

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - سوال ۱ -

۷۰- اگر مجموعه جواب نامعادله $f(x) = \frac{|2x-4|(x^2-3x+2)}{(3x^2-2x+2)(1-x^2)} > 0$ برابر با $(a,b) - \{c\}$ باشد، مقدار

$b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) صفر

ریاضی ۱، سهمی -

۶۲- در سهمی $y = 4x^2 - 4x + 5$ فاصله رأس سهمی از خط $y = -1$ کدام است؟

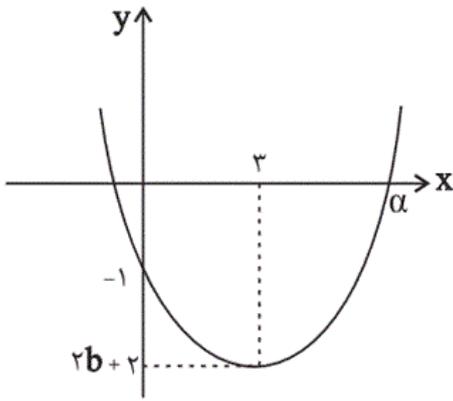
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۴- اگر رأس یک سهمی نقطه $S(2, -1)$ باشد و سهمی از نقطه $(3, 2)$ عبور کند، عرض از مبدأ این سهمی

کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) ۴ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۶۵- اگر نمودار سهمی $y = x^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، مقدار α کدام است؟



(۱) $6 + \sqrt{10}$

(۲) $3 + \sqrt{10}$

(۳) $3 + 2\sqrt{10}$

(۴) $6 + 2\sqrt{10}$

۶۶- اگر نمودار سهمی $y = x^2 - 4x + 2$ همواره بالای نمودار خط $y = mx - 2$ قرار گیرد، مجموعه مقادیر

m کدام است؟

(۴) $(-\frac{17}{2}, 0)$

(۳) $(-7, \frac{1}{2})$

(۲) $(-8, 0)$

(۱) $(-8, 1)$

۶۷- اگر رأس سهمی‌های $y = 2x^2 - mx + 2$ و $y = 3x^2 - mx + 3$ در یک ناحیه از محورهای مختصات

باشند، m چند مقدار صحیح را نمی‌تواند اختیار کند؟ (محورهای مختصات را جزو نواحی مختصات در نظر نگیرید).

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۶۸- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + 2ax - 3$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد و سهمی محور عرض‌ها

را در نقطه‌ای به عرض b قطع کند، حاصل $a.b$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) -۶

(۲) -۲

(۱) -۳

۵۲- در سهمی به معادله $y = x^2 + 4x + a$ ، معادله خط تقارن کدام است؟

$x = -2$ (۲)

$x = 2$ (۱)

(۴) بستگی به مقدار a دارد.

$x = -4$ (۳)

۶۰- اگر عبارت درجه دوم $y = -x^2 + kx - 1$ همواره منفی باشد، بیشترین مقدار صحیح k کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۳ سوال

۵۷- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{ax+1}{2x+1} - 3$ به صورت زیر است. مقدار $a.b$ کدام است؟

x	b
$P(x)$	$\begin{array}{c} + \\ \vdots \\ - \\ \text{تن} \end{array}$

-۳ (۲)

۳ (۱)

-۶ (۴)

۶ (۳)

۵۸- اگر تعیین علامت عبارت $A = x^2 + ax + b$ به صورت زیر باشد، حاصل $a.b$ کدام است؟

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
A	$+$	$\begin{array}{c} \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{array}$	$+$

۸ (۲)

-۱۶ (۱)

-۸ (۴)

۱۶ (۳)

۵۳- مجموعه جواب نامعادله $|x-2| - 1 \geq 0$ کدام است؟

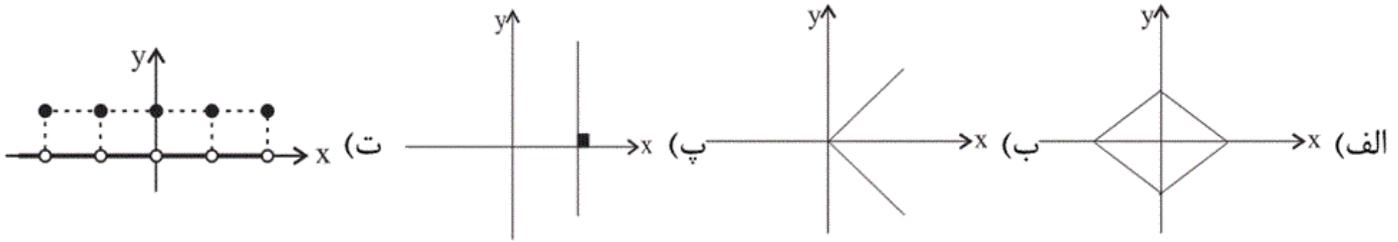
$(-\infty, 3]$ (۲)

$(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ (۱)

$(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$ (۴)

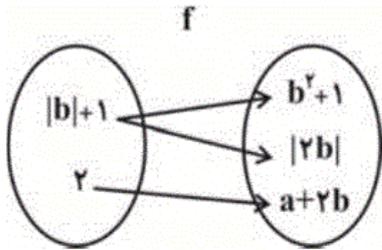
$[1, 3]$ (۳)

۵۴- چه تعداد از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش می‌دهند؟



(الف) ۱ (ب) ۲ (پ) ۳ (ت) ۴ صفر

۵۵- اگر نمودار زیر، مربوط به تابع f باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



(۱) ۲ یا ۳

(۲) ۱ یا ۳

(۳) فقط ۱

(۴) فقط ۳

۶۱- در مورد تابع f با دامنه R ، اگر تساوی $f(2x+1) + f(2) = 5x - 1$ برقرار باشد، آنگاه مقدار $f(5)$ کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۲

۵۱- اگر رابطه $f = \{(1,3), (2,4), (3,5), (a,3)\}$ تابع نباشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

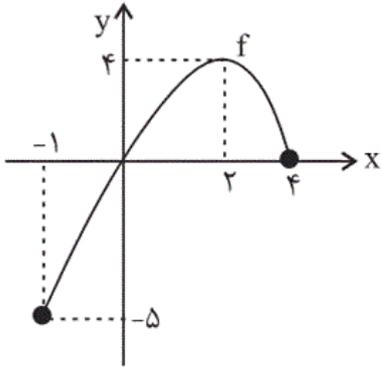
(۴) همواره تابع است.

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۴

۵۹- اگر A و B به ترتیب دامنه و برد تابع f باشند، آنگاه مجموعه $B - A$ کدام است؟



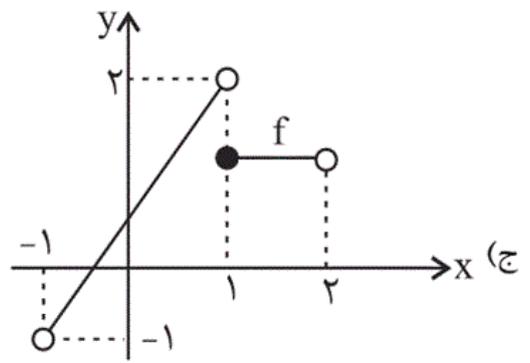
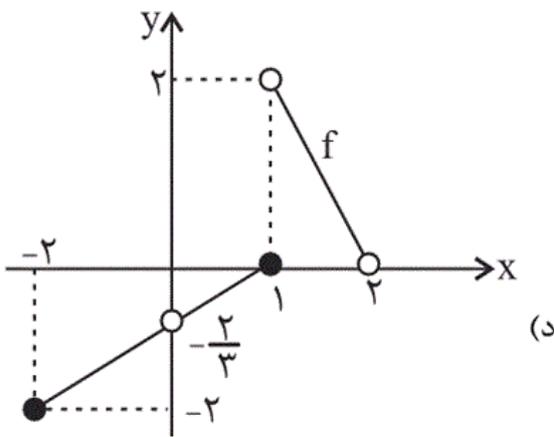
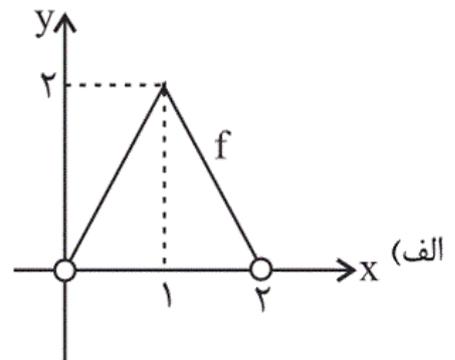
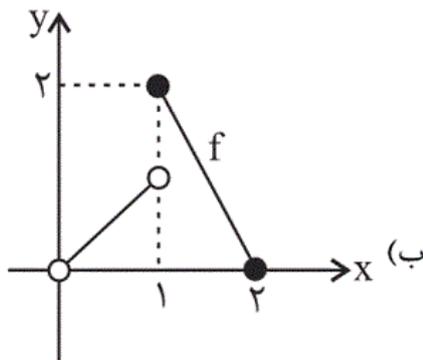
(۱) $[-5, -1]$

(۲) $[-5, 4]$

(۳) $[-1, 4]$

(۴) $[-5, -1]$

۵۶- در چند نمودار زیر، مجموعه‌های دامنه و برد تابع f با هم برابرند؟



(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۶۹- فرض کنید $f(x)$ تابعی خطی باشد که دامنه آن $[0, 2]$ و برد آن $[1, 7]$ است. در این صورت $f(2)$ کدام است؟

(۴) نمی‌توان تعیین کرد.

(۳) ۱ یا ۷

(۲) فقط ۱

(۱) فقط ۷

۶۳- اگر $f = \{(1, 2), (2, b), (-1, 3), (1, a^2 - a), (a, 4)\}$ تابع باشد، مجموع اعضای متمایز برد آن کدام است؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۹ (۲)

۱۶ (۱)

ریاضی ۱-سوالت موازی ، سهمی - ۸ سوال

۷۲- در سهمی به معادله $y = x^2 + 4x + a$ معادله خط تقارن کدام است؟

$x = -2$ (۲)

$x = 2$ (۱)

(۴) بستگی به مقدار a دارد.

$x = -4$ (۳)

۸۲- در سهمی $y = 4x^2 - 4x + 5$ فاصله رأس سهمی از خط $y = -1$ کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۸۳- اگر طول رأس سهمی $y = 2x^2 + ax - a - 2$ برابر با $1/5$ باشد، این سهمی محور طولها را در نقاطی با

کدام طول قطع می‌کند؟

$\{-4\}$ (۴)

$\{4\}$ (۳)

$\{-1, 2\}$ (۲)

$\{1, 2\}$ (۱)

۸۴- اگر رأس یک سهمی نقطه $S(2, -1)$ باشد و سهمی از نقطه $(3, 2)$ عبور کند، عرض از مبدأ این سهمی

کدام است؟

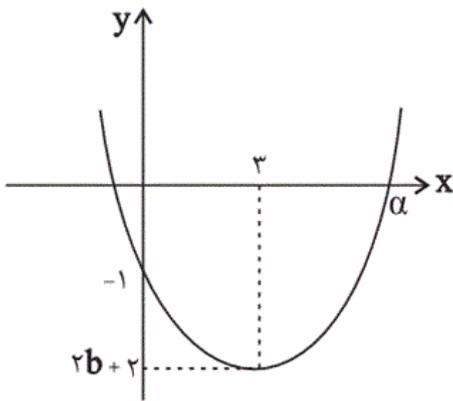
۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۴ (۲)

-۸ (۱)

۸۵- اگر نمودار سهمی $y = x^2 + bx + c$ به صورت زیر باشد، مقدار α کدام است؟



(۱) $6 + \sqrt{10}$

(۲) $3 + \sqrt{10}$

(۳) $3 + 2\sqrt{10}$

(۴) $6 + 2\sqrt{10}$

۸۶- اگر نمودار سهمی $y = x^2 - 4x + 2$ همواره بالای نمودار خط $y = mx - 2$ قرار گیرد، مجموعه مقادیر

m کدام است؟

(۴) $(-\frac{17}{2}, 0)$

(۳) $(-7, \frac{1}{2})$

(۲) $(-8, 0)$

(۱) $(-8, 1)$

۸۷- اگر رأس سهمی‌های $y = 2x^2 - mx + 2$ و $y = 3x^2 - mx + 3$ در یک ناحیه از محورهای مختصات

باشند، m چند مقدار صحیح را نمی‌تواند اختیار کند؟ (محورهای مختصات را جزو نواحی مختصات در نظر نگیرید.)

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۲

۸۸- اگر رأس سهمی $y = ax^2 + 2ax - 3$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار داشته باشد و سهمی محور عرض‌ها

را در نقطه‌ای به عرض b قطع کند، حاصل $a.b$ کدام است؟

۶ (۴)

-۶ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

ریاضی ۱ - سوالات موازی، تعیین علامت - ۸ سوال -

۸۹- اگر نتیجه جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{-2(x^2 - a^2)(x + b)}{(3x - c)^2}$ به صورت زیر باشد، $a^2b - c$ کدام

است؟

x	$-\infty$	-3	-2	3	5	$+\infty$
$P(x)$	+	○	-	○	+	○
		ت		ن		

۳۳ (۴)

-۳ (۳)

-۳۳ (۲)

۳ (۱)

۹۰- اگر مجموعه جواب نامعادله $f(x) = \frac{|2x - 4|(x^2 - 3x + 2)}{(3x^2 - 2x + 2)(1 - x^2)} > 0$ برابر با $(a, b) - \{c\}$ باشد، مقدار

$b - a$ کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۷۳- مجموعه جواب نامعادله $|x-2|-1 \geq 0$ کدام است؟

(۲) $(-\infty, 3]$

(۱) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

(۴) $(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

(۳) $[1, 3]$

۷۷- جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{ax+1}{2x+1} - 3$ به صورت زیر است. مقدار $a.b$ کدام است؟

x	b
$P(x)$	+ -

تن

(۲) -3

(۱) 3

(۴) -6

(۳) 6

۷۸- اگر تعیین علامت عبارت $A = x^2 + ax + b$ به صورت زیر باشد، حاصل $a.b$ کدام است؟

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
A	+	○	+

(۲) 8

(۱) -16

(۴) -8

(۳) 16

۷۹- مجموعه مقادیر x که به ازای آن‌ها عبارت $\frac{x^2-4}{x^2-1}$ مثبت باشد، کدام است؟

(۲) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

(۱) $(-\infty, -2) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$

(۴) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

۸۰- اگر عبارت درجه دوم $y = -x^2 + kx - 1$ همواره منفی باشد، بیشترین مقدار صحیح k کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۸۱- اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 3x + 10} \leq 0$ برابر با $R - (-1, 3)$ باشد، آن گاه $3a + 6b$ کدام است؟

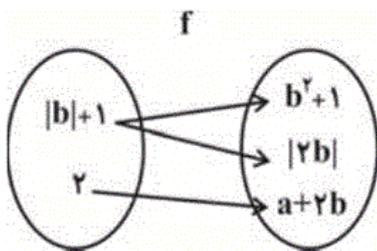
- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۶ (۴) -۶

ریاضی ۱- سوالات موازی، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۴ سوال

۷۴- اگر $f = \{(1, 2), (1, 3), (-1, 0), (1, 0), (4, 1), (-1, 2)\}$ باشد، با حذف حداقل چند عضو، رابطه f تابع می شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۷۵- اگر نمودار زیر، مربوط به تابع f باشد، مقدار $a + b$ کدام می تواند باشد؟



- (۱) ۲ یا ۳
(۲) ۱ یا ۳
(۳) فقط ۱
(۴) فقط ۳

۷۶- به ازای چند مقدار a رابطه $f = \{(-1, a^2 + 3a), (-a, a + 4), (-1, 4), (4, 4)\}$ یک تابع را نمایش می دهد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار a

۷۱- اگر رابطه $f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (a, 3)\}$ تابع نباشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۴) همواره تابع است.

۵) ۳

۶) ۲

۴) ۱

«کیمیا شیرزاد»

-۷۰

$|2x-4|$ همواره نامنفی است کسر داده شده را تعیین علامت می کنیم (برای

تعیین علامت، ریشه های صورت و مخرج را به دست می آوریم):

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$3x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3)(2) = -20 < 0$$

$\Delta < 0$ و $a > 0$ ، پس عبارت $3x^2 - 2x + 2$ همواره مثبت است.

$$(1-x^2) = 0 \Rightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	1	2
$ 2x-4 $	+	+	+
$3x^2 - 2x + 2$	+	+	+
$(1-x^2)$	-	+	-
$x^2 - 3x + 2$	+	+	-
f(x)	-	+	+

ت.ن ت.ن

$\Rightarrow (-1, 2) - \{1\}$

$$(b-a) = 2 - (-1) = 3$$

(صفحه های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

در سهمی به معادله $y = a(x-h)^2 + k$ مختصات رأس سهمی به صورت (h, k) است.

$$y = 4x^2 - 4x + 5 = 4x^2 - 4x + 1 + 4$$

$$\Rightarrow y = (2x-1)^2 + 4 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$$

بنابراین رأس سهمی نقطه $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ است و فاصله این نقطه از خط افقی $y = -1$ برابر است با:

$$4 - (-1) = 5$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

اگر رأس سهمی نقطه (h, k) باشد، معادله آن را به صورت $y = a(x-h)^2 + k$ می‌توان نوشت. پس:

$$\underline{(h,k)=(2,-1)} \rightarrow y = a(x-2)^2 - 1$$

نقطه $(3, 2)$ در معادله سهمی صدق می‌کند، پس:

$$2 = a(3-2)^2 - 1 \Rightarrow 2 = a - 1 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow y = 3(x-2)^2 - 1$$

که در این صورت عرض از مبدأ آن برابر است با:

$$\underline{x=0} \rightarrow y = 3(-2)^2 - 1 = 11$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

طبق نمودار، عرض از مبدأ سهمی -۱ است، پس $c = -1$.

$$y = x^2 + bx - 1$$

رأس سهمی نقطه $(3, 2b + 2)$ است، پس در معادله سهمی صدق می‌کند:

$$9 + 2b - 1 = 2b + 2 \Rightarrow b = -6$$

پس معادله سهمی به صورت $y = x^2 - 6x - 1$ است. حال محل برخورد سهمی

را با محور طول‌ها به دست می‌آوریم. باید معادله $x^2 - 6x - 1 = 0$ را حل کنیم:

$$\Delta = 36 + 4 = 40$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{40}}{2} = 3 \pm \sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} 3 + \sqrt{10} \\ 3 - \sqrt{10} \end{cases}$$

طبق نمودار $\alpha > 0$ است، پس $\alpha = 3 + \sqrt{10}$.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$x^2 - 4x + 2 > mx - 2 \Rightarrow x^2 - 4x - mx + 2 + 2 > 0$$

$$x^2 - (4+m)x + 4 > 0 \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \text{همواره باید} \\ \text{برقرار باشد} \end{array}$$

$$\Delta = (4+m)^2 - 4(1)(4) < 0 \Rightarrow (4+m)^2 < 16$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m + 16 < 16$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m < 0 \Rightarrow m(m+8) < 0$$

$$\Rightarrow -8 < m < 0$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

طول رأس سهمی $y = 2x^2 - mx + 2$ برابر با $x_1 = \frac{m}{4}$ و طول رأس

سهمی $y = 3x^2 - mx + 3$ نیز برابر با $x_2 = \frac{m}{6}$ است. پس هر دو سهمی

دارای طول رأس هم‌علامت هستند. بنابراین کافی است عرض رأس دو سهمی

هم‌علامت باشد. داریم:

$$y = 2x^2 - mx + 2 \Rightarrow y_1 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{m^2 - 16}{8}$$

$$y = 3x^2 - mx + 3 \Rightarrow y_2 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{m^2 - 36}{12}$$

برای این‌که y_1 و y_2 هم‌علامت باشند، باید داشته باشیم $y_1 y_2 > 0$

یعنی:

$$P(m) = \frac{(m^2 - 16)(m^2 - 36)}{8 \times 12} > 0$$

m	-۶	-۴	۴	۶
$m^2 - 16$	+	+	-	+
$m^2 - 36$	+	-	-	+
P(m)	+	-	+	+

$$m \in (-\infty, -6) \cup (-4, 4) \cup (6, +\infty) \text{ یعنی}$$

بنابراین m مقادیر صحیح ۶، ۵، ۴، -۴، -۵، -۶ را نمی‌تواند اختیار کند.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

طول رأس سهمی برابر است با:

$$x = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-2a}{2a} = -1$$

با جای گذاری $x = -1$ در ضابطه سهمی، عرض رأس آن را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{x=-1} y = a(-1)^2 + 2a(-1) - 3 \Rightarrow y = -a - 3$$

بنابراین مختصات رأس سهمی $(-1, -a - 3)$ است.

چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه های اول و سوم است، پس:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{y=x} -a - 3 &= -1 \\ \Rightarrow -a = 2 &\Rightarrow a = -2 \end{aligned}$$

مقدار $a = -2$ را در ضابطه سهمی جایگذاری می کنیم.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{a=-2} y &= -2x^2 - 4x - 3 \xrightarrow{x=0} \text{محل برخورد سهمی با محور } y \text{ ها} \\ y = -3 &\Rightarrow b = -3 \\ a \times b &= (-2)(-3) = 6 \end{aligned}$$

(صفحه های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله محور تقارن سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ به صورت $x = -\frac{b'}{2a'}$

است. پس در سهمی $y = x^2 + 4x + a$ داریم:

$$x = -\frac{b'}{2a'} = -\frac{4}{2} = -2$$

$x = -2$ معادله خط تقارن سهمی خواهد بود و به مقدار a بستگی ندارد.

(صفحه های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آن که عبارت درجه دوم $y = a'x^2 + b'x + c'$ همواره منفی باشد، باید

دو شرط $a' < 0$ و $\Delta < 0$ برقرار باشند. در عبارت $y = -x^2 + kx - 1$ ،

شرط $a' < 0$ برقرار است، پس کافی است:

$$\Delta < 0 \Rightarrow k^2 - 4(-1)(-1) < 0 \Rightarrow k^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < k < 2$$

$$\Rightarrow k \in (-2, 2)$$

پس بزرگ‌ترین مقدار صحیح k برابر با ۱ است.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از جدول تعیین علامت $P(x)$ معلوم می‌شود که صورت کسر $\frac{ax+1}{2x+1} - 3$

فاقد ریشه است. یعنی:

$$P(x) = \frac{ax+1}{2x+1} - 3 = \frac{(a-6)x-2}{2x+1}$$

برای این که $(a-6)x-2$ ریشه نداشته باشد، باید $a-6=0$ باشد. پس

$$a=6 \text{ است. خودبه‌خود } b \text{ نیز ریشهٔ مخرج } P(x) \text{ است، یعنی } b = -\frac{1}{2}$$

پس $ab = -3$.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به جدول تعيين علامت، عبارت A، يك عبارت درجه دوم همواره نامنفی است، پس ريشه مضاعف -۲ دارد.

$$\begin{cases} y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ y = x^2 + ax + b \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = 4$$

$$\Rightarrow ab = 4 \times 4 = 16$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$|x-2|-1 \geq 0 \Rightarrow |x-2| \geq 1$$

$$\Rightarrow x-2 \geq 1 \text{ یا } x-2 \leq -1 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

(صفحه‌های ۱۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای آن که نموداری شرایط تابع را داشته باشد باید هیچ خط موازی محور yها یافت نشود که نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند، که این شرط تنها در مورد «ت» برقرار است.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای این که نمودار ون داده شده، نشان دهنده یک تابع باشد، باید:

$$b^2 + 1 = |2b| \rightarrow \begin{cases} b > 0 \rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{b=1} \\ b < 0 \rightarrow b^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b+1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{b=-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |b| + 1 = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2, 2) \in f \\ (2, a+2b) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است}}$$

$$a + 2b = 2 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \rightarrow a=0 \\ b=-1 \rightarrow a=4 \end{cases} \Rightarrow a+b = 3 \text{ یا } 1$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۱

«نیما سلطانی»

ابتدا در $f(2x+1)$ مقدار x را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که $f(5)$ را تولید کند
یعنی:

$$2x+1=5 \Rightarrow x=2 \Rightarrow \boxed{f(5)+f(3)=9}$$

اگر مقدار مجهول $f(3)$ را بیابیم مقدار $f(5)$ به دست می‌آید. برای به دست آوردن $f(3)$ ، داریم:

$$2x+1=3 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(3)+f(3)=4$$

$$\Rightarrow 2f(3)=4 \Rightarrow f(3)=2$$

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مولفه اول یکسان و مولفه دوم متفاوت وجود نداشته باشد. به ازای $a=1$ ، دو زوج مرتب $(1,3)$ و $(a,3)$ یکی می‌شوند و رابطه f تابع خواهد بود، به ازای $a=2,3$ ، f تابع نیست، پس:

$$a = 2 + 3 = 5 = \text{مجموع مقادیر ممکن برای } a$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

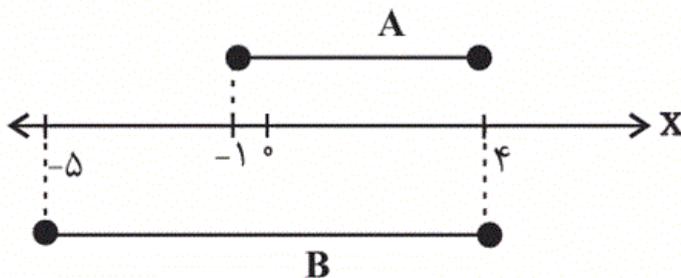
۳ ✓

۲

۱

با توجه به نمودار داریم:

$$\begin{aligned} D_f = A &= [-1, 4] \\ R_f = B &= [-5, 4] \Rightarrow B - A = [-5, -1] \end{aligned}$$



(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴ ✓

۳

۲

۱

بررسی دامنه و برد نمودارها:

$$\text{الف) } \left\{ \begin{array}{l} D_f = (0, 2) \\ R_f = (0, 2] \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq R_f \quad \text{ب) } \left\{ \begin{array}{l} D_f = (0, 2] \\ R_f = [0, 2] \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq R_f$$

$$\text{ج) } \left\{ \begin{array}{l} D_f = (-1, 2) \\ R_f = (-1, 2) \end{array} \right\} \Rightarrow D_f = R_f \quad \text{د) } \left\{ \begin{array}{l} D_f = [-2, 2) - \{0\} \\ R_f = [-2, 2) - \{-\frac{2}{3}\} \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \neq R_f$$

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

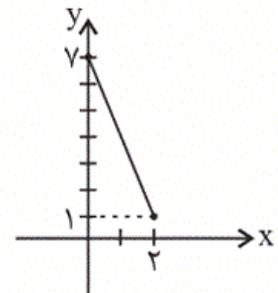
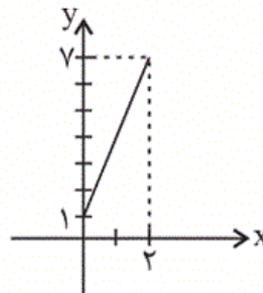
۳

۲ ✓

۱

«میلاد منصوری»

-۶۹

تابع خطی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[1, 7]$ به یکی از دو صورت زیر است:همان‌طور که می‌بینید $f(2)$ می‌تواند ۱ یا ۷ باشد.

(صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مولفه اول یکسان و مولفه دوم متفاوت وجود نداشته باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} (1, 2) \in f \\ (1, a^2 - a) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است.}} a^2 - a = 2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a - 2)(a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -1 \end{cases}$$

به‌ازای $a = -1$ داریم:

$$f = \{(1, 2), (2, b), (-1, 3), (-1, 4)\}$$

که تابع نیست زیرا به‌ازای ورودی -1 ، دو تا خروجی داریم.

به‌ازای $a = 2$ داریم:

$$f = \{(1, 2), (2, b), (-1, 3), (1, 2), (2, 4)\}$$

به‌ازای ورودی 2 باید یک خروجی داشته باشیم پس: $b = 4$

$$f = \{(1, 2), (2, 4), (-1, 3)\}$$

$$f \text{ برد} = \{2, 4, 3\} \Rightarrow f \text{ مجموع اعضای برد} = 2 + 4 + 3 = 9$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۸ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲ ✓

۱

معادله محور تقارن سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ به صورت $x = -\frac{b'}{2a'}$

است. پس در سهمی $y = x^2 + 4x + a$ داریم:

$$x = -\frac{b'}{2a'} = -\frac{4}{2} = -2$$

$x = -2$ معادله خط تقارن سهمی خواهد بود و به مقدار a بستگی ندارد.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

در سهمی به معادله $y = a(x-h)^2 + k$ مختصات رأس سهمی به صورت (h, k) است.

$$y = 4x^2 - 4x + 5 = 4x^2 - 4x + 1 + 4$$

$$\Rightarrow y = (2x-1)^2 + 4 = 4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$$

بنابراین رأس سهمی نقطه $(\frac{1}{2}, 4)$ است و فاصله این نقطه از خط افقی

$y = -1$ برابر است با:

$$4 - (-1) = 5$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\text{طول رأس سهمی: } x = -\frac{b'}{2a'} = -\frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = -6$$

$$y = 2x^2 - 6x + 4 \Rightarrow y = 2(x^2 - 3x + 2) = 2(x-1)(x-2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

یعنی سهمی در $x=1$ و $x=2$ محور طول‌ها را قطع می‌کند.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۴

«شکیب ربیبی»

اگر رأس سهمی نقطه (h, k) باشد، معادله آن را به صورت

$$y = a(x-h)^2 + k \text{ می‌توان نوشت. پس:}$$

$$\underline{(h, k) = (2, -1)} \rightarrow y = a(x-2)^2 - 1$$

نقطه $(3, 2)$ در معادله سهمی صدق می‌کند، پس:

$$2 = a(3-2)^2 - 1 \Rightarrow 2 = a - 1 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow y = 3(x-2)^2 - 1$$

که در این صورت عرض از مبدأ آن برابر است با:

$$\xrightarrow{x=0} y = 3(-2)^2 - 1 = 11$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

طبق نمودار، عرض از مبدأ سهمی -۱ است، پس $c = -۱$.

$$y = x^2 + bx - ۱$$

رأس سهمی نقطه $(۳, ۲b + ۲)$ است، پس در معادله سهمی صدق می‌کند:

$$۹ + ۲b - ۱ = ۲b + ۲ \Rightarrow b = -۶$$

پس معادله سهمی به صورت $y = x^2 - ۶x - ۱$ است. حال محل برخورد سهمی

را با محور طول‌ها به دست می‌آوریم. باید معادله $x^2 - ۶x - ۱ = ۰$ را حل کنیم:

$$\Delta = ۳۶ + ۴ = ۴۰$$

$$x = \frac{۶ \pm \sqrt{۴۰}}{۲} = ۳ \pm \sqrt{۱۰} \Rightarrow \begin{cases} ۳ + \sqrt{۱۰} \\ ۳ - \sqrt{۱۰} \end{cases}$$

طبق نمودار $\alpha > ۰$ است، پس $\alpha = ۳ + \sqrt{۱۰}$.

(صفحه‌های ۸۵ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$x^2 - ۴x + ۲ > mx - ۲ \Rightarrow x^2 - ۴x - mx + ۲ + ۲ > ۰$$

$$x^2 - (۴+m)x + ۴ > ۰ \begin{cases} \Delta < ۰ \\ a > ۰ \rightarrow \text{برقرار است} \end{cases} \begin{array}{l} \text{همواره باید} \\ \text{برقرار باشد} \end{array}$$

$$\Delta = (۴+m)^2 - ۴(۱)(۴) < ۰ \Rightarrow (۴+m)^2 < ۱۶$$

$$\Rightarrow m^2 + ۸m + ۱۶ < ۱۶$$

$$\Rightarrow m^2 + ۸m < ۰ \Rightarrow m(m+۸) < ۰$$

$$\Rightarrow -۸ < m < ۰$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲ ✓

۱

طول رأس سهمی $y = 2x^2 - mx + 2$ برابر با $x_1 = \frac{m}{4}$ و طول رأس

سهمی $y = 3x^2 - mx + 3$ نیز برابر با $x_2 = \frac{m}{6}$ است. پس هر دو سهمی

دارای طول رأس هم‌علامت هستند. بنابراین کافی است عرض رأس دو سهمی

هم‌علامت باشد. داریم:

$$y = 2x^2 - mx + 2 \Rightarrow y_1 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{m^2 - 16}{8}$$

$$y = 3x^2 - mx + 3 \Rightarrow y_2 = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{m^2 - 36}{12}$$

برای این‌که y_1 و y_2 هم‌علامت باشند، باید داشته باشیم $y_1 y_2 > 0$

یعنی:

$$P(m) = \frac{(m^2 - 16)(m^2 - 36)}{8 \times 12} > 0$$

m	-۶	-۴	۴	۶
$m^2 - 16$	+	+	-	+
$m^2 - 36$	+	-	-	+
P(m)	+	-	+	+

یعنی $m \in (-\infty, -6) \cup (-4, 4) \cup (6, +\infty)$

بنابراین m مقادیر صحیح ۶، ۵، ۴، -۴، -۵، -۶ را نمی‌تواند اختیار کند.

(صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

طول رأس سهمی برابر است با:

$$x = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-2a}{2a} = -1$$

با جای گذاری $x = -1$ در ضابطه سهمی، عرض رأس آن را به دست می آوریم:

$$\xrightarrow{x=-1} y = a(-1)^2 + 2a(-1) - 3 \Rightarrow y = -a - 3$$

بنابراین مختصات رأس سهمی $(-1, -a - 3)$ است.

چون رأس سهمی روی نیمساز ناحیه‌های اول و سوم است، پس:

$$\xrightarrow{y=x} -a - 3 = -1$$

$$\Rightarrow -a = 2 \Rightarrow a = -2$$

مقدار $a = -2$ را در ضابطه سهمی جایگذاری می کنیم.

$$\xrightarrow{a=-2} y = -2x^2 - 4x - 3 \xrightarrow{x=0} \text{محل برخورد سهمی با محور } y \text{ ها}$$

$$y = -3 \Rightarrow b = -3$$

$$a \times b = (-2)(-3) = 6$$

(صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴ ✓

۳

۲

۱

از آن جایی که ریشهٔ مخرج در جدول تعریف نشده می‌باشد، پس ریشهٔ مخرج ۵ می‌باشد.

$$3x - c = 0 \Rightarrow 3x = c \Rightarrow 3 \times (5) = c \Rightarrow c = 15$$

از طرفی $x^2 - a^2$ دارای دو ریشهٔ قرینه می‌باشد، پس:

$$x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$$

در نتیجه با توجه به جدول و دو ریشهٔ قرینه، $a = \pm 3$ می‌باشد و ریشهٔ باقی‌مانده در صورت کسر $x = -2$ است، پس:

$$x + b = 0 \Rightarrow x = -b = -2 \Rightarrow b = 2$$

در نتیجه:

$$a^2b - c = (9) \times (2) - 15 = 18 - 15 = 3$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

$|2x-4|$ همواره نامنفی است کسر داده شده را تعیین علامت می کنیم (برای

تعیین علامت، ریشه های صورت و مخرج را به دست می آوریم):

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$3x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3)(2) = -20 < 0$$

$\Delta < 0$ و $a > 0$ ، پس عبارت $3x^2 - 2x + 2$ همواره مثبت است.

$$(1-x^2) = 0 \Rightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-1	1	2	
$ 2x-4 $	+	+	+	+
$3x^2 - 2x + 2$	+	+	+	+
$(1-x^2)$	-	+	-	- $\Rightarrow (-1, 2) - \{1\}$
$x^2 - 3x + 2$	+	+	-	+
f(x)	-	+	+	-

ت.ن ت.ن

$$(b-a) = 2 - (-1) = 3$$

(صفحه های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله ها و نامعادله ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$|x-2|-1 \geq 0 \Rightarrow |x-2| \geq 1$$

$$\Rightarrow x-2 \geq 1 \text{ یا } x-2 \leq -1 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵ و ۱۱ تا ۹ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

از جدول تعیین علامت $P(x)$ معلوم می‌شود که صورت کسر $\frac{ax+1}{2x+1} - 3$

فاقد ریشه است. یعنی:

$$P(x) = \frac{ax+1}{2x+1} - 3 = \frac{(a-6)x-2}{2x+1}$$

برای این که $(a-6)x-2$ ریشه نداشته باشد، باید $a-6=0$ باشد. پس

$a=6$ است. خودبه‌خود b نیز ریشه‌ی مخرج $P(x)$ است، یعنی $b = -\frac{1}{2}$

پس $ab = -3$.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت A، یک عبارت درجه دوم همواره نامنفی است، پس ریشه مضاعف -۲ دارد.

$$\begin{cases} y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ y = x^2 + ax + b \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = 4$$

$$\Rightarrow ab = 4 \times 4 = 16$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا عبارت‌های صورت و مخرج کسر را به صورت تجزیه شده می‌نویسیم و سپس ریشه‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم:

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+1)} \Rightarrow \begin{cases} x=2, x=-2 \\ x=1, x=-1 \end{cases}$$

x		-۲	-۱	۱	۲		
$x^2 - 4$	+	•	-	-	-	•	+
$x^2 - 1$	+		•	-	•	+	+
$x^2 - 4$	+	•	-	+	-	•	+
$x^2 - 1$				ت.ن	ت.ن		

با توجه به جدول به‌ازای مقادیر $x < -2, -1 < x < 1, x > 2$ حاصل عبارت مثبت است.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای آن که عبارت درجه دوم $y = a'x^2 + b'x + c'$ همواره منفی باشد، باید

دو شرط $a' < 0$ و $\Delta < 0$ برقرار باشند. در عبارت $y = -x^2 + kx - 1$ ،

شرط $a' < 0$ برقرار است، پس کافی است:

$$\Delta < 0 \Rightarrow k^2 - 4(-1)(-1) < 0 \Rightarrow k^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < k < 2$$

$$\Rightarrow k \in (-2, 2)$$

پس بزرگ‌ترین مقدار صحیح k برابر با ۱ است.

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{ax^2 + bx + 2}{x^2 + 3x + 1} \geq 0$$

در عبارت درجه دوم مخرج کسر، چون $\Delta < 0$ و $a = 1 > 0$ است، مخرج

همواره مثبت است. پس $x = -1$ و $x = 3$ ریشه‌های صورت‌اند.

$$\xrightarrow{x=-1} a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{x=3} 9a + 3b + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = -2 \\ 9a + 3b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a - 3b = -6 \\ 9a + 3b = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع دو تساوی}} 12a = -8 \Rightarrow a = -\frac{2}{3} \text{ و } b = \frac{4}{3}$$

$$3a + 6b = -2 + 8 = 6$$

(صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی) (معادله‌ها و نامعادله‌ها)

۴

۳ ✓

۲

۱

سه تا زوج مرتب متفاوت با مولفه اول ۱ داریم که باید حداقل ۲ تا از آنها را حذف کرد. دو تا زوج مرتب متفاوت با مولفه اول -۱ داریم که باید حداقل یکی از آنها حذف شود، پس حداقل سه زوج مرتب لازم است حذف شوند تا رابطه f تابع شود.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳✓

۲

۱

برای این که نمودار ون داده شده، نشان دهنده یک تابع باشد، باید:

$$b^2 + 1 = |2b| \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{b > 0} & b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{b=1} \\ \xrightarrow{b < 0} & b^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b+1)^2 = 0 \Rightarrow \boxed{b=-1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |b| + 1 = 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (2, 2) \in f \\ (2, a+2b) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است}}$$

$$a + 2b = 2 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{b=1} & a=0 \\ \xrightarrow{b=-1} & a=4 \end{cases} \Rightarrow a+b = 3 \text{ یا } 1$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

۴

۳

۲✓

۱

$$\left\{ \begin{array}{l} (-1, 4) \in f \\ (-1, a^2 + 3a) \in f \end{array} \right. \xrightarrow{f \text{ تابع است.}} a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=1} f = \{(-1, 4), (-1, 5), (4, 4)\} \text{ غ ق ق}$$

$$\xrightarrow{a=-4} f = \{(-1, 4), (4, 0), (4, 4)\} \text{ غ ق ق}$$

پس به ازای هیچ مقدار a رابطه f تابع نخواهد بود.

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۷۱

«علی ارجمند»

اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مولفه اول یکسان و مولفه دوم متفاوت وجود نداشته باشد. به ازای $a=1$ ، دو زوج مرتب $(a, 3)$ و $(1, 3)$ یکی می‌شوند و رابطه f تابع خواهد بود، به ازای $a=2, 3$ ، f تابع نیست،

پس:

$$a = 2 + 3 = 5 \text{ مجموع مقادیر ممکن برای } a$$

(صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی) (تابع)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱