



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی، جمع بردارها - ۳ سوال -

۵۳- بردارهای  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$  و  $\vec{b} = \frac{2}{3}\vec{j}$  چه زاویه‌ای با هم می‌سازند؟

۱۳۵° (۴)

۶۵° (۳)

۹۰° (۲)

۴۵° (۱)

۵۴- در معادله زیر  $\vec{x}$  کدام است؟

$$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j}$$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$  (۳)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$  (۱)

۶۰- بردار  $\vec{x}$  در معادله برداری زیر، کدام است؟

$$6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۳)

$\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$  (۱)

ریاضی، شکل‌های هم نهشت - ۹۰ سوال

۴۱- اندازه قطر مربعی ۴ سانتی‌متر است. طول ضلع این مربع کدام است؟ (نگاه به گذشته)

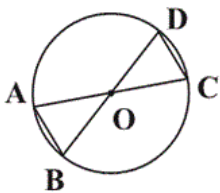
$\sqrt{32}$  (۴)

$\sqrt{10}$  (۳)

$\sqrt{8}$  (۲)

$\sqrt{6}$  (۱)

۴۲- در شکل زیر اگر  $AB = 4$  و  $OB = 5$  باشند، آنگاه محیط مثلث ODC کدام است؟ (O مرکز دایره است.)  
(نگاه به گذشته)



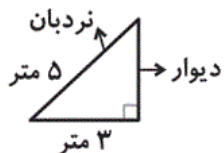
۱۲ (۱)

۱۴ (۲)

۱۳ (۳)

۱۵ (۴)

۴۶- برای رفتن به بالای دیواری، مطابق شکل زیر از یک نردبان به طول ۵ متر استفاده می‌کنیم. اگر فاصله ابتدای نردبان تا پای دیوار ۳ متر باشد، ارتفاع دیوار چند متر است؟



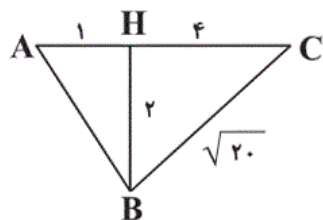
۴ (۲)

۳/۵ (۱)

۳ (۴)

۴/۵ (۳)

۴۷- در شکل زیر، اگر  $BC = \sqrt{20}$ ،  $CH = 4$ ،  $AH = 1$  و  $BH = 2$  باشند، زاویه  $\hat{A}BC$  کدام است؟ (A، H، C روی یک خط هستند.)



۱۲۰° (۱)

۹۰° (۲)

۱۳۵° (۳)

۱۵۰° (۴)

۴۸- محیط یک لوزی با قطرهای ۸ و ۶ سانتی‌متر، چند سانتی‌متر است؟

۱۰۰ (۴)

۲۰ (۳)

۴۸ (۲)

۲۴ (۱)

۴۹- در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌روی زاویه ۴۵ درجه چند برابر طول وتر است؟

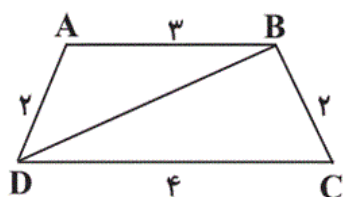
$\frac{1}{\sqrt{2}}$  (۴)

$\frac{1}{\sqrt{3}}$  (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{2}{3}$  (۱)

۵۰- در شکل زیر چهارضلعی ABCD یک دوزنقه متساوی‌الساقین است. طول قطر BD چه قدر است؟



$\frac{7}{2}$  (۱)

$\frac{17}{4}$  (۲)

۴ (۳)

$\frac{9}{2}$  (۴)

۵۱- در چند حالت زیر دو مثلث حتماً قابل انطباق روی هم هستند؟

الف) برابری سه زاویه و یک ضلع

ب) برابری یک زاویه و دو ضلع

ج) برابری سه ضلع و یک زاویه

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

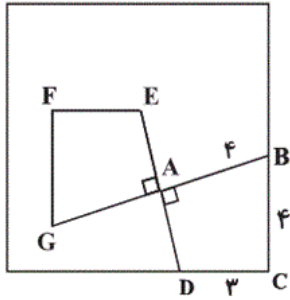
۱ (۱)

۵۲- نخی به طول ۱۲ سانتی متر داریم. یک مربع با آن می‌سازیم. به طوری که این مربع حداکثر محیط ممکن را داشته باشد. قطر مربع کدام است؟

- (۱) ۵  
(۲)  $\sqrt{18}$   
(۳) ۴/۵  
(۴) ۴

ریاضی، مثلث‌های هم‌نهشت - ۳ سوال

۵۵- کاغذی مستطیل شکل به صورت زیر در اختیار داریم. چهارضلعی ABCD را با قیچی بریده و نسبت به نقطه A، ۱۸۰ درجه آن را دوران می‌دهیم تا چهارضلعی AEFG به دست آید و این قسمت را نیز با قیچی می‌بریم. مجموع محیط دو شکل بریده شده کدام است؟

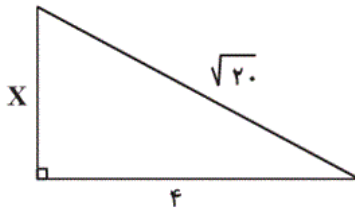


- (۱) ۲۸  
(۲) ۳۲  
(۳) ۳۰  
(۴) ۲۴

۵۶- اگر در یک مثلث ارتفاع و نیم‌ساز رسم شده از یک رأس بر هم منطبق باشند، آنگاه مثلث چه نوع مثلثی است؟

(۱) متساوی‌الساقین است.  
(۲) چنین اتفاقی غیرممکن است.  
(۳) قائم‌الزاویه غیرمتساوی‌الساقین است.  
(۴) در همه مثلث‌ها این اتفاق می‌افتد.

۵۹- با توجه به شکل زیر، اندازه X کدام گزینه است؟



- (۱) ۴  
(۲)  $\sqrt{24}$   
(۳) ۲  
(۴) ۶

ریاضی، جذر تقریبی - ۵ سوال

۵۷- اگر  $10^9 = 10^a \times 10^b \times 10^c \times 10^d$ ، میانگین a، b، c و d چه قدر است؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲/۵  
(۳) ۲/۲۵  
(۴) ۰/۹

۵۸- در بدن یک حیوان، هر سلول هر ۳ ساعت به ۲ سلول تقسیم می‌شوند. اگر در ابتدا یک سلول موجود باشد، تعداد سلول‌های این حیوان پس از گذشت ۳۰ روز چه قدر است؟

- (۱) ۲<sup>۳۰</sup>  
(۲) ۳<sup>۱۰</sup>  
(۳) ۸۴۰  
(۴) ۲<sup>۲۴۰</sup>

۴۳- حاصل عبارت  $(2^2)^2$  کدام است؟

۱۲۸ (۴)

۴ (۳)

۸ (۲)

۱۶ (۱)

۴۴- مساحت مربعی به ضلع  $2a$  چند برابر مساحت مربعی به ضلع  $a$  است؟

۳۲ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۴۵- حاصل عبارت  $3^2 \times 3^5$  کدام است؟

$3^8$  (۴)

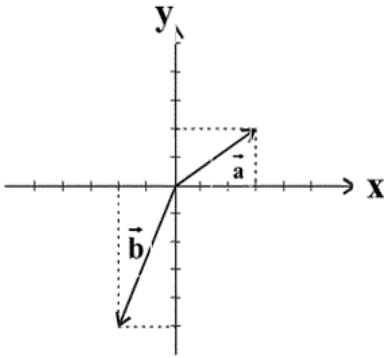
$3^7$  (۳)

$3^{17}$  (۲)

$3^{12}$  (۱)

ریاضی - سوالات موازی ، جمع بردارها - ۲ سوال

۶۲- اگر بردارهای  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به صورت شکل زیر باشند، آنگاه  $\vec{a} - \vec{b}$  کدام است؟ (نگاه به گذشته)



$\vec{i} - 3\vec{j}$  (۱)

$5\vec{i} - 3\vec{j}$  (۲)

$5\vec{i} + 7\vec{j}$  (۳)

$\vec{i} + 7\vec{j}$  (۴)

۷۱- اگر نقطه  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  و بردار  $\vec{AB} = 4\vec{i} - \vec{j}$  باشد، مختصات نقطه B کدام است؟

$\begin{bmatrix} 8 \\ 2 \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  (۳)

$\begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$  (۱)

ریاضی - سوالات موازی ، ضرب عدد در بردار - ۶ سوال

۶۴- اگر  $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ ،  $\vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j}$  و  $\vec{x} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$  و  $\vec{y} = -2\vec{a} - 5\vec{b}$  باشند، حاصل  $\vec{x} - \vec{y}$  کدام است؟

$\begin{bmatrix} 13 \\ 27 \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} 7 \\ 41 \end{bmatrix}$  (۳)

$\begin{bmatrix} 13 \\ -27 \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$  (۱)

۶۵- اگر شکل تقریبی بردار  $x\vec{i} + y\vec{j}$  به صورت  $\searrow$  باشد، علامت x و y آن به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۴) منفی - منفی

(۳) منفی - مثبت

(۲) مثبت - منفی

(۱) مثبت - مثبت

۶۹- بردارهای  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$  و  $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  مفروض اند. بردار  $\vec{c}$  از رابطه  $\frac{1}{4}\vec{c} + \vec{j} = 2(\vec{a} - 2\vec{c} + \vec{b})$  را به صورت  $\vec{c} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  در نظر می‌گیریم. حاصل  $x - y$  کدام است؟

$\frac{7}{3}$  (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۷۰- شکل تقریبی بردار حاصل از عبارت زیر کدام است؟

$$-\vec{j} + 3\vec{i} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = ?$$

$\nwarrow$  (۴)

$\searrow$  (۳)

$\swarrow$  (۲)

$\nearrow$  (۱)

۷۹- بردارهای  $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$  و  $\vec{b} = \frac{2}{3}\vec{j}$  چه زاویه‌ای با هم می‌سازند؟

$135^\circ$  (۴)

$65^\circ$  (۳)

$90^\circ$  (۲)

$45^\circ$  (۱)

۸۰- در معادله زیر،  $\vec{x}$  کدام است؟

$$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j}$$

$\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۴)

$\begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$  (۳)

$\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  (۲)

$\begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$  (۱)

ریاضی - سوالات موازی ، رابطه فیثاغورس - ۱۲ سوال

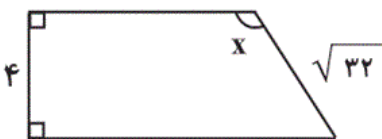
۶۶- در شکل زیر، زاویه  $x$  چند درجه است؟

$105^\circ$  (۱)

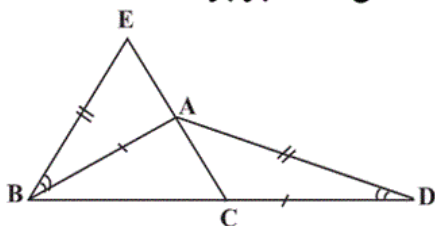
$135^\circ$  (۲)

$150^\circ$  (۳)

$120^\circ$  (۴)



۶۷- با توجه به شکل زیر، کدام گزینه لزوماً درست است؟ (زاویه و ضلع‌های مشخص شده برابرند).



$AE = AC$  (۱)

$AE = BC$  (۲)

$AB = BE$  (۳)

$AB = AC$  (۴)

۶۸- یک مثلث متساوی‌الاضلاع به سه مثلث هم‌نهشت تقسیم شده است. زاویه‌های این سه مثلث کدام گزینه است؟

(۲)  $۹۰^\circ, ۶۰^\circ, ۳۰^\circ$

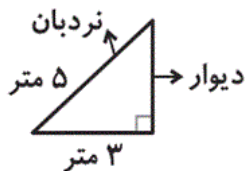
(۱)  $۶۰^\circ, ۶۰^\circ, ۶۰^\circ$

(۴)  $۱۲۰^\circ, ۳۰^\circ, ۳۰^\circ$

(۳)  $۸۰^\circ, ۵۰^\circ, ۵۰^\circ$

۷۲- برای رفتن به بالای دیواری، مطابق شکل زیر از یک نردبان به طول ۵ متر استفاده می‌کنیم. اگر فاصله

ابتدای نردبان تا پای دیوار ۳ متر باشد، ارتفاع دیوار چند متر است؟



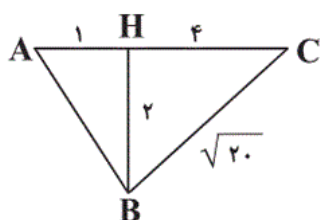
(۲) ۴

(۱)  $\frac{3}{5}$

(۴) ۳

(۳)  $\frac{4}{5}$

۷۳- در شکل زیر، اگر  $BC = \sqrt{20}$ ،  $CH = 4$ ،  $AH = 1$  و  $BH = 2$  باشند، زاویه  $\hat{A}BC$  کدام است؟



(۱)  $۱۲۰^\circ$

(۲)  $۹۰^\circ$

(۳)  $۱۳۵^\circ$

(۴)  $۱۵۰^\circ$

۷۴- محیط یک لوزی با قطرهای ۸ و ۶ سانتی‌متر، چند سانتی‌متر است؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۲۰

(۲) ۴۸

(۱) ۲۴

۷۵- در مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌روی زاویه  $۴۵^\circ$  درجه چند برابر طول وتر است؟

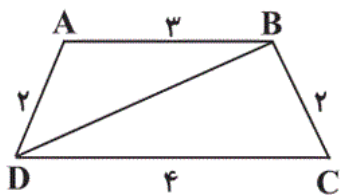
(۴)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(۳)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

۷۶- در شکل زیر، چهار ضلعی ABCD یک ذوزنقه متساوی‌الساقین است. طول قطر BD چه قدر است؟



(۱)  $\frac{7}{2}$

(۲)  $\frac{17}{4}$

(۳) ۴

(۴)  $\frac{9}{2}$

۷۷- در چند حالت زیر دو مثلث حتماً قابل انطباق روی هم هستند؟

الف) برابری سه زاویه و یک ضلع

ب) برابری یک زاویه و دو ضلع

ج) برابری سه ضلع و یک زاویه

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۷۸- نخى به طول ۱۲ سانتى‌متر داریم. یک مربع با آن می‌سازیم. به طوری که این مربع حداکثر محیط ممکن را داشته باشد، قطر مربع کدام است؟

۲)  $\sqrt{18}$

۱) ۵

۴) ۴

۳) ۴/۵

۶۳- از کنار هم قرار دادن دو مربع هم اندازه، یک مستطیل ساخته‌ایم. اگر قطر مستطیل برابر  $\sqrt{80}$  سانتی‌متر باشد، محیط مستطیل چند سانتی‌متر است؟

۴) ۲۴

۳) ۲۰

۲) ۱۶

۱) ۱۲

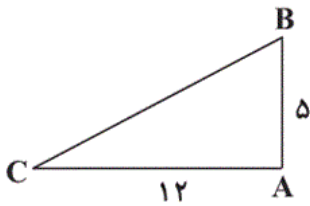
۶۱- محیط مثلث زیر کدام است؟ ( $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ ) (نگاه به گذشته)

۱) ۲۷

۲) ۲۵

۳) ۳۰

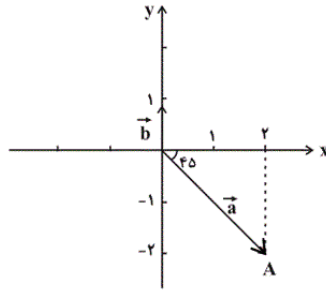
۴) ۳۲





(ممد بمیرایی)

۵۳- (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)  
دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را رسم می‌کنیم.



$$\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \frac{2}{3}\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$$

توجه شود که بردار  $\vec{a}$  با قسمت مثبت محور  $x$  زاویه ۴۵ درجه می‌سازد؛ زیرا اگر از نقطه  $A$  به محور  $x$  عمود کنیم، یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائم مساوی ۲ به دست می‌آید. بنابراین مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است پس زاویه ۴۵ درجه است. پس:

$$\vec{b} \text{ و } \vec{a} \text{ بین دو بردار } = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

۴ ✓  ۳  ۲  ۱

(فرزاد شیرممدلی)

۵۴- (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

$$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j} \Rightarrow 2\vec{x} = 2\vec{i} - 8\vec{j} \rightarrow \vec{x} = \frac{1}{2} \times (2\vec{i} - 8\vec{j}) = \vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۴  ۳  ۲  ۱ ✓

(بنیامین قریشی)

۶۰- (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

$$6\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -8 \\ 6 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

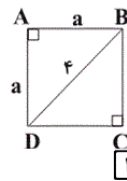
۴  ۳ ✓  ۲  ۱

(نگاه به گذشته: فاطمه (اسخ))

۴۱- (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

مربع ABCD با ضلع برابر a را در نظر بگیرید، قطر BD را رسم می‌کنیم. در  $\triangle ABD$  طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$a^2 + a^2 = 4^2 \Rightarrow 2a^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8}$$

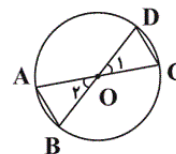


۴  ۳  ۲ ✓  ۱

(نگاه به گذشته: ممد بمیرایی)

۴۲- (صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵ کتاب درسی - مثلث)

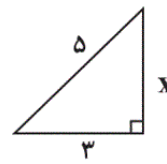
$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ متقابل به راس} \\ OB = OD \text{ شعاع دایره} \\ OA = OC \text{ شعاع دایره} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو ضلع و زاویه بین}} \triangle ODC \cong \triangle OAB \Rightarrow AB = DC = 4 \Rightarrow$$



$$ODC \text{ محیط مثلث} = OC + OD + DC = 5 + 5 + 4 = 14$$

۴  ۳  ۲ ✓  ۱

طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \text{ متر}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

طبق عکس قضیه فیثاغورس:

$$\left. \begin{array}{l} \text{HC} = 4 \rightarrow \text{HC}^2 = 16 \\ \text{BH} = 2 \rightarrow \text{BH}^2 = 4 \\ \text{BC} = \sqrt{20} \rightarrow \text{BC}^2 = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 20 = 16 + 4 \Rightarrow \text{BC}^2 = \text{HC}^2 + \text{BH}^2 \Rightarrow \text{BCH} \text{ قائم‌الزاویه است}$$

$$\hat{\text{BHC}} = 90^\circ = \hat{\text{BHA}}$$

$$\text{در مثلث AHB} : \left\{ \begin{array}{l} \text{AH} = 1 \\ \text{BH} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \text{AB}^2 = \text{AH}^2 + \text{BH}^2 \rightarrow \text{AB}^2 = 1^2 + 2^2$$

$$\rightarrow \text{AB}^2 = 5 \rightarrow \text{AB} = \sqrt{5}$$

$$\text{در مثلث ABC} : \left\{ \begin{array}{l} \text{AB} = \sqrt{5} \\ \text{BC} = \sqrt{20} \\ \text{AC} = 1 + 4 = 5 \end{array} \right. \Rightarrow \text{AC}^2 = 25 = 5 + 20 = \text{AB}^2 + \text{BC}^2$$

پس  $\hat{\text{ABC}} = 90^\circ$  است. پس  $\hat{\text{ABC}}$  نیز قائم‌الزاویه است.

۴

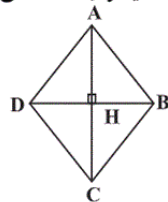
۳

۲ ✓

۱

باید طول ضلع لوزی را به دست بیاوریم. در لوزی دو قطر بر هم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند. بنابراین اگر  $\text{AC} = 8$  و  $\text{BD} = 6$  باشد، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{AH} = 8 \div 2 = 4 \text{ سانتی‌متر} \\ \text{BH} = 6 \div 2 = 3 \text{ سانتی‌متر} \end{array} \right.$$



مثلث  $\text{ABH}$  قائم‌الزاویه است؛ پس طبق رابطه فیثاغورس:

$$\text{AB}^2 = \text{AH}^2 + \text{BH}^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow \text{AB} = \sqrt{25} = 5 \text{ سانتی‌متر}$$

$$\text{سانتی‌متر } 20 = 4 \times 5 = \text{محیط لوزی} \Rightarrow \text{در لوزی هر چهار ضلع با هم برابرند.}$$

۴

۳ ✓

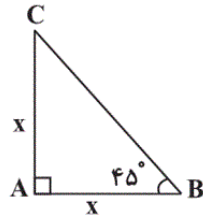
۲

۱

مثلث قائم‌الزاویه زیر را در نظر بگیرید که یک زاویه آن  $\hat{B} = 45^\circ$  است. بنابراین زاویه دیگر نیز اجباراً باید  $45^\circ$  باشد. پس مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. اگر طول ضلع‌های قائمه را که با هم مساوی هستند  $x$  بنامیم، طبق رابطه فیثاغورس طول وتر برابر است با:

$$BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow BC = \sqrt{2}x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} BC$$



بنابراین طول ضلع روبه‌روی زاویه  $45^\circ$  درجه،  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  طول وتر است.

 ۴

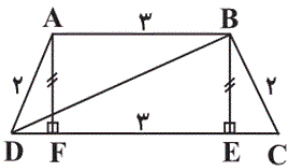
 ۳

 ۲

 ۱

از رأس‌های  $A$  و  $B$  بر ضلع  $DC$  عمود می‌کنیم. چون دو قاعده  $AB$  و  $CD$  موازی هستند، پس چهارضلعی  $ABEF$  مستطیل است. بنابراین:

$$AF = BE \text{ و } EF = 3$$



با توجه به این که این شکل، دوزنقه متساوی‌الساقین است و هم‌چنین به دلیل تقارن شکل داریم:

$$DF = CE = \frac{4-3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$BEC \text{ مثلث } : 2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + BE^2 \Rightarrow BE^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$BDE \text{ مثلث } : BD^2 = BE^2 + DE^2 = \frac{15}{4} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{4} = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای این که دو مثلث قابل انطباق باشند، باید همنهشت باشند. حالات همنهشتی دو مثلث فقط سه حالت  $ض ض ض$ ،  $ض ز ض$ ،  $ز ض ز$  است.

در حالت الف) ضلع برابر بین دو مثلث حتماً باید بین دو زاویه برابر متناظر در دو مثلث باشد تا همنهشت باشند.

در حالت ب) معلوم نیست آن زاویه بین دو ضلع برابر باشد؛ پس این حالت همنهشتی را نتیجه نمی‌دهد.

در حالت ج) به‌طور خودکار حالت  $ض ض ض$  رخ می‌دهد.

 ۴

 ۳

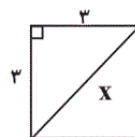
 ۲

 ۱

طول نخ در واقع اندازه محیط مربع است. پس داریم:

$$12 = 4 \times \text{طول یک ضلع مربع} \Rightarrow \text{طول یک ضلع مربع} = 12 \div 4 = 3$$

$$\text{طول قطر مربع } x = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{18} \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow \text{طبق قضیه فیثاغورس}$$


 ۴

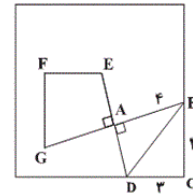
 ۳

 ۲

 ۱

دوران یک شکل هم‌نهشت با شکل اصلی است پس دو چهار ضلعی یکسان هستند. بنابراین محیط شکل بریده شده ۲ برابر محیط هر کدام از چهار ضلعی‌هاست. حال در چهار ضلعی ABCD باید اندازه ضلع AD را به دست آوریم:

$$\begin{cases} AB = BC = 4 \\ DB = DB \Rightarrow \text{دو مثلث } BAD \text{ و } BCD \text{ بنابر حالت برابری وتر و یک ضلع قائمه هم‌نهشت هستند} \\ \hat{B}AD = \hat{B}CD \end{cases}$$



$$\rightarrow AD = DC = 3 \rightarrow \text{محیط } ABCD = 4 + 4 + 3 + 3 = 14$$

$$\text{مجموع محیط‌های دو شکل بریده شده} = 2 \times 14 = 28$$

۴

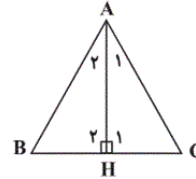
۳

۲

۱ ✓

مثلث ABC را در نظر بگیرید که ارتفاع و نیم‌ساز رسم شده از رأس A بر هم منطبق‌اند. پس  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$  و  $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ . پس:

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ AH = AH \text{ مشترک} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 \end{cases} \xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle ABH \cong \triangle ACH \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} AB = AC$$



مثلث ABC متساوی‌الساقین است.

۴

۳

۲

۱ ✓

طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$x^2 + 4^2 = (\sqrt{20})^2 \Rightarrow x^2 + 16 = 20 \Rightarrow x^2 = 20 - 16$$

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} \Rightarrow x = 2$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$10^9 = 10^a \times 10^b \times 10^c \times 10^d = 10^{a+b+c+d} \rightarrow a+b+c+d = 9$$

$$d, c, b, a \text{ میانگین} = \frac{a+b+c+d}{4} = \frac{9}{4} = 2/25$$

۴

۳ ✓

۲

۱

هر روز ۲۴ ساعت است پس ۳۰ روز  $30 \times 24$  ساعت است. حال باید دید ۳۰ روز چند تا سه ساعت است.

$$(30 \times 24) \div 3 = 240 \rightarrow \text{۲۴۰ تا ۳ ساعت}$$

چون هر سه ساعت یک سلول به دو سلول تقسیم می‌شود، پس تعداد سلول‌ها هر ۳ ساعت ۲ برابر می‌شود. پس:

زمان	شروع	۳ ساعت اول	۳ ساعت دوم	۳ ساعت سوم
تعداد سلول‌ها	۱	$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$

با توجه به جدول فوق تعداد سلول‌ها پس از یک ماه،  $2^{240}$  تا است.

۴ ✓

۳

۲

۱

$$(2^2)^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^2 + 2^2 = 2^4 = 16$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(ممید گنمی)

$$\left. \begin{array}{l} 2a \text{ مساحت مربع به ضلع } 2a = 2a \times 2a = 4a^2 \\ a \text{ مساحت مربع به ضلع } a = a \times a = a^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع به ضلع } 2a}{\text{مساحت مربع به ضلع } a} = \frac{4a^2}{a^2} = 4$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(ممید گنمی)

$$3^2 \times 3^5 = 3^{2+5} = 3^7$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(نگاه به گذشته: مسام سلطان مممدی)

$$\begin{aligned} \vec{a} &= 3\vec{i} + 2\vec{j} \\ \vec{b} &= -2\vec{i} - 5\vec{j} \end{aligned} \rightarrow \vec{a} - \vec{b} = (3\vec{i} + 2\vec{j}) - (-2\vec{i} - 5\vec{j}) = 5\vec{i} + 7\vec{j}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(آذین اسکندری)

مختصات انتهای بردار = مختصات طول بردار + مختصات ابتدای بردار

$$A + \overline{AB} = B \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(سهیل مسن خان‌پور)

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}, \vec{b} = -\vec{i} + 4\vec{j} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} - \vec{y} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - (-2\vec{a} - 5\vec{b})$$

$$\Rightarrow \vec{x} - \vec{y} = 5\vec{a} + 3\vec{b} =$$

$$5 \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + 3 \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -15 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(ندا صالح‌پور)

برای این‌که از مبدأ مختصات به انتهای بردار مطلوب برسیم، باید ابتدا به راست و سپس به پایین حرکت کنیم. حرکت به راست، در جهت مثبت محور

طول‌ها و حرکت به پایین، در جهت منفی محور عرض‌ها است. پس X مثبت و Y منفی است.

۴

۳

۲ ✓

۱

$$2(\vec{a} - 2\vec{c} + \vec{b}) = \frac{1}{2}\vec{c} + \vec{j} \Rightarrow 2 \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\frac{9}{2} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 7 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{20}{9} \\ \frac{14}{9} \end{bmatrix}$$

$$x - y = \frac{20}{9} - \frac{14}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۴

۳✓

۲

۱

(فرزاد شیرممدلی)

۷۰ - (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

حاصل عبارت داده شده به صورت:

$$-\vec{j} + 3\vec{i} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

شکل تقریبی بردار حاصل عبارت،  $\nearrow$  است.

۴

۳

۲

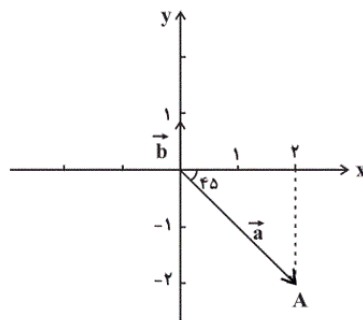
۱✓

(محمد بمیرایی)

۷۹ - (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  را رسم می‌کنیم.

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \frac{2}{3}\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2/3 \end{bmatrix}$$



توجه شود که بردار  $\vec{a}$  با قسمت مثبت محور  $x$  زاویه  $45^\circ$  درجه می‌سازد؛ زیرا اگر از نقطه  $A$  به محور  $x$  عمود کنیم، یک مثلث قائم‌الزاویه با اضلاع قائم مساوی  $2$  به دست می‌آید. بنابراین مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است پس زاویه  $45^\circ$  درجه است. پس:

$$\vec{b} \text{ و } \vec{a} \text{ بین دو بردار } \vec{a} \text{ و } \vec{b} = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ \text{ زاویه بین دو بردار } \vec{a} \text{ و } \vec{b}$$

۴✓

۳

۲

۱

(فرزاد شیرممدلی)

۸۰ - (صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ کتاب درسی - بردار و مختصات)

$$-2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{x} = -5\vec{j} \Rightarrow 2\vec{x} = 2\vec{i} - 8\vec{j} \rightarrow \vec{x} = \frac{1}{2} \times (2\vec{i} - 8\vec{j}) = \vec{i} - 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \end{bmatrix}$$

۴

۳

۲

۱✓

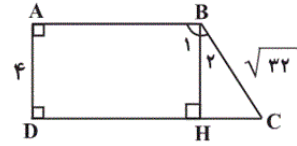
از رأس B بر ضلع CD عمود کنیم. چون  $\hat{A} = \hat{D} = \hat{H} = 90^\circ$  و جمع زاویه‌های چهار ضلعی ۳۶۰ درجه است، پس  $\hat{B}_1 = 90^\circ$

به علاوه چهارضلعی ABHD چون چهار زاویه قائمه دارد، پس مستطیل است. پس  $BH = AD = 4$

BHC قائم‌الزاویه مثلث فیثاغورس برای رابطه  $(\sqrt{32})^2 = 4^2 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 32 - 16 = 16$

$\Rightarrow HC = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow BH = HC = 4 \Rightarrow$  مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین BHC:  $\hat{B}_2 = \hat{C} = 45^\circ$

$x = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$



- ۴       ۳       ۲       ۱

(ممید کنجی)

۶۷ - (صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵ کتاب درسی - مثلث)

دو مثلث ACD و ABE را در نظر بگیرید. با توجه به شکل:

$$\begin{cases} AD = BE \\ \hat{ADC} = \hat{ABE} \\ CD = AB \end{cases} \xrightarrow{\text{دو ضلع و زاویه بین}} \triangle ACD \cong \triangle ABE \Rightarrow AC = AE$$

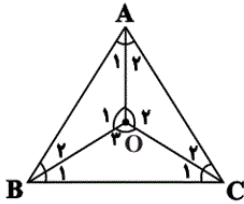
- ۴       ۳       ۲       ۱

(فاطمه اسخ)

۶۸ - (صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱ کتاب درسی - مثلث)

مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است که مطابق شکل به سه مثلث هم‌نهشت تقسیم شده است. چون سه مثلث هم‌نهشت هستند پس:

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3$



$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 360^\circ$ . پس:  $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = 120^\circ$

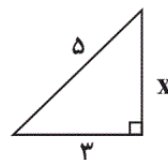
هم‌چنین  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{C}_1 = \hat{C}_2 = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$  پس گزینه «۴» درست است.

- ۴       ۳       ۲       ۱

(ندا صالح‌پور)

۷۲ - (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

طبق قضیه فیثاغورس داریم:



متر  $5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 9 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$

- ۴       ۳       ۲       ۱

طبق عکس قضیه فیثاغورس:

$$\text{در مثلث } \triangle BCH \text{ داریم: } \left\{ \begin{array}{l} HC = 4 \rightarrow HC^2 = 16 \\ BH = 2 \rightarrow BH^2 = 4 \\ BC = \sqrt{20} \Rightarrow BC^2 = 20 \end{array} \right\} \Rightarrow 20 = 16 + 4 \Rightarrow BC^2 = HC^2 + BH^2 \Rightarrow \text{پس } \triangle BCH \text{ قائم‌الزاویه است}$$

$$\widehat{BHC} = 90^\circ = \widehat{BHA}$$

$$\text{در مثلث } \triangle AHB: \left\{ \begin{array}{l} AH = 1 \\ BH = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow AB^2 = 1^2 + 2^2$$

$$\rightarrow AB^2 = 5 \rightarrow AB = \sqrt{5}$$

$$\text{در مثلث } \triangle ABC: \left\{ \begin{array}{l} AB = \sqrt{5} \\ BC = \sqrt{20} \\ AC = 1 + 4 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow AC^2 = 25 = 5 + 20 = AB^2 + BC^2$$

پس  $\triangle ABC$  نیز قائم‌الزاویه است؛ بنابراین  $\widehat{ABC} = 90^\circ$  است.

۴

۳

۲ ✓

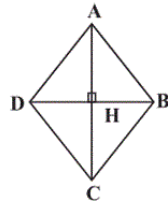
۱

(مجتبی مجاهدی)

۷۴- (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

باید طول ضلع لوزی را به دست می‌آوریم. در لوزی دو قطر بر هم عمودند و یکدیگر را نصف می‌کنند. بنابراین اگر  $AC = ۸$  و  $BD = ۶$  باشد، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} AH = ۸ \div ۲ = ۴ \text{ سانتی‌متر} \\ BH = ۶ \div ۲ = ۳ \text{ سانتی‌متر} \end{array} \right.$$



مثلث  $\triangle ABH$  قائم‌الزاویه است؛ پس طبق رابطه فیثاغورس:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow AB = \sqrt{25} = 5 \text{ سانتی‌متر}$$

سانتی‌متر  $۲۰ = ۴ \times ۵ =$  محیط لوزی  $\Rightarrow$  در لوزی هر چهار ضلع با هم برابرند

۴

۳ ✓

۲

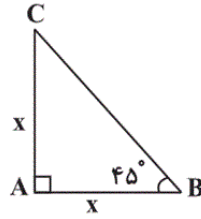
۱



مثلث قائم‌الزاویه زیر را در نظر بگیرید که یک زاویه آن  $\hat{B} = 45^\circ$  درجه می‌باشد. بنابراین زاویه دیگر نیز اجباراً باید  $45^\circ$  باشد. پس مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است. اگر طول ضلع‌های قائمه را که با هم مساوی هستند  $x$  بنامیم، طبق رابطه فیثاغورس وتر برابر است با:

$$BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow BC = \sqrt{2}x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}} BC$$



طول ضلع روبه‌روی زاویه  $45^\circ$  درجه،  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر وتر است.

 ۴

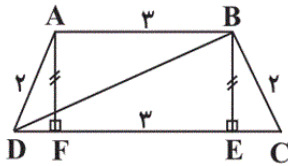
 ۳

 ۲

 ۱

از رأس‌های A و B بر ضلع DC عمود می‌کنیم. چون دو قاعده AB و CD موازی هستند، پس چهارضلعی ABEF مستطیل است، بنابراین:

$$AF = BE \text{ و } EF = 3$$



با توجه به این که دوزنقه متساوی‌الساقین است و هم‌چنین تقارن شکل  $DF = CE = \frac{1}{2}$

$$BEC \text{ مثلث } BE^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + BE^2 \Rightarrow BE^2 = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$BDE \text{ مثلث } BD^2 = BE^2 + DE^2 = \frac{15}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{15}{4} + \frac{9}{4} = \frac{24}{4} = 6$$

$$BD = \sqrt{6} = 2.45$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای این که دو مثلث قابل انطباق باشند، باید همنهشت باشند. حالات همنهشتی دو مثلث فقط سه حالت ض ض ض، ض ض ز، ز ض ز است.

در حالت الف) ضلع برابر بین دو مثلث حتماً باید بین دو زاویه برابر متناظر در دو مثلث باشد تا همنهشت باشند.

در حالت ب) معلوم نیست آن زاویه بین دو ضلع برابر باشد؛ پس این حالت الزاماً همنهشتی را نتیجه نمی‌دهد.

در حالت ج) به‌طور خودکار حالت ض ض ض رخ می‌دهد.

 ۴

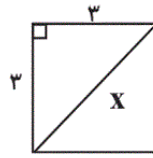
 ۳

 ۲

 ۱

طول نخ در واقع اندازه محیط مربع است. پس داریم:

$$3 = 12 \div 4 = \text{طول یک ضلع مربع} \Rightarrow \text{محیط مربع} = 12$$



$$\text{طول قطر مربع} = \sqrt{18} \Rightarrow x^2 = 3^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = \sqrt{18}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

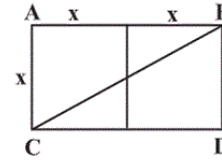
(سهیل مسن خان‌پور)

۶۳ - (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

اندازه ضلع مربع را x در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$\text{قطر} = \sqrt{80}$$

$$\Delta ABC: \text{طبق قضیه فیثاغورس} \Rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow (\sqrt{80})^2 = x^2 + (2x)^2 \Rightarrow 80 = 5x^2$$



$$\text{سانتی‌متر} \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \text{محیط} = 2 \times (4 + 8) = 24$$

۴ ✓

۳

۲

۱

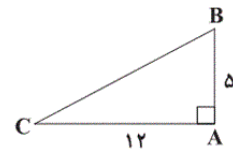
(نگاه به گذشته: مجتبی مجاهدی)

۶۱ - (صفحه‌های ۸۴ تا ۸۷ کتاب درسی - مثلث)

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ} \hat{A} + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 90^\circ. \text{ مثلث } ABC, \text{ قائم‌الزاویه است.}$$

$$\text{طبق قضیه فیثاغورس} \rightarrow CB^2 = AC^2 + AB^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow CB = \sqrt{169} = 13$$

$$\text{محیط} = 5 + 12 + 13 = 30$$



۴

۳ ✓

۲

۱