



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، سهمی - ۱ سوال -

۵۷- اگر رأس سهمی $y = -2x^2 + bx + c$ نقطه $(-2, 2)$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله $-2x^2 + bx + c = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۶

ریاضی ۱، تعیین علامت

۶۰- اگر عبارت $y = 4x^2 + (m+2)x + 1$ همواره مثبت باشد، عبارت $y = x^2 + 3x + m$ چگونه است؟

- (۱) همواره مثبت (۲) همواره منفی (۳) مثبت یا صفر (۴) مثبت یا صفر یا منفی

ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۴ سوال

۵۱- کدام یک از روابط زیر لزوماً تابع است؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، هر عدد اول بزرگ‌تر از خودش را نسبت دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به حاصل $|x|$ ، x را نسبت دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر فرد، برادرانش را نسبت دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی‌اش را نسبت دهد.

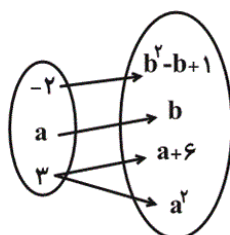
۵۴- رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) هیچ مقدار m

۵۵- اگر R رابطه‌ای باشد که به هر عدد طبیعی از مجموعه $\{5, 6, 7, 8\}$ مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، از R حداقل چند زوج مرتب حذف کنیم تا به یک تابع تبدیل شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۵۸- اگر نمودار زیر نمایش یک تابع باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



- (۱) -۲
 (۲) -۱
 (۳) صفر
 (۴) ۱

۵۹- اگر $f(-x) + f(4) = 2x - 6$ ، آن گاه $f(x)$ کدام است؟

- (۱) $-2x + 1$ (۲) $2x + 1$ (۳) $x + 3$ (۴) $-x - 3$

۵۶- طول یک مستطیل از ۲ برابر عرض آن ۳ واحد کم تر است. محیط مستطیل (P) به عنوان تابعی از طول آن (m) کدام است؟

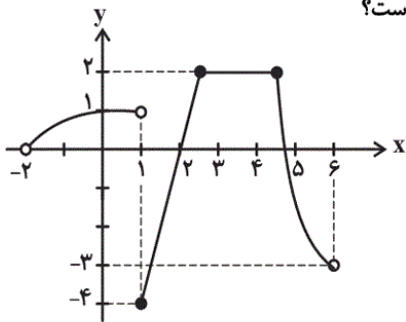
- (۱) $P = 6m - 6$ (۲) $P = 3m - 3$ (۳) $P = 3m + 3$ (۴) $P = \frac{3}{2}m + \frac{3}{2}$

۵۲- برای اندازه گیری دما از واحدهای «سانتی گراد C» و «فارنهایت F» استفاده می شود که با رابطه $F = \frac{9}{5}C + 32$ به یکدیگر وابسته اند. اگر دمای یک

جسم برحسب سانتی گراد ۴۰ درجه زیاد شود، دمای آن برحسب فارنهایت چند درجه زیاد خواهد شد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۷۲ (۳) ۶۰ (۴) ۶۲

۵۳- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد و دامنه f را با D_f و برد f را با R_f نشان دهیم، $D_f \cup R_f$ کدام است؟



- (۱) $[-2, 2]$
 (۲) $[-4, 6]$
 (۳) $[-3, 6]$
 (۴) $[-2, 6]$

ریاضی ۱ - گواه ، سهمی - ۱ سوال

۶۹- نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را با طول های -1 و 3 و محور y ها را با عرض 6 قطع می کند. فاصله رأس این سهمی از محور x ها کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

ریاضی ۱ - گواه ، تعیین علامت - ۱ سوال

۷۰- یک باغبان برای محصور کردن یک زمین مستطیل شکل به طول x ، جهت کاشت سبزیجات، 140 متر سیم مصرف کرده است. حدود تغییرات اندازه طول این زمین چقدر باشد تا مساحت زمین، بیش تر یا مساوی 825 مترمربع گردد؟ (طول مستطیل بزرگ تر مساوی عرض آن است.)

- (۱) $25 \leq x \leq 70$ (۲) $10 \leq x \leq 35$ (۳) $15 \leq x \leq 55$ (۴) $35 \leq x \leq 55$

ریاضی ۱ - گواه ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۴ سوال

۶۴- تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, p)\}$ شامل یک زوج مرتب است. حاصل $m + n + p$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2 (۳) 4 (۴) -4

۶۱- کدام یک از رابطه‌های زیر، یک تابع را توصیف نمی‌کند؟

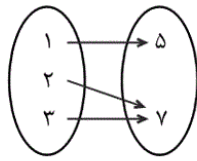
(۲) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

(۱) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌های دوم آن را نسبت می‌دهد.

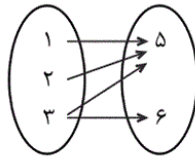
(۴) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، مکعب آن را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، مربع آن را نسبت می‌دهد.

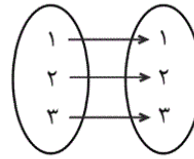
۶۲- کدام نمودار یک تابع را مشخص نمی‌کند؟



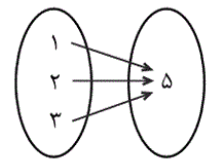
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۶۸- تابع f به صورت $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

(۴) $(-1, 2)$

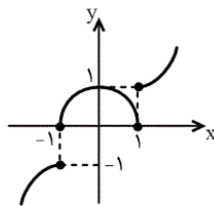
(۳) $(-2, 1)$

(۲) $(1, 2)$

(۱) $(2, -1)$

ریاضی ۱ - گواه ، دامنه و برد تابع - ۴ سوال -

۶۳- نمودار زیر با حذف حداقل چند نقطه به یک تابع تبدیل می‌شود؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۶۵- دامنه یک تابع $29 - 5n$ عضو و برد آن $3n + 7$ عضو دارد. چند عدد طبیعی برای n وجود دارد؟

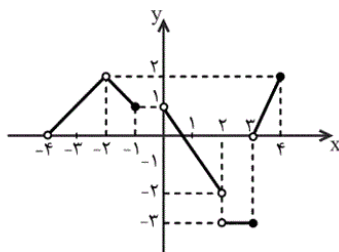
(۴) ۱

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

۶۶- اگر برد و دامنه تابع زیر را به ترتیب با R و D نشان دهیم، مجموعه $R - D$ شامل چند عدد صحیح است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) صفر

۶۷- اگر دامنه تابع $f(x) = 2x - 1$ بازه $[3, +\infty)$ و دامنه تابع $g(x) = \frac{1}{3}x + 3$ بازه $(-\infty, 2]$ باشد، اجتماع برد توابع f و g کدام است؟

(۴) $\mathbb{R} - (4, 5)$

(۳) $\mathbb{R} - \{5\}$

(۲) \mathbb{R}

(۱) \mathbb{Z}

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، سهمی - ۲ سوال

۷۷- اگر رأس سهمی $y = -2x^2 + bx + c$ نقطه $(-2, 2)$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله $-2x^2 + bx + c = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۶

۷۸- خط $x = 3$ سهمی $y = (k-1)x^2 - 2kx + 2$ را در رأس سهمی قطع می‌کند. کم‌ترین مقدار این سهمی کدام است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) -3 (۳) $-3/5$ (۴) -4

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، تعیین علامت - ۴ سوال

۷۵- عبارت $\frac{(x+1)(x^2-4)}{x^2-6x+9}$ در کدام بازه زیر، تغییر علامت می‌دهد؟

- (۱) $(-1, 2)$ (۲) $(-3, -1)$ (۳) $(-2, -1)$ (۴) $(2, 3)$

۷۶- مجموعه جواب نامعادله $(|x|-1)(|x|+2) < 0$ کدام است؟

- (۱) $-2 < x < 1$ (۲) $-1 < x < 1$ (۳) $-2 < x < 2$ (۴) $0 \leq x < 1$

۷۳- به ازای چه مقادیری از m ، عبارت $y = x^2 + x + m$ همواره مثبت است؟

- (۱) $m < \frac{1}{4}$ (۲) $m > \frac{1}{4}$ (۳) $m > -\frac{1}{4}$ (۴) $m < -\frac{1}{4}$

۸۰- اگر عبارت $y = 4x^2 + (m+2)x + 1$ همواره مثبت باشد، عبارت $y = x^2 + 3x + m$ چگونه است؟

- (۱) همواره مثبت (۲) همواره منفی (۳) مثبت یا صفر (۴) مثبت یا صفر یا منفی

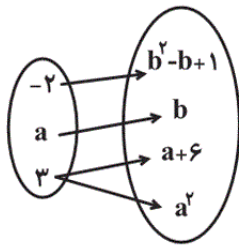
ریاضی ۱ - سوالات موازی ، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۴ سوال

۷۴- اگر R رابطه‌ای باشد که به هر عدد طبیعی از مجموعه $\{5, 6, 7, 8\}$ مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد، از R حداقل چند زوج مرتب حذف

کنیم تا به یک تابع تبدیل شود؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۷۹- اگر نمودار زیر نمایش یک تابع باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟



(۱) -۲

(۲) -۱

(۳) صفر

(۴) ۱

۷۱- کدام یک از روابط زیر لزوماً تابع است؟

(۱) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، هر عدد اول بزرگ‌تر از خودش را نسبت دهد.

(۲) رابطه‌ای که به حاصل $|x|$ ، x را نسبت دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر فرد، برادرانش را نسبت دهد.

(۴) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی‌اش را نسبت دهد.

۷۲- رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

(۴) هیچ مقدار m

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۲

هندسه ۱، چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها - ۶ سوال

۹۳- از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی محدب، یک مستطیل حاصل شده است. این چهار ضلعی محدب لزوماً:
 (۱) لوزی است. (۲) متوازی‌الاضلاع است. (۳) قطرهای برابر دارد. (۴) قطرهای عمود بر هم دارد.

۹۴- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، زاویه بین نیم‌ساز زاویه \hat{A} و میانه وارد بر وتر 20° است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث ABC کدام است؟

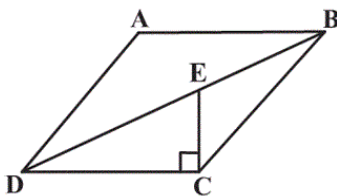
(۴) 20°

(۳) 35°

(۲) 25°

(۱) 30°

۹۵- در شکل روبه‌رو $ABCD$ لوزی و EC بر CD عمود است. اگر $DE = 2AC$ ، آن‌گاه زاویه حاده این لوزی چند درجه است؟



(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 75°

۹۶- در یک دوزنقه قائم‌الزاویه قطرهای بر هم عمودند و طول قاعده‌ها ۳ و ۱۲ است. مساحت این دوزنقه کدام است؟

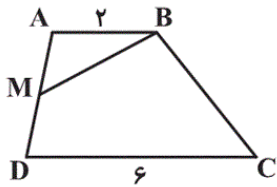
(۴) ۷۵

(۳) ۶۰

(۲) ۴۵

(۱) ۳۰

۹۷- در شکل مقابل M وسط AD است. مساحت مثلث ABM چه کسری از مساحت دوزنقه است؟



- (۱) $\frac{1}{12}$
- (۲) $\frac{1}{9}$
- (۳) $\frac{1}{6}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

۹۱- در ... ضلعی محدب، تعداد قطرهای با تعداد اضلاع برابر است.

- (۱) ۸
- (۲) ۷
- (۳) ۶
- (۴) ۵

هندسه ۱، مساحت و کاربردهای آن - ۴ سوال

۹۲- در شکل زیر اگر $AB = AC$ ، آن گاه حاصل $TH + TK$ همواره برابر با طول کدام جزء مثلث ABC است؟



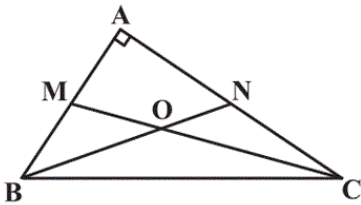
- (۱) میانه وارد بر AC
- (۲) نیمساز داخلی زاویه C
- (۳) ارتفاع وارد بر AB
- (۴) ارتفاع وارد بر BC

۹۸- نقطه M درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به مساحت $3\sqrt{3}$ قرار دارد. اگر فاصله نقطه M از اضلاع AB و AC به ترتیب $\frac{3}{2}$ و $\frac{3}{4}$ باشد،

فاصله آن از ضلع BC کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{5}{4}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

۹۹- در شکل روبه‌رو M وسط $AB = ۳$ و N وسط $AC = ۴$ است. اگر زاویه A قائمه باشد، فاصله O از BC کدام است؟



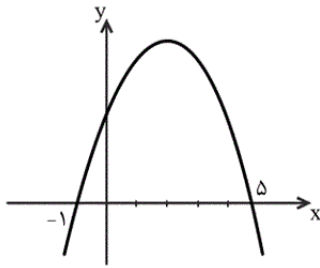
- (۱) $\frac{1}{4}$
- (۲) $\frac{1}{6}$
- (۳) $\frac{1}{8}$
- (۴) ۱

۱۰۰- در مثلث ABC زاویه بین دو میانه $AM = ۴$ و $BN = ۸$ ، 60° است. طول ضلع AC کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{3}$
- (۲) ۶
- (۳) $\frac{20}{3}$
- (۴) ۸

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه، سهمی - ۲ سوال

۸۳- ضابطه سهمی شکل زیر، کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $y = x^2 - 3x + 5$

(۲) $y = x^2 - 4x + 5$

(۳) $y = -x^2 + 4x + 5$

(۴) $y = -x^2 - 4x + 5$

۹۰- نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را با طول‌های -۱ و ۳ و محور y ها را با عرض ۶ قطع می‌کند. فاصله رأس این سهمی از محور x ها کدام است؟

(۴) ۱۴

(۳) ۱۲

(۲) ۱۰

(۱) ۸

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه ، **تعیین علامت** - ۴ سوال -

۸۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $5x + a \leq 3x - 1 < 4x + 1$ بازه $(-2, -4]$ باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) -۷

(۱) -۶

۸۷- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

(۴) ۱۰

(۳) ۱۳

(۲) ۱۲

(۱) ۱۱

۸۸- به ازای کدام مقادیر a ، معادله درجه دوم $2x^2 + ax + a - \frac{3}{2} = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

(۴) $3 < a < 4$

(۳) $2 < a < 6$

(۲) $a < 3$ یا $a > 4$

(۱) $a < 2$ یا $a > 6$

۸۹- یک باغبان برای محصور کردن یک زمین مستطیل شکل به طول x ، جهت کاشت سبزیجات، ۱۴۰ متر سیم مصرف کرده است. حدود تغییرات اندازه طول این زمین چقدر باشد تا مساحت زمین، بیش‌تر یا مساوی ۸۲۵ مترمربع گردد؟ (طول مستطیل بزرگ‌تر مساوی عرض آن است.)

(۴) $35 \leq x \leq 55$

(۳) $15 \leq x \leq 55$

(۲) $10 \leq x \leq 35$

(۱) $25 \leq x \leq 70$

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه ، **مفهوم تابع و بازنمایی های آن** - ۴ سوال

۸۶- تابع f به صورت $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$ مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع f نیست؟

(۴) $(-1, 2)$

(۳) $(-2, 1)$

(۲) $(1, 2)$

(۱) $(2, -1)$

۸۴- تابع $f = \{(m^2 - m, m^2 - 3m), (2, n^2 - 2n + 5), (2, p)\}$ شامل یک زوج مرتب است. حاصل $m + n + p$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) -۲

۸۱- کدام یک از رابطه‌های زیر، یک تابع را توصیف نمی‌کند؟

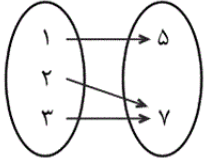
(۲) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

(۱) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌های دوم آن را نسبت می‌دهد.

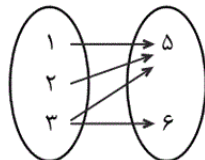
(۴) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، مکعب آن را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، مربع آن را نسبت می‌دهد.

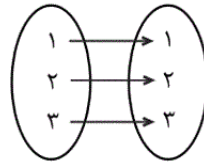
۸۲- کدام نمودار یک تابع را مشخص نمی‌کند؟



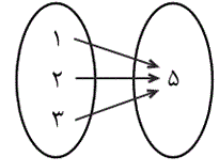
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

-۵۷

(مجتبی مباحثی)

می‌دانیم که مختصات رأس سهمی برابر است با :

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

بنابراین در سهمی $y = -2x^2 + bx + c$ رأس سهمی برابر است با:

$$\left(\frac{b}{4}, \frac{\Delta}{8}\right)$$

چون رأس سهمی $(-2, 2)$ است، پس:

$$\frac{b}{4} = -2 \Rightarrow b = -8, \quad \frac{\Delta}{8} = 2 \Rightarrow \Delta = 16$$

حال ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+8 + \sqrt{16}}{-4} = \frac{8 + 4}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+8 - \sqrt{16}}{-4} = \frac{8 - 4}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$(-3)(-1) = +3$$

حاصل ضرب ریشه‌ها:

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

برای آن که عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد باید $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد.

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(4)(1) = m^2 + 4m + 4 - 16 = m^2 + 4m - 12$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 12 < 0$$

جدول تعیین علامت را برای $m^2 + 4m - 12$ رسم می‌کنیم.

$$m^2 + 4m - 12 = (m+6)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 2 \end{cases}$$

m	-6	2
m ² + 4m - 12	+ 0	- 0 +

بنابراین برای آن که $\Delta < 0$ باشد باید $-6 < m < 2$ باشد.

برای عبارت $y = x^2 + 3x + m$ ، Δ را تشکیل می‌دهیم:

$$\Delta = 3^2 - 4(1)(m) = 9 - 4m$$

می‌دانیم که $-6 < m < 2$ است در نتیجه:

$$-6 < m < 2 \xrightarrow{\times 4} -24 < 4m < 8 \xrightarrow{\times (-1)} -8 < -4m < 24$$

$$\xrightarrow{+9} 1 < 9 - 4m < 33 \rightarrow 1 < \Delta < 33$$

از آنجا که دلتای این عبارت همواره مثبت است، دو ریشه حقیقی دارد پس هم ممکن است صفر شود، هم منفی و هم مثبت.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هر فرد گروه خون منحصر به فردی دارد.

سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر عدد طبیعی بی‌شمار عدد اول بزرگ‌تر از خودش دارد.

گزینه «۲»: $|X|$ را می‌توان به X یا $-X$ نسبت داد. مگر زمانی که $X = 0$ باشد که در این صورت $-X = X = 0$ است.

گزینه «۳»: ممکن است بعضی از افراد چند برادر داشته باشند.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به تعریف تابع داریم:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$m = -1 \Rightarrow f = \{(3,1), (2,1), (-2,-1), (3,1), (-1,4)\}$ تابع است.

$m = 2 \Rightarrow f = \{(3,4), (2,1), (-2,2), (3,4), (2,4)\}$ تابع نیست.

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به معلومات مسئله، رابطه R را می‌نویسیم:

$$R = \{(5,1), (5,5), (6,1), (6,2), (6,3), (6,6), (7,1), (7,7), (8,1), (8,2), (8,4), (8,8)\}$$

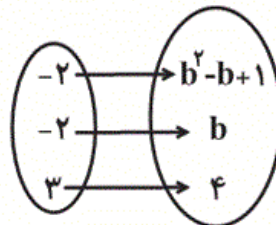
۴✓

۳

۲

۱

$$a^2 = a + 6 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ \text{یا} \\ a = 3 \end{cases}$$

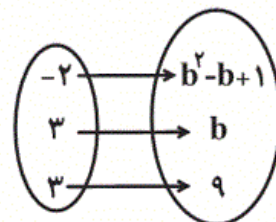


حال به ازای مقادیر مختلف a نمودار ون را بازنویسی می‌کنیم. حالت اول: $a = -2$. در این

حالت طبق نکته داریم: $b^2 - b + 1 = b$

$$\Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

حالت دوم:



$$a = 3$$

طبق نکته، در این حالت هم: $b = 9 \Rightarrow a + b = 12$

در گزینه‌ها فقط مقدار ۱- وجود دارد، پس گزینه «۲» پاسخ سؤال است.

(تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(سهند ولی زاده)

$$f(-x) + f(4) = 2x - 6 \xrightarrow{x=-4} f(4) + f(4) = -8 - 6$$

$$\Rightarrow 2f(4) = -14 \Rightarrow f(4) = -7$$

$$f(-x) = 2x - 6 - f(4) = 2x - 6 - (-7) = 2x + 1$$

$$\Rightarrow f(-x) = 2x + 1 \xrightarrow{-x \rightarrow x} f(x) = -2x + 1$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

(امین نصراله)

$$\left. \begin{array}{l} \text{طول مستطیل} = m \\ \text{عرض مستطیل} = n \end{array} \right\} \Rightarrow m = 2n - 3 \Rightarrow n = \frac{m+3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مستطیل} = P = 2m + 2n = 2m + 2\left(\frac{m+3}{2}\right)$$

$$= 2m + m + 3 = 3m + 3$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(امیر زراندوز)

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

$$F' = \frac{9}{5}C' + 32 = \frac{9}{5}(C + 40) + 32$$

$$= \frac{9}{5}C + \frac{9}{5} \times 40 + 32$$

$$= \frac{9}{5}C + 72 + 32 = \underbrace{\left(\frac{9}{5}C + 32\right)}_F + 72$$

پس دمای جسم بر حسب فارنهایت، ۷۲ درجه زیاد می‌شود.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(حسن کریمی)

دامنه تابع f بازه $(-۲, ۶)$ و برد آن بازه $[-۴, ۲]$ است؛ پس اجتماع آن‌ها برابر است با:

$$D_f \cup R_f = (-۲, ۶) \cup [-۴, ۲] = [-۴, ۶)$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی)

سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را با طول‌های -۱ و ۳ قطع کرده است، پس می‌توانیم معادله آن را به صورت $y = a(x+۱)(x-۳)$ در نظر بگیریم، از آن جا که نمودار این سهمی محور y ها را با عرض ۶ قطع می‌کند، مختصات نقطه $(۰, ۶)$ در معادله آن صدق می‌کند:

$$۶ = a(۰+۱)(۰-۳) \Rightarrow a = -۲ \Rightarrow y = -۲(x+۱)(x-۳)$$

نمودار سهمی محور x ها را با طول‌های -۱ و ۳ قطع کرده است، پس اگر رأس آن را S بنامیم،

$$\text{آنگاه } x_S = \frac{-۱+۳}{۲} = ۱ \text{ و مقدار } y_S \text{ با جایگذاری } x_S \text{ در معادله سهمی به دست می‌آید:}$$

$$y_S = -۲(۱+۱)(۱-۳) = ۸$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

اگر طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{محیط} = 2(x + y) \Rightarrow 140 = 2(x + y) \Rightarrow x + y = 70 \Rightarrow y = 70 - x$$

$$\text{مساحت} = \text{طول} \times \text{عرض} = x(70 - x)$$

چون گفته شده مساحت بیش‌تر یا مساوی ۸۲۵ باشد، پس:

$$x(70 - x) \geq 825 \Rightarrow x^2 - 70x + 825 \leq 0$$

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک دو عدد می‌یابیم که ضربشان ۸۲۵ و جمع

آن‌ها ۷۰- باشد، در نتیجه:

$$\Rightarrow (x - 15)(x - 55) \leq 0 \Rightarrow 15 \leq x \leq 55 \quad (\text{I})$$

از طرفی طول مستطیل همواره بزرگ‌تر یا مساوی عرض مستطیل است، بنابراین:

$$x \geq 70 - x \Rightarrow 2x \geq 70 \Rightarrow x \geq 35 \quad (\text{II})$$

$$35 \leq x \leq 55$$

از اشتراک (I) و (II) خواهیم داشت:

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

چون این تابع شامل یک زوج مرتب است، تمامی مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابرند:
مؤلفه‌های اول:

$$m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مؤلفه‌های دوم:

$$m^2 - 3m = n^2 - 2n + 5 = p$$

اگر $m = -1$ باشد:

$$m = -1 \Rightarrow m^2 - 3m = 4 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n^2 - 2n + 1 = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \Rightarrow n = 1 \\ p = 4 \end{cases}$$

اگر $m = 2$ باشد:

$$m = 2 \Rightarrow m^2 - 3m = -2 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 7 = 0 \Rightarrow \Delta = -24 < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد.}$$

$$\Rightarrow m = 2 \text{ غ ق ق}$$

$$m + n + p = -1 + 1 + 4 = 4$$

بنابراین:

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

گزینه (۱): تابع نیست، زیرا برای هر عدد مثبت، دو ریشه دوم وجود دارد.
گزینه (۲): تابع است، زیرا برای هر عدد حقیقی، یک ریشه سوم وجود دارد.
گزینه (۳): تابع است، زیرا مربع هر عدد حقیقی، عددی یکتاست.
گزینه (۴): تابع است، زیرا مکعب هر عدد حقیقی، عددی یکتاست.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۶۲

(کتاب آبی)

در نمودار پیکانی یک تابع باید از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.
در گزینه «۳»، از عدد ۳ در مجموعه اول، دو پیکان خارج شده است، پس تابع نیست.
(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

-۶۸

(کتاب آبی)

برای آن که رابطه‌ای تابع باشد، هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید مؤلفه‌های اول برابر داشته باشند. بنابراین:

$$(1, 2) = (1, m^2 + m) \Rightarrow m^2 + m = 2$$

$$\Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0$$

$$\Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 1$$

۴✓

۳

۲

۱

-۶۳

(کتاب آبی)

باید حداقل دو نقطه از نمودار حذف گردد تا به یک تابع تبدیل شود، زیرا در نقاطی به طول‌های ۱ و -۱، دو مقدار برای y تعریف شده است.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۵

(کتاب آبی)

باید تعداد اعضای دامنه، بزرگتر یا مساوی تعداد اعضای برد باشد، پس:

$$29 - 5n \geq 3n + 7 \Rightarrow 8n \leq 22 \Rightarrow n \leq \frac{22}{8}$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1 \text{ یا } n = 2$$

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

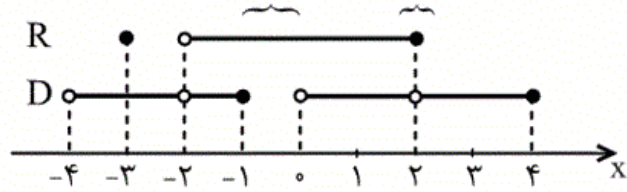
۱✓

(کتاب آبی)

$$D = (-۴, -۲) \cup (-۲, -۱] \cup (۰, ۲) \cup (۲, ۴]$$

$$R = (-۲, ۲] \cup \{-۳\}$$

R و D را روی محور اعداد نشان می‌دهیم:



پس:

$$R - D = (-۱, ۰] \cup \{۲\}$$

R - D شامل دو عدد صحیح صفر و ۲ است.

(تابع، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

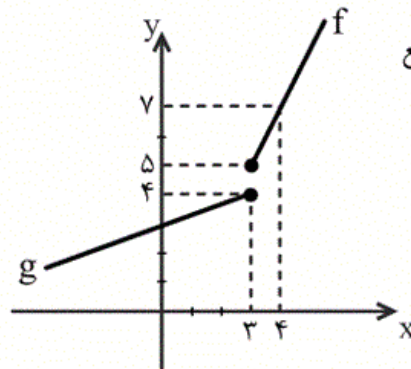
نمودار توابع f و g را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

$$f(x) = 2x - 1, \quad D_f = [۳, +\infty)$$

x	۳	۴
f(x)	۵	۷

$$g(x) = \frac{1}{3}x + 3, \quad D_g = (-\infty, ۳]$$

x	۰	۳
g(x)	۳	۴



با توجه به نمودار توابع f و g، اجتماع برد دو تابع

f و g برابر است با $\mathbb{R} - (۴, ۵)$.

(تابع، صفحه ۱۰۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(مجتبی مباحثی)

$$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

می‌دانیم که رأس سهمی برابر است با :

$$\left(\frac{b}{4}, \frac{\Delta}{8}\right) \quad \text{بنابراین در سهمی } y = -2x^2 + bx + c \text{ رأس سهمی برابر است با:}$$

چون رأس سهمی $(-2, 2)$ است، پس:

$$\frac{b}{4} = -2 \Rightarrow b = -8, \quad \frac{\Delta}{8} = 2 \Rightarrow \Delta = 16$$

حال ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+8 + \sqrt{16}}{-4} = \frac{8 + 4}{-4} = \frac{12}{-4} = -3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{+8 - \sqrt{16}}{-4} = \frac{8 - 4}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$(-3)(-1) = +3$$

حاصل ضرب ریشه‌ها:

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زراندوز)

خط $x = 3$ از رأس سهمی می‌گذرد، پس همان محور تقارن سهمی است:

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 3 = \frac{-(-2k)}{2(k-1)} \Rightarrow 6k - 6 = 2k$$

$$\Rightarrow 4k = 6 \Rightarrow k = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\text{معادله سهمی: } y = \left(\frac{3}{2} - 1\right)x^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)x + 2 = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$$

$$\Rightarrow y_S = \frac{1}{2}(3)^2 - 3(3) + 2 = \frac{9}{2} - 9 + 2 = \frac{9}{2} - 7 = \frac{-5}{2} = -2.5$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهمرد عظیم پور)

$$y = \frac{(x+1)(x+2)(x-2)}{(x-3)^2}$$

با توجه به جدول، در بین گزینه‌ها فقط در بازه $(-3, -1)$ تغییر علامت داریم و گزینه «۲» صحیح است.

x	-۲	-۱	۲	۳	
x+۱	-	۰	+	+	
x+۲	-	۰	+	+	
x-۲	-	-	۰	+	
(x-۳) ^۲	+	+	+	۰	
y	-	۰	+	۰	+

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۳ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمردی تک)

$$(|x|-1)(|x|+2) < 0$$

$$\xrightarrow{|x|+2 \text{ همواره مثبت است.}} |x|-1 < 0 \Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمردی تک)

شرط همواره مثبت بودن یک عبارت درجه دوم: $\Delta < 0$ و $a > 0$ است؛ یعنی:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4m < 0 \Rightarrow 4m > 1 \Rightarrow m > \frac{1}{4}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

برای آن که عبارت درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ همواره مثبت باشد باید $\Delta < 0$ و $a > 0$ باشد.

$$\Delta = (m+2)^2 - 4(4)(1) = m^2 + 4m + 4 - 16 = m^2 + 4m - 12$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow m^2 + 4m - 12 < 0$$

جدول تعیین علامت را برای $m^2 + 4m - 12$ رسم می‌کنیم.

$$m^2 + 4m - 12 = (m+6)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -6 \\ m = 2 \end{cases}$$

m	-6	2
m ² + 4m - 12	+	-

بنابراین برای آن که $\Delta < 0$ باشد باید $-6 < m < 2$ باشد.

برای عبارت $y = x^2 + 3x + m$ ، Δ را تشکیل می‌دهیم:

$$\Delta = 3^2 - 4(1)(m) = 9 - 4m$$

می‌دانیم که $-6 < m < 2$ است در نتیجه:

$$-6 < m < 2 \xrightarrow{\times 4} -24 < 4m < 8 \xrightarrow{\times (-1)} -8 < -4m < 24$$

$$\xrightarrow{+9} 1 < 9 - 4m < 33 \rightarrow 1 < \Delta < 33$$

از آنجا که دلتای این عبارت همواره مثبت است، دو ریشه حقیقی دارد پس هم ممکن است صفر شود، هم منفی و هم مثبت.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به معلومات مسئله، رابطه R را می‌نویسیم:

$$R = \{(5,1), (5,5), (6,1), (6,2), (6,3), (6,6), (7,1), (7,7), (8,1), (8,2), (8,4), (8,8)\}$$

بنابراین R ، ۱۲ عضو دارد و تابع نیست، حال برای این که بتواند تابع باشد باید از بین زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول برابر، حداکثر یکی را داشته باشد. به عبارتی باید

حداقل ۸ عضو از آن حذف شود. (تابع، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

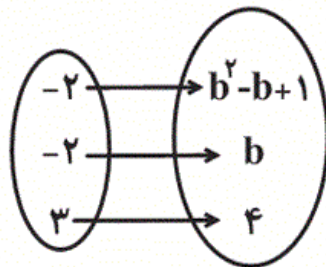
 ۲

 ۱

نکته: در نمایش نمودار ون، رابطه‌ای تابع است که به هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک عضو از مجموعه دوم را نسبت دهد، یعنی اگر از یک عضو مجموعه اول دو پیکان خارج شده باشد باید آن دو عضو مجموعه دوم با هم برابر باشند.

طبق صورت سؤال از عدد ۳ در مجموعه اول به a^2 و $a+6$ پیکان وصل شده است، پس طبق نکته داریم:

$$a^2 = a + 6 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 2)(a - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ \text{یا} \\ a = 3 \end{cases}$$



حال به ازای مقادیر مختلف a نمودار ون را بازنویسی می‌کنیم. حالت اول: $a = -2$. در این

حالت طبق نکته داریم: $b^2 - b + 1 = b$

$$\Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

هر فرد گروه خون منحصر به فردی دارد.

سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: هر عدد طبیعی بی‌شمار عدد اول بزرگ‌تر از خودش دارد.

گزینه «۲»: $|x|$ را می‌توان به x یا $-x$ نسبت داد. مگر زمانی که $x = 0$ باشد

که در این صورت $-x = x = 0$ است.

گزینه «۳»: ممکن است بعضی از افراد چند برادر داشته باشند.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به تعریف تابع داریم:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

$m = -1 \Rightarrow f = \{(3,1), (2,1), (-2,-1), (3,1), (-1,4)\}$ تابع است.

$m = 2 \Rightarrow f = \{(3,4), (2,1), (-2,2), (3,4), (2,4)\}$ تابع نیست.

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است. (تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

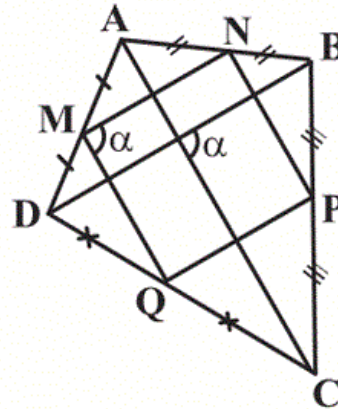
۴

۳

۲✓

۱

در حالت کلی چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن وسط‌های ضلع‌های یک چهارضلعی محدب، یک متوازی‌الاضلاع است که زوایای آن با زوایای بین دو قطر آن چهارضلعی محدب برابر است، پس برای آن که این متوازی‌الاضلاع، مستطیل باشد، باید دو قطر چهارضلعی محدب بر هم عمود باشند.



(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۴ کتاب درسی)

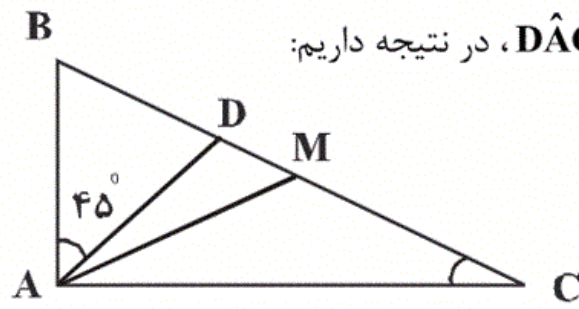
۴✓

۳

۲

۱

از آن جا که در مثلث قائم الزاویه، اندازه میانه وارد بر وتر نصف اندازه وتر است، نتیجه می شود که مثلث AMC متساوی الساقین است. AD نیمساز زاویه A می باشد پس $\hat{DAC} = 45^\circ$ ، در نتیجه داریم:



$$\hat{DAM} = \hat{DAC} - \hat{MAC} = 45^\circ - \hat{C} = 20^\circ \Rightarrow \hat{C} = 25^\circ$$

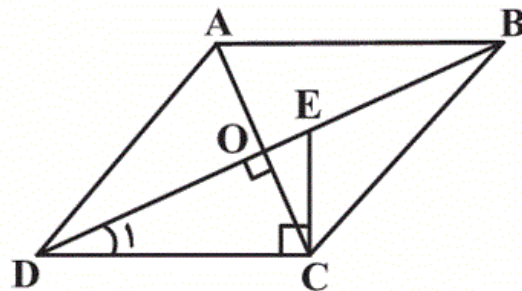
(پنر ضلعی ها، صفحه ۶۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



با توجه به شکل، داریم:

$$DE = 2AC \Rightarrow DE = 2(2CO)$$

$$\Rightarrow DE = 4CO \Rightarrow CO = \frac{1}{4}DE \quad (*)$$

از (*) نتیجه می گیریم در مثلث قائم الزاویه CDE، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است، پس:

$$\hat{D}_1 = 15^\circ \Rightarrow \hat{ADC} = 2\hat{D}_1 = 30^\circ$$

(پنر ضلعی ها، صفحه های ۶۱ و ۶۴ کتاب درسی)

۴

۳

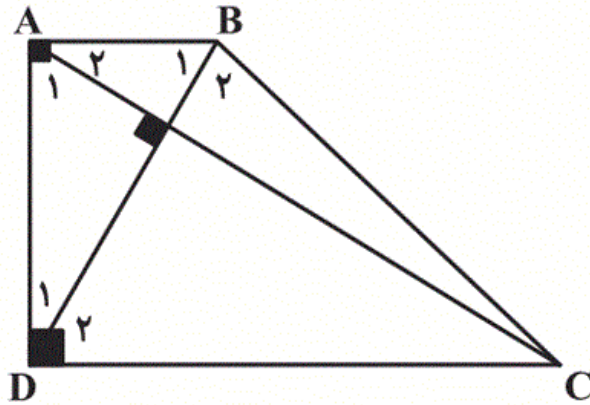
۲

۱

در ذوزنقه‌ای با این شرایط، ارتفاع، واسطه هندسی دو قاعده است یعنی

$$S = \frac{(12+3) \times 6}{2} = 45 \quad \text{پس مساحت برابر است با } h = \sqrt{3 \times 12} = 6$$

اثبات:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 + \hat{B}_1 = 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{A}_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{A}_1 \\ \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle DAC$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DA} = \frac{DA}{DC} \Rightarrow DA^2 = AB \times DC$$

(پنجره‌های، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳ و ۶۵ کتاب درسی)

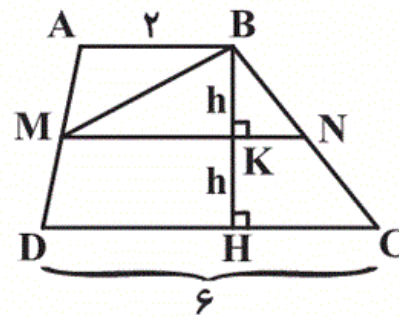
۴

۳

۲ ✓

۱

هرگاه N وسط BC باشد در این صورت $MN \parallel DC$.



$$\triangle BHC : KN \parallel CH \Rightarrow \frac{BK}{KH} = \frac{BN}{NC} = 1$$

$$\Rightarrow BK = KH = h$$

$$\frac{S_{ABM}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times BK}{\frac{1}{2} (AB + CD) \times BH} = \frac{2 \times h}{(2 + 6) \times 2h} = \frac{1}{8}$$

(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مسین فابیلو)

-۹۱

$$\text{تعداد ضلع‌ها} = \text{تعداد قطر‌ها} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow \frac{n-3}{2} = 1 \Rightarrow n = 5$$

(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۵۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(موری ملارمضانی)

-۹۲

مجموع فاصله‌های هر نقطه واقع بر قاعده یک مثلث متساوی‌الساقین از دو ساق آن برابر با طول ارتفاع وارد بر ساق است.

(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر a طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع ABC و h_a طول ارتفاع این مثلث باشد، آن‌گاه داریم:

$$S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

$$h_a = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

مجموع فاصله‌های هر نقطه داخل یک مثلث متساوی‌الاضلاع از سه ضلع آن برابر طول ارتفاع مثلث است، بنابراین در صورتی که فاصله نقطه M از

ضلع BC را با x نمایش دهیم، داریم:

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + x = 3 \Rightarrow x = 3 - \frac{9}{4} = \frac{3}{4}$$

(پن‌ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۸ و ۶۹ کتاب درسی)

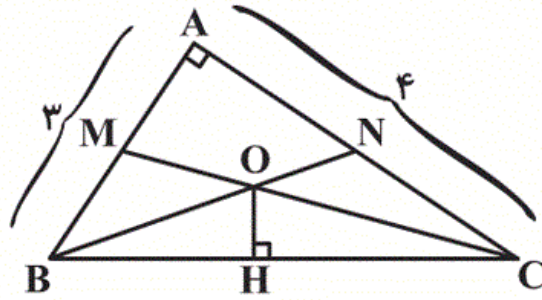
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

BN و CM میان‌های مثلث قائم‌الزاویه ABC هستند، پس:



$$S(\triangle OBC) = \frac{1}{3} S(\triangle ABC) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{6} \times 3 \times 4 = 2$$

از طرفی بنا به قضیه فیثاغورس $BC = 5$ ، پس داریم:

$$S(\triangle OBC) = 2 \Rightarrow \frac{1}{2} OH \times BC = 2 \Rightarrow OH = \frac{4}{BC} = \frac{4}{5} = 0.8$$

(هندسه‌ی ها، صفحه ۶۷ کتاب درسی)

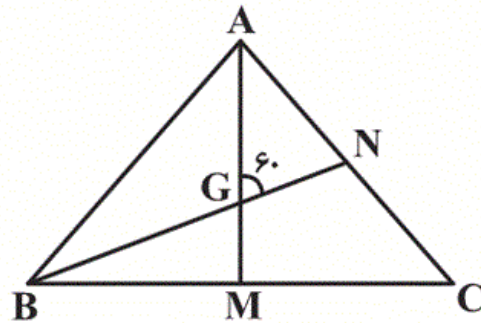
 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

می‌دانیم میانه‌ها در نقطهٔ تلاقی یک‌دیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند.



پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} AG = \frac{2}{3} AM = \frac{8}{3} \\ GN = \frac{1}{3} BN = \frac{8}{3} \end{array} \right. \Rightarrow AG = NG$$

مثلث AGN متساوی‌الساقین با یک زاویهٔ 60° درجه است، پس

متساوی‌الاضلاع است.

$$AN = AG = \frac{8}{3} \Rightarrow AC = 2AN = \frac{16}{3}$$

(چندضلعی‌ها، صفحهٔ ۶۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

راه حل اول: چون سهمی رو به پایین باز می‌شود، $a < 0$ و گزینه‌های ۱ و ۲ نادرست‌اند. با توجه به شکل، رأس سهمی در ناحیه اول قرار دارد، یعنی طول و عرض رأس، مثبت هستند.

$$y = -x^2 + 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2 \quad \text{در گزینه (۳) داریم:}$$

$$y = -x^2 - 4x + 5 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2(-1)} = -2 \quad \text{و در گزینه (۴) داریم:}$$

پس گزینه «۳» درست است.

راه حل دوم: نقطه $(-1, 0)$ فقط در معادله گزینه (۳) صدق می‌کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۰

(کتاب آبی)

سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور x ها را با طول‌های -1 و 3 قطع کرده است، پس می‌توانیم معادله آن را به صورت $y = a(x+1)(x-3)$ در نظر بگیریم، از آن جا که نمودار این سهمی محور y ها را با عرض 6 قطع می‌کند، مختصات نقطه $(0, 6)$ در معادله آن صدق می‌کند:

$$6 = a(0+1)(0-3) \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow y = -2(x+1)(x-3)$$

نمودار سهمی محور x ها را با طول‌های -1 و 3 قطع کرده است، پس اگر رأس

آن را S بنامیم، آنگاه $x_S = \frac{-1+3}{2} = 1$ و مقدار y_S با جایگذاری x_S در معادله

$$y_S = -2(1+1)(1-3) = 8 \quad \text{سهمی به دست می‌آید:}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$4x + 1 < 3x - 1$$

$$\Rightarrow 4x - 3x < -1 - 1 \Rightarrow x < -2$$

$$3x - 1 \leq 5x + a \Rightarrow 3x - 5x \leq 1 + a \Rightarrow -2x \leq 1 + a$$

$$\Rightarrow x \geq -\frac{1+a}{2}$$

در نتیجه $-\frac{1+a}{2} \leq x < -2$ است و با توجه به بازه‌ی جواب $-\frac{1+a}{2} = -4$ می‌باشد.

$$-\frac{1+a}{2} = -4 \Rightarrow 1+a = 8 \Rightarrow a = 7$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

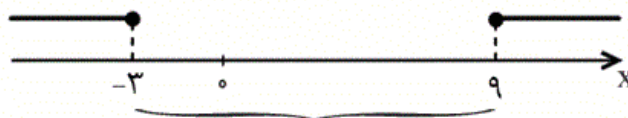
۲

۱

(کتاب آبی)

$$\left| \frac{x-1}{2} - 1 \right| \geq 3 \Rightarrow \left| \frac{x-1-2}{2} \right| \geq 3 \Rightarrow |x-3| \geq 6$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 6 \Rightarrow x \geq 9 \\ \text{یا} \\ x-3 \leq -6 \Rightarrow x \leq -3 \end{cases}$$



پس اعداد صحیح بین -3 و 9 در مجموعه جواب نیستند. تعداد اعداد صحیح با

شروع از -2 و ختم به 8 برابر است با:

$$\text{تعداد اعداد صحیح} = 8 - (-2) + 1 = 11$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

برای آنکه یک معادله درجه دوم، دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد، باید $\Delta > 0$ باشد، بنابراین:

$$\Delta > 0 \Rightarrow a^2 - (4)(2)\left(a - \frac{3}{2}\right) > 0 \Rightarrow a^2 - 8a + 12 > 0$$

$$\Rightarrow (a - 6)(a - 2) > 0 \Rightarrow a > 6 \text{ یا } a < 2$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

اگر طول مستطیل را x و عرض آن را y در نظر بگیریم، داریم:

$$\text{محیط} = 2(x + y) \Rightarrow 140 = 2(x + y)$$

$$\Rightarrow x + y = 70 \Rightarrow y = 70 - x$$

$$\text{مساحت} = \text{عرض} \times \text{طول} = x(70 - x)$$

چون گفته شده مساحت بیش‌تر یا مساوی ۸۲۵ باشد، پس:

$$x(70 - x) \geq 825 \Rightarrow x^2 - 70x + 825 \leq 0$$

با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک دو عدد می‌یابیم که ضربشان ۸۲۵ و جمع آن‌ها -70 باشد، در نتیجه:

$$\Rightarrow (x - 15)(x - 55) \leq 0 \Rightarrow 15 \leq x \leq 55 \quad \text{(I)}$$

از طرفی طول مستطیل همواره بزرگ‌تر یا مساوی عرض مستطیل است، بنابراین:

$$x \geq 70 - x \Rightarrow 2x \geq 70 \Rightarrow x \geq 35 \quad \text{(II)}$$

از اشتراک (I) و (II) خواهیم داشت:

$$35 \leq x \leq 55$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

برای آن که رابطه‌ای تابع باشد، هیچ دو زوج مرتب متمایزی نباید مؤلفه‌های اول برابر داشته باشند. بنابراین:

$$\begin{aligned}(1, 2) = (1, m^2 + m) &\Rightarrow m^2 + m = 2 \\ \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0 &\Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0 \\ \Rightarrow m = -2 \text{ یا } m = 1\end{aligned}$$

$$m = 1 \Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (-1, 2)\} \text{ تابع نیست}$$

$$m = -2 \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (2, -1)\}$$

$$\Rightarrow (-1, 2) \notin f$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون این تابع شامل یک زوج مرتب است، تمامی مؤلفه‌های اول با هم و مؤلفه‌های دوم نیز با هم برابرند:
مؤلفه‌های اول:

$$m^2 - m = 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

مؤلفه‌های دوم:

$$m^2 - 3m = n^2 - 2n + 5 = p$$

اگر $m = -1$ باشد:

$$m = -1 \Rightarrow m^2 - 3m = 4 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n^2 - 2n + 1 = 0 \Rightarrow (n-1)^2 = 0 \Rightarrow n = 1 \\ p = 4 \end{cases}$$

اگر $m = 2$ باشد:

$$m = 2 \Rightarrow m^2 - 3m = -2 = n^2 - 2n + 5 = p$$

$$\Rightarrow n^2 - 2n + 7 = 0 \Rightarrow \Delta = -24 < 0 \Rightarrow \text{معادله جواب ندارد.}$$

$$\Rightarrow m = 2 \text{ غ ق ق}$$

$$m + n + p = -1 + 1 + 4 = 4$$

بنابراین:

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

گزینه (۱): تابع نیست، زیرا برای هر عدد مثبت، دو ریشه دوم وجود دارد.

گزینه (۲): تابع است، زیرا برای هر عدد حقیقی، یک ریشه سوم وجود دارد.

گزینه (۳): تابع است، زیرا مربع هر عدد حقیقی، عددی یکتاست.

گزینه (۴): تابع است، زیرا مکعب هر عدد حقیقی، عددی یکتاست.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

در نمودار پیکانی یک تابع باید از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.
در گزینه «۳»، از عدد ۳ در مجموعه اول، دو پیکان خارج شده است، پس تابع نیست.
(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱