq 3$ (۴) $5 - 2x \geq 3$

۷۷- جواب نامعادله $\frac{y-3}{4} - 1 < \frac{y}{2}$ ، شامل چند عدد صحیح نامثبت است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) بی شمار

۷۸- ساده شده نامعادله $1 - \left(\frac{2p-3}{4}\right) < \frac{p}{7} + \frac{3}{4}$ کدام است؟

(۱) $p < 2/8$ (۲) $p < \frac{14}{9}$ (۳) $\frac{14}{9} < p$ (۴) $2/8 < p$

۷۹- اگر $7 < -3x - 5 < -2$ باشد، درباره عبارت $A = 2x + 3$ کدام نامعادله درست است؟

(۱) $-5 < A \leq 1$ (۲) $-1 < A \leq 5$ (۳) $-1 \leq A < 5$ (۴) $-5 \leq A < 1$

۸۰- پزشک به یکی از بیماران خود توصیه کرد که اگر وزن شما بیش از ۷۵ کیلوگرم باشد خطرناک است. این بیمار ۱۲۰ کیلوگرم وزن دارد. او طبق دستور پزشک و یک برنامه ورزشی و یک رژیم غذایی، هر دو هفته، ۳ کیلوگرم وزن خود را کاهش می دهد. حداقل پس از چند هفته این بیمار می تواند از حالت خطرناک خارج شود؟

(۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۲۰

-۵۰

(ریمیم مشتاق نظم)

$$\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3\sqrt{x} = x+1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 9x = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 7x = x^2 + 1 \xrightarrow{\div x} 7 = x + \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 49$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\Rightarrow 47 = x^2 + \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2209 = x^4 + \frac{1}{x^4} + 2$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 2207$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۱

(ریمیم مشتاق نظم)

$$2(x + x^2)(3x - 1) + 3x(x - 2)(2x + 1)$$

$$= 2(3x^2 - x + 3x^3 - x^2) + 3x(2x^2 + x - 4x - 2)$$

$$= 4x^2 - 2x + 6x^3 + 6x^3 - 9x^2 - 6x = 12x^3 - 5x^2 - 8x$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۴۸

(ریمیم مشتاق نظم)

$$\left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{200} = \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{200}$$

$$= \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\frac{6-2\sqrt{5}}{4}\right)^{100} = \frac{(36-20)^{100}}{2^{100} \times 4^{100}} = \frac{16^{100}}{8^{100}} = 2^{100}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ریمه مشتاق‌نظم)

اگر x میزان ساعت پارک در پارکینگ باشد، خواهیم داشت:

$$45000 + (x-1) \times 32000 \leq 250000 \Rightarrow (x-1) \times 32000 \leq 205000$$

$$\Rightarrow x-1 \leq \frac{205000}{32000} \approx 6/4 \Rightarrow x \leq 7/4$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳✓

۲

۱

(ریمه مشتاق‌نظم)

$$(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + c^2 + 2(a+b)(c)$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + 2ac + 2bc$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\Rightarrow (a+b+c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_1 + 2(ab+ac+bc) \geq 0$$

$$\Rightarrow ab+ac+bc \geq -\frac{1}{2}$$

$$(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + c^2 - 2ac + b^2 + c^2 - 2bc$$

$$= 2(\underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_1) - 2(ab+ac+bc) \geq 0$$

$$\Rightarrow ab+ac+bc \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq ab+bc+ac \leq 1$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۹۴)

۴✓

۳

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

تفاضل دو برابر عددی از ۵

$$5 - 2x$$

$$\geq 3$$

حداقل ۳

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴✓

۳

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

$$\frac{y-3}{4} - 1 < \frac{y}{2} \xrightarrow{\times 4} y-3-4 < 2y \Rightarrow y-7 < 2y$$

$$\Rightarrow -7 < y \xrightarrow{\text{اعداد صحیح نامثبت}} -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(بهراد موسوی)

$$1 - \left(\frac{2p-3}{4}\right) < \frac{p}{7} + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{2p-3}{4}\right) - \frac{3}{4} < \frac{p}{7} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{2p-3}{4} < \frac{p}{7}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2p}{4} < \frac{p}{7} \Rightarrow 1 - \frac{p}{2} < \frac{p}{7} \Rightarrow 1 < \frac{p}{2} + \frac{p}{7} \Rightarrow 1 < \frac{9}{14}p \Rightarrow \frac{14}{9} < p$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میم مشتاق‌نظم)

در مقایسه $\frac{a}{b+1}$ و $\frac{a}{b-1}$ ، کسر $\frac{a}{b-1}$ بزرگ‌تر است چون مخرج آن کوچک‌تر است.

در مقایسه $\frac{2a}{2b-1}$ و $\frac{2a}{2b+1}$ به‌طور مشابه $\frac{2a}{2b-1}$ بزرگ‌تر است.

$$\frac{2a}{2b-1} = \frac{2a}{2\left(b-\frac{1}{2}\right)} = \frac{a}{b-\frac{1}{2}}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(سمیرا هاشمی)

$$-2 \leq -3x - 5 < 7 \xrightarrow{+5} 3 \leq -3x < 12 \xrightarrow{\div(-3)} -1 < x \leq -2$$

$$-4 < x \leq -1 \xrightarrow{\times 2} -8 < 2x \leq -2$$

$$\xrightarrow{+3} -5 < 2x + 3 \leq +1 \Rightarrow -5 < A \leq 1$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(نگاه به گذشته: سعید جعفری کافی آباد)

-۴۱

چون مجموعه A تمام اعداد بین -1 و 2 را در بر گرفته است، بنابراین $x \in R$ است و از طرفی نقطه -1 عضو A نیست و نقطه 2 عضو A می‌باشد؛ پس:

$$-1 < x \leq 2$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(نگاه به گذشته: مرتضی اسداللهی)

-۴۲

$$3(p-3) = q-4 \Rightarrow 3p-9 = q-4$$

$$\Rightarrow 3p = q+5 \Rightarrow 3p > q \Rightarrow 3p-q > 0$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا نامعادله را ساده می‌کنیم:

(سینا کروسبی)

$$3 \leq \frac{3x+4}{7} + 12 < 7$$

$$\xrightarrow{-12} -9 \leq \frac{3x+4}{7} < -5$$

$$\xrightarrow{\times 7} -63 \leq 3x+4 < -35$$

$$\xrightarrow{-4} -67 \leq 3x < -39$$

$$\xrightarrow{\div 3} \frac{-67}{3} \leq x < -13$$

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱» : } \frac{x}{3} + 11 = 2x \xrightarrow{\times 3} x + 33 = 6x \Rightarrow 5x = 33 \Rightarrow x = \frac{33}{5}$$

$$\text{گزینه «۲» : } 17x - 12 = \frac{4x}{5} \xrightarrow{\times 5} 85x - 60 = 4x \Rightarrow 81x = 60$$

$$\Rightarrow x = \frac{60}{81}$$

$$\text{گزینه «۳» : } x - \frac{7x}{15} = \frac{2x}{5} - \frac{8}{3} \xrightarrow{\times 15} 15x - 7x = 6x - 40$$

$$\Rightarrow 2x = -40 \Rightarrow x = -20 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه «۴» : } 7x + 8 = 3x - 40 \Rightarrow 4x = -48 \Rightarrow x = -12$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سینا کروسبی)

-۴۴

$$A \rightarrow 3(2) - 5 = 1 \quad \times$$

$$B \rightarrow 3(5) - 5 = 10 \quad \checkmark$$

$$C \rightarrow 3(-2) - 5 = -11 \quad \times$$

$$D \rightarrow 3(-3) - 5 = -14 \quad \checkmark$$

$$E \rightarrow 3(7) - 5 = 16 \quad \times$$

$$F \rightarrow 3(21) - 5 = 58 \quad \times$$

$$G \rightarrow 3\left(\frac{4}{5}\right) - 5 = \frac{12}{5} - \frac{25}{5} = \frac{-13}{5} \quad \checkmark$$

(خط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

همان طور که از شکل مشخص است، خط مورد نظر از ناحیه‌های اول، دوم و سوم می‌گذرد. پس هیچ نقطه‌ای روی آن نمی‌توان یافت که دارای طول مثبت و عرض منفی باشد. بنابراین، نقطه $D = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ که در ناحیه چهارم قرار دارد، نمی‌تواند روی این خط باشد.

(فقط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳

۲

۱

(سعید جعفری کافی آباد)

مختصات نقاط داده شده را در معادله‌های موجود در گزینه‌ها جایگذاری می‌کنیم. گزینه‌ای که هر دو نقطه در معادله خط آن صدق کنند، پاسخ خواهد بود.

بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه «۱»}: \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow (-1) + 5(1) = 5 - 1 = 4 \neq 7$$

$$\text{گزینه «۲»}: \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow (-1) - 5(1) = -1 - 5 = -6 \neq -7$$

$$\text{گزینه «۳»}: \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(-1) - 5(1) = -2 - 5 = -7 \quad \checkmark$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(4) - 5(3) = 8 - 15 = -7 \quad \checkmark$$

$$\text{گزینه «۴»}: \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2(4) + 5(3) = 8 + 15 = 23 \neq 3$$

پس معادله خطی که از دو نقطه $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، برابر با معادله خطی است که در گزینه «۳» آمده است.

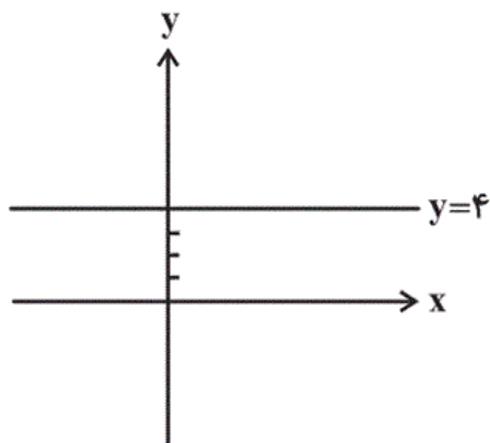
(فقط و معادله‌های فطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳

۲

۱



معادله خطی که موازی محور طول‌ها باشد به صورت $y = k$ نوشته می‌شود؛ پس معادله خط موردنظر $y = 4$ است.

(خط و معادله‌های فخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

$$y = -x \begin{matrix} \left[\begin{array}{c} 3n-7 \\ -n-1 \end{array} \right] \\ \rightarrow \end{matrix}$$

$$-n-1 = -(3n-7) \rightarrow -n-1 = -3n+7 \rightarrow 2n = 8 \rightarrow \boxed{n=4}$$

(خط و معادله‌های فخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

دو نقطه $\begin{bmatrix} 2a+3 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 4a-3 \\ 5 \end{bmatrix}$ نسبت به خط $x = k$ متقارن می‌شوند

(چون دارای عرض یکسان ۵ هستند، پس روی خط $y = 5$ قرار دارند.) و معادله خط تقارن برابر است با میانگین طول‌های دو نقطه:

$$x = \frac{(4a-3) + (2a+3)}{2} = \frac{6a}{2} = 3a \rightarrow \boxed{x=3a}$$

(خط و معادله‌های فخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

نکته: خطی موازی محور طول‌ها است که عرض تمامی نقاط روی آن با هم برابر باشند. (به فرم $y = n$) پس عرض دو نقطه داده شده نیز با یکدیگر برابر است:

$$2k + 5 = -3 \Rightarrow 2k = -8 \Rightarrow \boxed{k = -4}$$

(خط و معادله‌های فخطی، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۱)

-۶۲

(نگاه به گذشته: علی ارجمند)

کافی است از اتحاد مربع دو جمله‌ای استفاده کنیم تا گزینه مورد نظر را بیابیم:

تشریح گزینه‌ها:

$$\begin{aligned} \text{گزینه «۱»}: (x - 2y)^2 &= x^2 - 2 \times 2y \times x + (2y)^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{گزینه «۲»}: (x + y)^2 - (x - y)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{گزینه «۳»}: (x + \frac{1}{x})^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \times x \times \frac{1}{x} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \\ &= x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 + 4 = (x - \frac{1}{x})^2 + 4 \end{aligned}$$

$$\text{گزینه «۴»}: (a + a^2)^2 = a^2 + 2a \times a^2 + (a^2)^2 = a^2 + 2a^3 + a^4$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

(میدم مشتاق نظم)

$$\frac{\sqrt{x}}{x+1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3\sqrt{x} = x+1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 9x = x^2 + 2x + 1$$

$$\Rightarrow 7x = x^2 + 1 \xrightarrow{\div x} 7 = x + \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 49$$

$$= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$$

$$\Rightarrow 49 = x^2 + \frac{1}{x^2} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 2209 = x^4 + \frac{1}{x^4} + 2$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 2207$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میدم مشتاق نظم)

$$2(x+x^2)(3x-1) + 3x(x-2)(2x+1)$$

$$= 2(3x^2 - x + 3x^3 - x^2) + 3x(2x^2 + x - 4x - 2)$$

$$= 4x^2 - 2x + 6x^3 + 6x^3 - 9x^2 - 6x = 12x^3 - 5x^2 - 8x$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

روش اول:

$$(-3a^2 - a)^2 = 9a^4 + 6a^3 + a^2 \Rightarrow 9 + 6 + 1 = 16$$

روش دوم: چون اتحاد به‌ازای هر عددی به‌جای متغیر برقرار است، پس کافی

است که به‌جای a عدد ۱ قرار دهیم:

$$(-3a^2 - a)^2 = (-3 \times 1^2 - 1)^2 = (-4)^2 = 16$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

بررسی گزینه‌ها:

$$a(a+2) = a^2 + 2a = (a+1)^2 - 1 \quad \text{گزینه «۱»}$$

گزینه «۲»:

$$a(a+1)(a+2)(a+3) = \underbrace{(a^2+3a)}_m \underbrace{(a^2+3a+2)}_{m+2}$$

$$= m(m+2) = (m^2 + 2m + 1) - 1 = (m+1)^2 - 1$$

گزینه «۳»:

$$(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1 = 4 \underbrace{m(m+1)}_{2k} + 1 = 8k + 1$$

توجه کنید که حاصل ضرب دو عدد متوالی، الزاماً زوج است، چرا که حتماً یکی از آن‌ها عددی زوج است.

گزینه «۴»: مثال نقض: حاصل ضرب ۳ عدد طبیعی متوالی ۴، ۵ و ۶ به فرم $3^n - 3$ نمی‌باشد.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

(همیم مشتاق‌نظم)

-۷۲

$$\begin{aligned} \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{200} &= \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2\right)^{100} \\ &= \left(\frac{6+2\sqrt{5}}{2}\right)^{100} \times \left(\frac{6-2\sqrt{5}}{4}\right)^{100} = \frac{(36-20)^{100}}{2^{100} \times 4^{100}} = \frac{16^{100}}{8^{100}} = 2^{100} \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{aligned}
 x^{2^{n+1}} - x &= x(x^{2^n} - 1) = x(x^{2^{n-1}} - 1)(x^{2^{n-1}} + 1) \\
 &= x(x^{2^{n-2}} - 1)(x^{2^{n-2}} + 1)
 \end{aligned}$$

فاکتور $(x^{2^{n-1}} - 1)$ را به همین ترتیب با استفاده از اتحاد مزدوج تا جایی که به فاکتورهای $(x-1)$ و $(x+1)$ برسیم تجزیه می‌کنیم؛ لذا عامل‌های x , $(x-1)$ و $(x+1)$ در این تجزیه وجود دارند اما لزوماً عبارت صورت سؤال دارای فاکتور $(x^n - 1)$ نمی‌باشد.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سعید جعفری کاف‌آباد)

-۶۳

$$\begin{aligned}
 &\underbrace{(x^m - 1)(x^m + 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}}(x^{2m} + 1)(x^{4m} + 1) \\
 &= \underbrace{(x^{2m} - 1)(x^{2m} + 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}}(x^{4m} + 1) \\
 &= \underbrace{(x^{4m} - 1)(x^{4m} + 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = x^{8m} - 1
 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا پورقلی)

-۶۴

$$\begin{aligned}
 4x^2 - (7 + 3x)^2 &= (2x - (7 + 3x))(2x + (7 + 3x)) \\
 &= (2x - 7 - 3x)(2x + 7 + 3x) = (-x - 7)(5x + 7)
 \end{aligned}$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا پورقلی)

$$x - [y - x - y + 1] = x - y + x + y - 1 = 2x - 1$$

(عبارت‌های جبری، صفحه ۷۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(نگاه به گذشته: علیرضا پورقلی)

$$x^6 - 2x^3 - 15 \xrightarrow{x^3=t}$$

$$t^2 - 2t - 15 = (t-5)(t+3) = (x^3-5)(x^3+3)$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علیرضا پورقلی)

$$a - 2 = b + 3 \Rightarrow a = b + 5 \Rightarrow b < a \Rightarrow b - a < 0$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(همیم مشتاق‌نظم)

اگر x میزان ساعت پارک در پارکینگ باشد، خواهیم داشت:

$$45000 + (x-1) \times 32000 \leq 250000 \Rightarrow (x-1) \times 32000 \leq 205000$$

$$\Rightarrow x-1 \leq \frac{205000}{32000} \approx 6/4 \Rightarrow x \leq 7/4$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا نامعادله را ساده می‌کنیم:

$$3 \leq \frac{3x+4}{7} + 12 < 7$$

$$\xrightarrow{-12} -9 \leq \frac{3x+4}{7} < -5$$

$$\xrightarrow{\times 7} -63 \leq 3x+4 < -35$$

$$\xrightarrow{-4} -67 \leq 3x < -39$$

$$\xrightarrow{\div 3} \frac{-67}{3} \leq x < -13$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(همیم مشتاق‌نظم)

-۷۱

$$(a+b+c)^2 = ((a+b)+c)^2 = (a+b)^2 + c^2 + 2(a+b)(c)$$

$$= a^2 + b^2 + 2ab + c^2 + 2ac + 2bc$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a+b+c)^2 = \underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_1 + 2(ab+ac+bc) \geq 0$$

$$\Rightarrow ab+ac+bc \geq -\frac{1}{2}$$

$$(a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2$$

$$= a^2 + b^2 - 2ab + a^2 + c^2 - 2ac + b^2 + c^2 - 2bc$$

$$= 2(\underbrace{a^2 + b^2 + c^2}_1) - 2(ab+ac+bc) \geq 0$$

$$ab+ac+bc \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq ab+bc+ac \leq 1$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۷۹ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مرتضی اسداللهی)

تفاضل دو برابر عددی از ۵

$$5 - 2x$$

$$\geq 3$$

حداقل ۳

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(علیرضا پورقلی)

$$\frac{y-3}{4} - 1 < \frac{y}{2} \xrightarrow{\times 4} y-3-4 < 2y \Rightarrow y-7 < 2y$$

$$\Rightarrow -7 < y \xrightarrow{\text{اعداد صحیح نامثبت}} -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

(بهراد موسوی)

$$1 - \left(\frac{2p-3}{4}\right) < \frac{p}{7} + \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 1 - \left(\frac{2p-3}{4}\right) - \frac{3}{4} < \frac{p}{7} \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{2p-3}{4} < \frac{p}{7}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{2p}{4} < \frac{p}{7} \Rightarrow 1 - \frac{p}{2} < \frac{p}{7} \Rightarrow 1 < \frac{p}{2} + \frac{p}{7} \Rightarrow 1 < \frac{9}{14}p \Rightarrow \frac{14}{9} < p$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(سمیرا هاشمی)

$$-2 \leq -3x - 5 < 7 \xrightarrow{+5} 3 \leq -3x < 12 \xrightarrow{\div(-3)}$$

$$-4 < x \leq -1 \xrightarrow{\times 2} -8 < 2x \leq -2$$

$$\xrightarrow{+3} -5 < 2x + 3 \leq +1 \Rightarrow -5 < A \leq 1$$

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(کتاب آبی)

 $x =$ تعداد هفته‌هاهر هفته $1/5$ کیلوگرم \rightarrow هر دو هفته 3 کیلوگرم

$$\Rightarrow 120 - 1/5x \leq 75 \Rightarrow -1/5x \leq 75 - 120 \Rightarrow -1/5x \leq -45$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{-45}{-1/5} = 30$$

بنابراین حداقل 30 هفته طول می‌کشد.

(عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲ ✓

۱