RIAZISARA

سایت ویژه ریاضیات www.riaziasara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي عمومي ، کاربرد مشتق - ۱۳ سوال

۱۰۲- تابع $g(x)=|x^{2}-1|$ دارای .... ماکسیمم نسبی و .... می‌نیمم نسبی است.

۱) یک – دو
۲) دو – دو
۳) دو – یک
۴) یک – یک

۱۰۳- مجانب مایل تابع با ضابطهٔ $f(x)=2x+\frac{x}{x-1}$، محور x ها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) $\frac{1}{2}$
۲) 1
۳) $-\frac{1}{2}$
۴) -1

۱۰۴- تابع $f(x)=|(m-1)x^{2}+6x+(2m+1)|$ فقط یک نقطهٔ بحرانی دارد. مجموعهٔ همهٔ مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱) $m\le -2$ یا $m\ge \frac{5}{2}$
۲) $m<-2$ یا $m>\frac{5}{2}$
۳) $-2\le m\le \frac{5}{2}$
۴) $-2<m<\frac{5}{2}$

۱۰۵- مجموعهٔ طول‌های نقاط بحرانی تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^{2}}(x^{2}-1)$ کدام است؟

۱) $\{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\}$
۲) $\{\frac{1}{2},0,-\frac{1}{2}\}$
۳) $\{0,\frac{1}{2}\}$
۴) $\{-\frac{1}{2},0\}$

۱۰۶- تابع $f(x)=\begin{cases}1+\sqrt{x} & ,\ 0\le x\le 4\\ x^{2} & ,\ -2\le x<0\end{cases}$ چگونه است؟

۱) ماکزیمم مطلق دارد – می‌نیمم مطلق دارد.
۲) ماکزیمم مطلق دارد – می‌نیمم مطلق ندارد.
۳) ماکزیمم مطلق ندارد – می‌نیمم مطلق دارد.
۴) ماکزیمم مطلق ندارد – می‌نیمم مطلق ندارد.

۱۰۷- کمترین مقدار تابع $y=x+\sqrt{1-x^{2}}$ کدام است؟

۱) -1
۲) 1
۳) $-\sqrt{2}$
۴) صفر

۱۰۸- نقاط ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی تابع $y = x^{۴} - ۲x^{۲} - ۱$ رأس‌های یک مثلث‌اند. نوع این مثلث و مساحت آن کدام است؟

۱) قائم‌الزاویه – ۲

۲) قائم‌الزاویه – ۱

۳) متساوی‌الاضلاع – ۲

۴) متساوی‌الاضلاع – ۱

۱۰۹- تقعر نمودار تابع $y = (a^{۲} - ۲)x^{۳} + ۳ax^{۲}$ در فاصلهٔ $(-\infty, ۱)$ روبه بالا و در فاصلهٔ $(۱, +\infty)$ روبه پایین است. مقدار a کدام است؟

۱) ۱- یا ۲ ۲) ۲- یا ۱ ۳) فقط ۱ ۴) فقط ۲-

۱۱۰- فاصلهٔ نقاط عطف نمودار تابع $y = \frac{۱}{x^{۲} + ۳}$ از یک‌دیگر کدام است؟

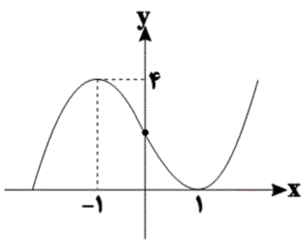
۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۱۱- اگر تابع $f(x) = \frac{۱}{۳}x^{۳} - (a - ۲)x^{۲} + (۱۴ - a)x$ دارای یک ماکسیمم نسبی و یک می‌نیمم نسبی با طول‌های مثبت باشد، آنگاه طول نقطهٔ عطف آن در کدام بازه است؟

۱) $(۵, ۱۴)$ ۲) $(۳, ۱۲)$

۳) $(-\infty, ۱۱)$ ۴) $(۴, +\infty)$

۱۱۲- نمودار روبه‌رو مربوط به تابع $y = ax^{۳} - bx + c$ است. حاصل $a.b.c$ کدام است؟



۱) ۶

۲) ۳

۳) ۶-

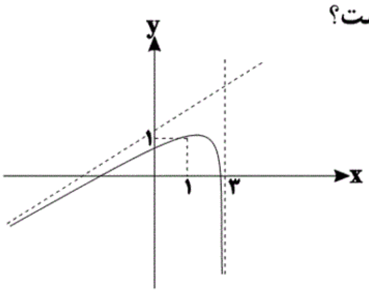
۴) ۳-

۱۱۳- مساحت ناحیهٔ محدود به امتداد مجانب‌های نمودار تابع $y = \sqrt{x^{۲} - ۲x + ۳}$ و محور عرض‌ها کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۴- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع با ضابطهٔ $f(x)=\dfrac{x^{۲}+a}{۳x+b}$ است. حاصل $a-b$ کدام است؟



۱) -۱۶

۲) -۲

۳) ۲

۴) ۱۶

رياضي عمومي ، هندسه مختصاتي و منحني هاي درجه دوم - ۷ سوال

۱۱۵- نقطهٔ $(۶,۸)$ رأس یک مستطیل است که دو ضلع آن بر دو خط به معادله‌های $y=۳x$ و $۶y+۲x=۴۰$ واقع هستند. مختصات نقطهٔ تلاقی قطرهای این مستطیل کدام است؟

۱) $(۵,۳)$ ۲) $(۲,۷)$ ۳) $(۴,۷)$ ۴) $(۳,۵)$

۱۱۶- خط غیرافقی Δ گذرا از نقطهٔ $A(\sqrt{۳},۲)$ با خط به معادلهٔ $۳y+\sqrt{۳}x=۰$ زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. عرض از مبدأ Δ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۱۱۷- دو نقطه روی نیمساز ربع دوم و چهارم وجود دارند که از خط $۳y+۴x=-۲$ به فاصلهٔ ۳ واحد هستند. فاصلهٔ این دو نقطه از یکدیگر چقدر است؟

۱) ۳۰ ۲) $۳۰\sqrt{۲}$ ۳) $۱۵\sqrt{۲}$ ۴) ۱۵

۱۱۸- ضلع‌های یک مثلث، بر خط‌های $L_۱: ۲x-۳y=۳$، $L_۲: ۳x-۴y=۱$ و $L_۳: ۲y+۳x=۶$ واقع‌اند. طول ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع این مثلث کدام است؟

۱) $\dfrac{۲۱}{۶۵}$ ۲) $\dfrac{۴۷}{۶۵}$ ۳) $\dfrac{۸}{۶۵}$ ۴) $\dfrac{۷۳}{۶۵}$

۱۱۹- اگر فاصلهٔ نقطهٔ A تا خط به معادلهٔ $۶x+۸y=۱۷$، برابر با $۰/۴$ باشد، آنگاه فاصلهٔ این نقطه از خط به معادلهٔ $۱۵x+۲۰y=۲/۵$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $۱/۱$ ۲) $۱/۲$ ۳) $۱/۳$ ۴) $۱/۴$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۰- دستگاه معادلات $\begin{cases} m(x-۱)-۳(x-y)=۰ \\ ۴x+(m+۱)y=۲ \end{cases}$ به ازای کدام مقدار m دارای بی‌شمار جواب است؟

۱) ۵− و ۳
۲) ۳− و ۵
۳) فقط ۳−
۴) فقط ۵

۱۰۱- فاصلهٔ نقطهٔ $(۳,۲)$ از خط به معادلهٔ $x+y+۱=۰$ کدام است؟

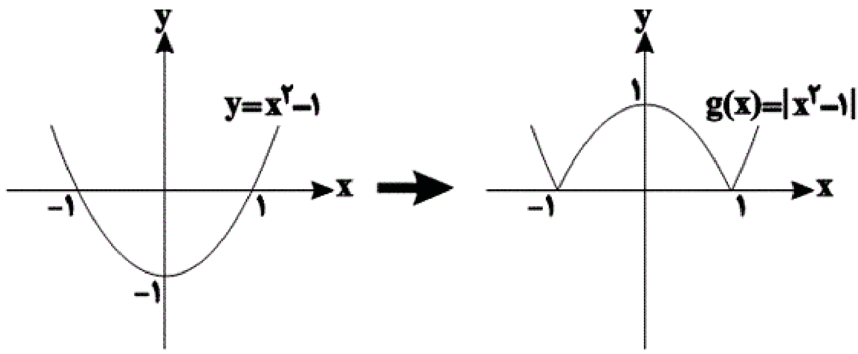
۱) $۲\sqrt{۳}$
۲) $۳\sqrt{۲}$
۳) ۶
۴) $۶\sqrt{۲}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۰۲– گزینهٔ «۱»

(وحید راحتی)



با توجه به نمودار، تابع g دارای یک ماکسیمم نسبی $(x=0)$ و دو می‌نیمم نسبی $(x=-1, x=1)$ است.

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۳– گزینهٔ «۳»

(حسین حاجیلو)

$$f(x)=2x+\frac{x}{x-1}=2x+\frac{(x-1)+1}{x-1}=2x+1+\frac{1}{x-1}$$

از آنجا که $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(\frac{1}{x-1})=0$، پس خط $y=2x+1$ مجانب مایل تابع است. داریم:

$$y=2x+1\xrightarrow{y=0}x=-\frac{1}{2}$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحهٔ ۱۰۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

$$\Delta\le 0\Rightarrow(6)^2-4(m-1)(2m+1)\le 0\Rightarrow 2m^2-m-10\ge 0$$

$$(m+2)(2m-5)\ge 0\Rightarrow m\ge\frac{5}{2}\ \text{یا}\ m\le -2$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۵– گزینهٔ «۲»

(جمال‌الدین حسینی)

$$f(x)=x^{\frac{2}{3}}(x^2-1)=x^{\frac{8}{3}}-x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x)=\frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}}-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

از $f'(x)=0$ داریم:

$$\frac{8}{3}x^{\frac{5}{3}}-\frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}=0 \Rightarrow 4x^2-1=0 \Rightarrow x=\pm\frac{1}{2}$$

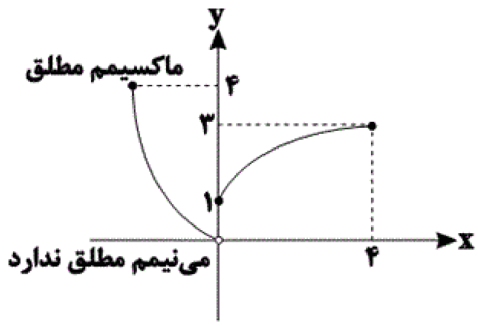
از طرفی $f'(x)$ در $x=0$ تعریف نشده است، بنابراین مجموعهٔ طول‌های نقاط بحرانی تابع عبارت است از $\{-\frac{1}{2},0,\frac{1}{2}\}$.

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ و ۸۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۶– گزینهٔ «۲»

(علی پرنیان)



(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ و ۸۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۷- گزینهٔ «۱» *(علی حاجیان)*

$$y = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow D_y = [-1,1]$$

$$y' = 1 + \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = 0 \Rightarrow 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = x$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 - x^2 = x^2$$

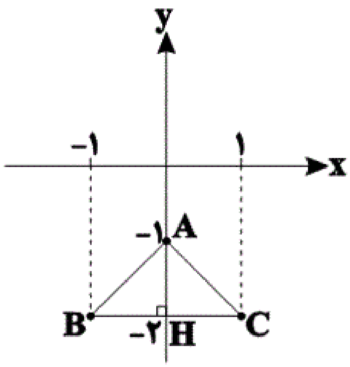
$$\Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \ \text{ق ق} \\ x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \ \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(دقت کنید که $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ در معادلهٔ $\sqrt{1-x^2} = x$ صدق نمی‌کند.)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۱۰۸- گزینهٔ «۲» *(علی حاجیان)*

$$y' = 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = -1 \\ x = 1 \Rightarrow y = -2 \\ x = -1 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$$



دقت کنید که $AB = AC = \sqrt{2}$ و $BC = 2$، پس $BC^2 = AB^2 + AC^2$،

یعنی مثلث ABC قائم‌الزاویه است و مساحت آن برابر است با:

$$\frac{1}{2}AH.BC = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ و ۸۸)

۱ ✓۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۹–گزینهٔ «۳» (سروش موئینی)

مشتق دوم این تابع به‌صورت روبه‌رو است: $y'' = 6(a^2-2)x + 6a$

و تعیین علامت y'' باید مطابق جدول زیر باشد:

x	$-\infty$	۱	$+\infty$
y''	+		−

پس $x = 1$ ریشهٔ y'' است و ضریب x در آن منفی است:

$$y''(1) = 6(a^2-2) + 6a = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a^2-2<0} a = 1$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow y'' = \frac{2(x^2+3)(-x^2-3+4x^2)}{(x^2+3)^4} = \frac{2(3x^2-3)}{(x^2+3)^3}$$

$$\xrightarrow{y''=0} 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{\text{نقاط عطف}} \begin{cases} A(1, \frac{1}{4}) \\ B(-1, \frac{1}{4}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(1+1)^2 + (\frac{1}{4} - \frac{1}{4})^2} = 2$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۱–گزینهٔ «۲» *(علی رستمی‌مهر)*

چون تابع یک ماکزیمم و یک می‌نیمم با طول‌های مثبت دارد، لـذا مشـتق تابع دو ریشهٔ مثبت دارد:

$$y' = x^{۲} - ۲(a-۲)x + (۱۴-a)$$

$$\begin{cases} \Delta > ۰ \Rightarrow ۴(a-۲)^{۲} - ۴(۱۴-a) > ۰ \Rightarrow a > ۵ \ \text{یا}\ a < -۲ \\ S > ۰ \Rightarrow -\dfrac{b}{a} > ۰ \Rightarrow \dfrac{۲(a-۲)}{۱} > ۰ \Rightarrow a > ۲ \\ P > ۰ \Rightarrow \dfrac{c}{a} > ۰ \Rightarrow \dfrac{۱۴-a}{۱} > ۰ \Rightarrow a < ۱۴ \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} ۵ < a < ۱۴$$

می‌دانیم طول نقطهٔ عطف تابع درجهٔ سوم $y = ax^{۳} + bx^{۲} + cx + d$ از رابطهٔ $x_I = -\dfrac{b}{۳a}$ محاسبه می‌شود.

$$x_I = -\frac{-(a-۲)}{۳(\frac{۱}{۳})} = a - ۲ \Rightarrow ۵ < a < ۱۴ \Rightarrow ۳ < a - ۲ < ۱۲$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

$$\max(-۱,۴),\min(۱,۰) \Rightarrow (۰,c) = (\frac{-۱+۱}{۲},\frac{۴+۰}{۲}) \Rightarrow c = ۲$$

از طرفی، تابع از نقطهٔ $(۱,۰)$ می‌گذرد، پس:

$$(۱,۰) \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} ۰ = a - b + ۲ \Rightarrow a - b = -۲ \ (*)$$

$x = ۱$ طول می‌نیمم نسبی تابع است، پس:

$$y'(x) = ۳ax^۲ - b \xrightarrow{y'(۱)=۰} y'(۱) = ۳a - b = ۰ \Rightarrow b = ۳a$$

$$\xrightarrow{(*)} \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۳ \end{cases}$$

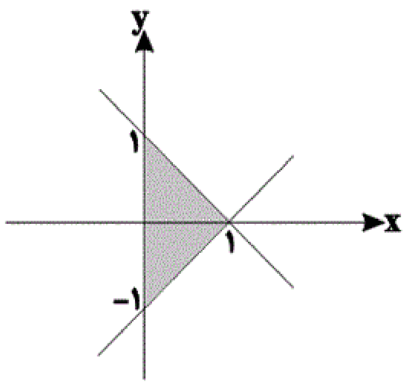
$$\Rightarrow a.b.c = (۱)(۳)(۲) = ۶$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۲)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۱۱۳– گزینهٔ «۱» *(علی پرنیان)*

$$y = \sqrt{(x-۱)^۲ + ۲} \Rightarrow \text{مجانب‌ها}: y = |x-۱| \Rightarrow \begin{cases} y = x - ۱ \\ y = -x + ۱ \end{cases}$$



$$S = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ = ۱$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۰)

✓۱ ۲ ۳ ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۴- گزینهٔ «۳» *(عباس اسدی امیرآبادی)*

$x = ۳$ مجانب قائم منحنی و ریشهٔ مخرج کسر است، پس:

$$\begin{cases} ۳x + b = ۰ \\ x = ۳ \end{cases} \Rightarrow ۹ + b = ۰ \Rightarrow b = -۹$$

از طرفی تابع از نقطهٔ $(۱,۱)$ می‌گذرد. پس داریم:

$$۱ = \frac{۱^۲ + a}{۳ - ۹} \Rightarrow -۶ = ۱ + a \Rightarrow a = -۷$$

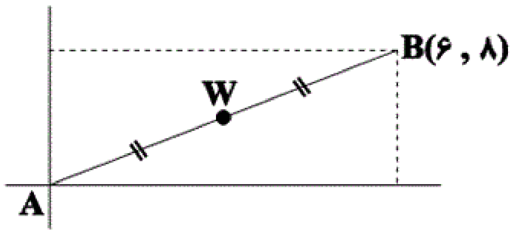
$$a - b = -۷ - (-۹) = ۲$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

۱۱۵- گزینهٔ «۳» *(حسام سلطان‌محمدی)*

با دقت در معادلهٔ دو خط داده شده و شیب آن‌ها، متوجه می‌شویم دو خط بر هم عمودند (حاصل‌ضرب شیب‌های آن‌ها (-۱) است) و از طرفی نقطهٔ داده شده در هیچ یک از آن‌ها صدق نمی‌کند، پس می‌توان شکل فرضی مطلوب سوال را به‌صورت زیر رسم کرد:



$$\begin{cases} y = ۳x \\ ۶y + ۲x = ۴۰ \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} A(۲,۶)$$

نقطهٔ تقاطع قطرهای مستطیل، وسط AB است که مختصات آن برابر است با:

$$W = \frac{A + B}{۲} = (۴,۷)$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

$\boxed{۱}$ $\boxed{۲}$ $\boxed{۳}$✓ $\boxed{۴}$

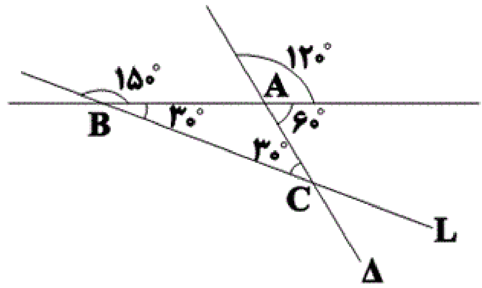
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶-گزینهٔ «۴» (جواد کرمانی)

$$\mathbf{L}:۳y+\sqrt{۳}x=۰ \Rightarrow \mathbf{L}:y=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}x$$

فرض کنیم خط $y=-\frac{\sqrt{۳}}{۳}x$ که از مبدأ مختصات می‌گذرد، با جهت مثبت محور x ها زاویهٔ α می‌سازد. داریم:

شیب خط $:\tan\alpha=-\frac{\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \alpha=۱۵۰^\circ$



از طرفی خط Δ مطابق شکل با خط L زاویهٔ ۳۰° می‌سازد. آن‌گاه در مثلث ABC زاویهٔ خارجی A، برابر ۶۰° و در نتیجه شیب خط Δ، $\tan(۱۲۰^\circ)=-\sqrt{۳}$ خواهد بود.

$$\Rightarrow \Delta: y-۲=-\sqrt{۳}(x-\sqrt{۳}) \xrightarrow{x=۰} y=۵$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۸ و ۱۰۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۷– گزینهٔ «۲» *(حسام سلطان‌محمدی)*

نقاطی که روی نیم‌ساز ربع دوم و چهارم قرار دارند، مختصاتی به‌صورت $(\alpha,-\alpha)$ دارند. حال باید از رابطهٔ فاصلهٔ نقطه از خط استفاده کنیم:

$$d=\frac{|۳(-\alpha)+۴(\alpha)+۲|}{\sqrt{۹+۱۶}}=۳ \Rightarrow \frac{|-۳\alpha+۴\alpha+۲|}{۵}=۳$$

$$\Rightarrow |\alpha+۲|=۱۵ \Rightarrow \alpha_۱=-۱۷\ ,\ \alpha_۲=۱۳$$

$$\xrightarrow[\text{دوم و چهارم}]{\text{روی نیمساز ربع}} \begin{cases} A_۱(-۱۷,۱۷) \\ A_۲(۱۳,-۱۳) \end{cases}$$

حال فاصلهٔ دو نقطه از یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$A_۱A_۲=\sqrt{(۳۰)^۲+(-۳۰)^۲}=۳۰\sqrt{۲}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

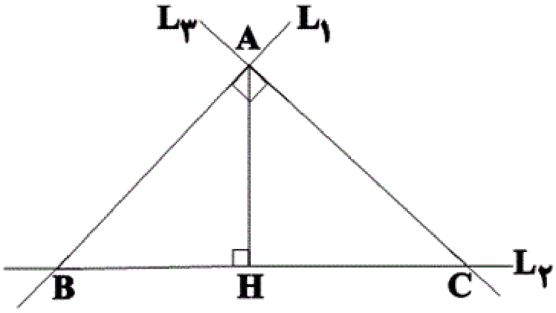
۱   ۲✓   ۳   ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۱۸- گزینهٔ «۲» *(یاسر علیلو)*

شیب خط L_1 برابر $\frac{2}{3}$، شیب خط L_2 برابر $\frac{3}{4}$ و شیب خط L_3 برابر $-\frac{3}{2}$ است. می‌بینید که L_1 و L_3 برهم عمودند و مثلث ایجاد شده قطعاً قائم‌الزاویه خواهد بود و وتر این مثلث بر روی خط L_2 قرار می‌گیرد.

بنابراین فاصلهٔ محل تلاقی L_1 و L_3 از L_2 طول ارتفاع وارد بر بزرگترین ضلع این مثلث خواهد بود.



$$\begin{cases} 2x - 3y = 3 \\ 2y + 3x = 6 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{24}{13}, y = \frac{3}{13} \Rightarrow A(\frac{24}{13}, \frac{3}{13})$$

فاصلهٔ نقطهٔ $A(\frac{24}{13}, \frac{3}{13})$ از خط L_2 جواب سوال است.

$$AH = \frac{|3(\frac{24}{13}) - 4(\frac{3}{13}) - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{\frac{47}{13}}{5} = \frac{47}{65}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۰)

۱   ۲✓   ۳   ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

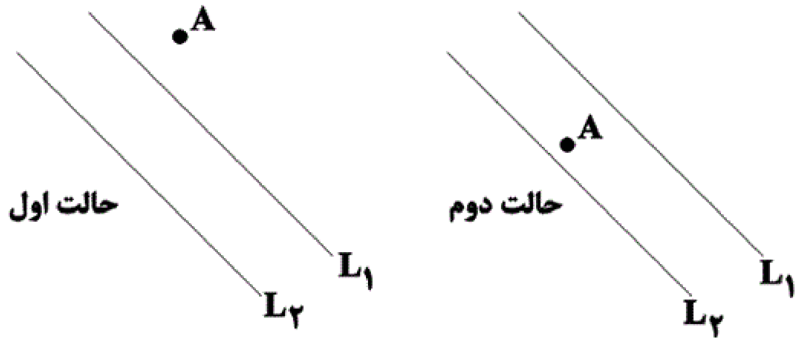
نقطهٔ A یا خارج از حد فاصل دو خط قرار دارد یا بین دو خط؛ در این صورت اگر نقطه خارج از فاصلهٔ میان آن دو باشد، به وضوح با توجه به شکل زیر فاصلهٔ آن از خط $L_۲$ می‌شود:

$$d' = d + ۰/۴$$

و اگر میان آن دو باشد، باز هم با توجه به شکل، فاصلهٔ آن از خط $L_۲$ می‌شود:

$$d'' = d - ۰/۴$$

$$d = \frac{|۸/۵ - ۰/۵|}{\sqrt{۳^۲ + ۴^۲}} = ۱/۶ \Rightarrow \begin{cases} d' = ۱/۶ + ۰/۴ = ۲ \\ d'' = ۱/۶ - ۰/۴ = ۱/۲ \end{cases}$$



(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحهٔ ۱۱۳)

۱   ۲✓   ۳   ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱۲۰–گزینهٔ «۳» *(امیر شیری‌نژاد)*

دستگاه خطی $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ وقتی دارای بی‌شمار جواب است که $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$، پس:

$$\begin{cases} m(x-1)-3(x-y)=0 \Rightarrow mx-m-3x+3y=0 \Rightarrow (m-3)x+3y=m \\ 4x+(m+1)y=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'} \Rightarrow \underbrace{\frac{m-3}{4}=\frac{3}{m+1}}_{(*)}=\frac{m}{2}$$

$$\xrightarrow{(*)} (m-3)(m+1)=12 \Rightarrow m^2-2m-3-12=0$$

$$\Rightarrow m^2-2m-15=0 \Rightarrow (m-5)(m+3)=0 \Rightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}$$

$m=5 \Rightarrow \frac{2}{4}=\frac{3}{6}\neq\frac{5}{2} \Rightarrow$ دستگاه فاقد جواب است

$m=-3 \Rightarrow \frac{-6}{4}=-\frac{3}{2}=-\frac{3}{2} \Rightarrow$ دستگاه دارای بی‌شمار جواب است

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۸)

۱ | ۲ | ۳✓ | ۴

۱۰۱–گزینهٔ «۲» *(مهدی ملارمضانی)*

با توجه به فرمول فاصلهٔ نقطه از خط، داریم:

$$d=\frac{|3+2+1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{(3\sqrt{2})(\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$$

(هندسه مختصاتی و منحنی‌های درجهٔ دوم) (ریاضی عمومی، صفحهٔ ۱۱۰)

۱ | ۲✓ | ۳ | ۴

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir