



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱، رادیان - ۴ سوال -

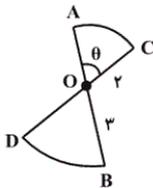
۸۱- چند دقیقه طول می کشد تا عقربه دقیقه شمار به اندازه  $3\pi$  رادیان دوران کند؟

- ۳۰ (۱)      ۶۰ (۲)      ۷۵ (۳)      ۹۰ (۴)

۸۲- اختلاف دو زاویه مکمل برابر ۷۲ درجه است. زاویه بزرگ تر چند رادیان است؟

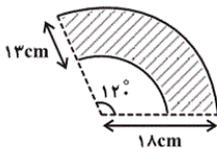
- $\frac{3\pi}{10}$  (۱)       $\frac{7\pi}{10}$  (۲)       $\frac{\pi}{10}$  (۳)       $\frac{11\pi}{10}$  (۴)

۸۳- در شکل زیر، O مرکز دو دایره به شعاع های ۲ و ۳ متر و نقطه مشترک پاره خط های AB و CD است. مورچه ای از نقطه A حرکت می کند و پس از یک بار گذر از تمام محیط شکل دوباره به نقطه A برمی گردد. اگر طول مسیر طی شده ۱۲ متر باشد، اندازه زاویه  $\theta$  بر حسب درجه کدام است؟



- $\frac{72}{\pi}$  (۱)       $\frac{90}{\pi}$  (۲)       $\frac{120}{\pi}$  (۳)       $\frac{150}{\pi}$  (۴)

۸۴- طول برف پاک کن عقب اتومبیلی ۱۸ cm و طول تیغه آن ۱۳ cm است. اگر برف پاک کن کمانی به اندازه  $120^\circ$  طی کند، مساحتی از شیشه که توسط تیغه برف پاک کن پاک می شود، چند سانتی متر مربع است؟



- $\frac{299\pi}{3}$  (۱)       $\frac{215\pi}{6}$  (۲)       $\frac{324\pi}{3}$  (۳)       $\frac{299\pi}{6}$  (۴)

حسابان ۱، تابع لگاریتمی و لگاریتم - ۵ سوال

۸۹- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{3}} x}$  به فرم  $(a, b]$  است. حاصل  $f^{-1}(0)$  کدام است؟

- a (۱)      b (۲)       $a^2 - 1$  (۳)       $b + 1$  (۴)

۹۸- اگر  $f(x) = \log_3^x$  و  $g(x) = \begin{cases} |f(x)| & x > 0 \\ f^{-1}(x) & x \leq 0 \end{cases}$  باشد، به ازای چند مقدار صحیح m، معادله  $g(x) = \frac{2m}{5}$  دارای سه جواب است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۸۶- اگر  $\log_b^a = c$  و  $\log_c^a = b$ ، آن گاه زوج مرتب  $(b, c)$  کدام می تواند باشد؟

- (۴, ۸) (۱)      (۲, ۸) (۲)      (۲, ۴) (۳)      (۲, ۶) (۴)

۹۴- تابع  $f(x) = a - \log_3(x-b)$  از نقطه  $(5, 1)$  گذشته و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱۱ قطع می‌کند. این تابع از کدام نواحی

مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم و چهارم (۳) سوم و چهارم (۴) دوم و سوم

۹۶- اگر  $f(x) = \sqrt{1 - \log(2x - 2)}$  باشد، دامنه تابع  $y = f(-1 - x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 7]$  (۲)  $(-7, -2]$  (۳)  $[-7, -2)$  (۴)  $[-2, 7)$

حسابان ۱، ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی - ۱۱ سوال

۹۷- قدرمطلق اختلاف ریشه‌های معادله  $\log x = \sqrt{\log(x^y)} - 12$  کدام است؟

- (۱) ۱۱۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ (۴) ۹۰۹۰

۹۵- اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $\frac{1}{4}x^2 - 25x + 25 = 0$  باشند، حاصل  $\log a + \log(a+b) + \log b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۸۷- مجموعه جواب معادله  $x \log 2 + x = \log 1$  چگونه است؟

- (۱) فقط دارای یک جواب مثبت است. (۲) فقط دارای یک جواب منفی است. (۳) دارای دو جواب مختلف‌العلامت است. (۴) دارای دو جواب مثبت است.

۸۸- اگر جواب معادله  $\log_2(3-x) - \log_2(x+4) = 1$  برابر طول محور تقارن سهمی  $f(x) = 3x^2 - (m-2)x + 1$  باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) -۳ (۴) -۸

۹۹- اگر  $x > 0$  و  $\log_a^5(\Delta x) - \log_a^3(3x) = 0$  باشد، آن‌گاه  $x$  کدام است؟ ( $a > 1$ )

- (۱)  $\frac{1}{125}$  (۲)  $\frac{1}{15}$  (۳) ۱ (۴) ۱۵

۱۰۰- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $\log_2^x(3x^2 - 1) = 4 \log_2^x x + 1$  در صورت وجود کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) معادله ریشه حقیقی ندارد.

۹۰- مجموع جواب‌های معادله  $\log_3^{(2x-1)} - \log_{(2x-1)}^9 = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{3}$  (۲) ۸ (۳)  $\frac{13}{3}$  (۴) ۶

۹۱- از تساوی  $\log_{\sqrt{3}}^{\sqrt[3]{3}} = 8$  مقدار لگاریتم  $(\log_{(x+1)}^9)$  مقدار لگاریتم  $(x^2 - 1)$  در پایه ۳، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۹۲- ریشه (های) معادله لگاریتمی  $\log_7^{(2x+4)} = \log_7^{(x^2+5x)}$  در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) ۴ و ۱ (۲) ۱ و -۴ (۳) فقط ۱ (۴) فقط -۴

۹۳- اگر  $\log_7^2 = a$  باشد، حاصل  $\log_{18}^{12}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2a+1}{2a+2}$  (۲)  $\frac{2a+1}{2+a}$  (۳)  $\frac{a+1}{2a+1}$  (۴)  $\frac{a}{2a+1}$

۸۵- در ۲۱ آبان ماه سال ۹۶، زلزله‌ای به شدت  $7/3$  در مقیاس ریشتر استان کرمانشاه را لرزاند. میزان انرژی آزاد شده در این زلزله تقریباً چند ارگ است؟ ( $\log E = 11/8 + 1/5 M$ ، در مقیاس ریشتر است.)

- (۱)  $10^{20/25}$  (۲)  $10^{22/75}$  (۳)  $20/35^{10}$  (۴)  $11/8^{22/25}$

### هندسه ۲، تبدیل‌های هندسی - ۱۰ سوال -

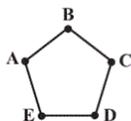
۱۲۱- اگر  $O$  نقطه دلخواهی از صفحه باشد، کدام یک از تبدیل‌های زیر، تبدیل همانی نیست؟

- (۱) دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $36^\circ$  (۲) انتقال با بردار صفر  
(۳) تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k = 1$  (۴) تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k = -1$

۱۲۲- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- (۱) تجانس شیب خط را حفظ می‌کند. (۲) تجانس اندازه زاویه را حفظ می‌کند.  
(۳) دو شکل متشابه همواره متجانس هستند. (۴) تجانس می‌تواند طولی باشد.

۱۲۳- در شکل زیر، اگر نقاط  $A$  و  $C$  به ترتیب مجانس نقاط  $E$  و  $D$  در یک تجانس به مرکز  $O$  باشند، آن‌گاه نقطه  $O$  کجا قرار دارد؟



- (۱) روی رأس  $B$  واقع است.  
(۲) نقطه تلاقی قطرهای  $AD$  و  $CE$  است.  
(۳) نقطه تلاقی عمودمنصف‌های اضلاع  $AB$  و  $BC$  است.  
(۴) نقطه تلاقی امتداد اضلاع  $AE$  و  $CD$  است.

۱۲۴- دو دایره متخارج با نسبت  $\frac{3}{5}$  مجانس یکدیگرند. اگر فاصله مرکز تجانس از مرکز دایره کوچک‌تر ۶ باشد، طول خط‌المركزین این دو دایره کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۱۲۵- مثلث قائم الزاویه  $ABC$  را که در آن  $\hat{A} = 90^\circ$ ،  $AB = 2$  و  $AC = 4$  است، به مرکز  $C$  و به اندازه  $90^\circ$  در جهت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم. اگر  $B'$  تصویر نقطه  $B$  در این دوران باشد، طول  $BB'$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{5}$  (۲)  $2\sqrt{10}$  (۳)  $5\sqrt{2}$  (۴) ۵

۱۲۶- تحت تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $\frac{3}{4}$ ، نقطه  $A$  به  $B$  تصویر می‌شود. همچنین تحت تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $-\frac{3}{5}$ ، نقطه  $B$  به  $C$  تصویر می‌شود. طول  $BC$  چند برابر طول  $OC$  است؟

- (۱)  $\frac{7}{8}$  (۲)  $\frac{8}{7}$  (۳)  $\frac{9}{8}$  (۴)  $\frac{8}{9}$

۱۲۷- مثلث  $ABC$  را که در آن  $\hat{B} = 30^\circ$  است ابتدا با بردار  $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$  انتقال می‌دهیم تا مثلث  $A'B'C'$  حاصل شود و سپس مثلث جدید را با بردار  $\frac{1}{3}\overrightarrow{CB}$  انتقال می‌دهیم تا مثلث  $A''B''C''$  به دست آید. اندازه زاویه  $CC'C''$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$  (۲)  $60^\circ$  (۳)  $120^\circ$  (۴)  $150^\circ$

۱۲۸- در چهارضلعی  $ABCD$  نقاط  $M, N, P, Q$  به ترتیب وسط اضلاع  $AB, BC, CD, AD$  می‌باشند. هرگاه  $O$  محل تلاقی قطرهای چهارضلعی باشد، در این صورت همواره:

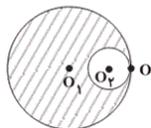
(۱)  $MN$  انتقال یافته  $QP$  با بردار  $\frac{DB}{2}$  است.

(۲)  $MN$  دوران یافته  $180^\circ$  درجه‌ای  $QP$  نسبت به مرکز  $O$  است.

(۳)  $MN$  مجانس معکوس  $QP$  نسبت به مرکز  $O$  است.

(۴) هر سه مورد درست است.

۱۲۹- دایره  $C(O_1, R_1)$  را تحت تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  به دایره  $C'(O_2, R_2)$  تصویر کرده‌ایم. اگر  $O_1O_2 = 2$  باشد، مساحت قسمت هاشورخورده کدام است؟



- (۱)  $2\pi$  (۲)  $4\pi$  (۳)  $8\pi$  (۴)  $12\pi$

۱۳۰- مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) مفروض است. چند نقطه مانند  $O$  در صفحه وجود دارد که در یک دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ )، تصویر مثلث  $ABC$  بر خودش منطبق گردد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

حسابان - سوالات موازی، تابع لگاریتمی و لگاریتم - ۶ سوال

۱۰۲- اگر  $\log_b^a = c$  و  $\log_c^a = b$ ، آن‌گاه زوج مرتب  $(b, c)$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $(4, 8)$  (۲)  $(2, 8)$  (۳)  $(2, 4)$  (۴)  $(2, 6)$

۱۰۵- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{x}{3}}}$  به فرم  $(a, b]$  است. حاصل  $f^{-1}(0)$  کدام است؟

- (۱)  $a$  (۲)  $b$  (۳)  $a^2 - 1$  (۴)  $b + 1$

۱۱۰- تابع  $f(x) = a - \log_3(x-b)$  از نقطه  $(1, 5)$  گذشته و محور طول‌ها را در نقطه‌ای به طول ۱۱ قطع می‌کند. این تابع از کدام نواحی

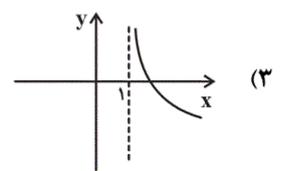
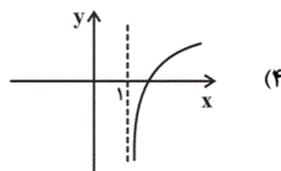
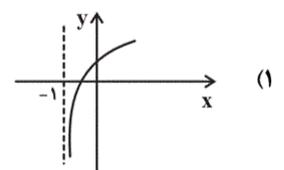
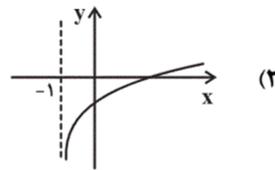
مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم و چهارم (۳) سوم و چهارم (۴) دوم و سوم

۱۱۲- اگر  $f(x) = \sqrt{1 - \log_2(x-2)}$  باشد، دامنه تابع  $y = f(-1-x)$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 7]$  (۲)  $(-7, -2]$  (۳)  $[-7, -2)$  (۴)  $[-2, 7)$

۱۱۷- نمودار تابع  $y = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1)$  کدام است؟



۱۱۴- اگر  $f(x) = \log_3^x$  و  $f(x) = \begin{cases} |f(x)| & x > 0 \\ f^{-1}(x) & x \leq 0 \end{cases}$  باشد، به ازای چند مقدار صحیح  $m$ ، معادله  $g(x) = \frac{2m}{5}$  دارای سه جواب است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

حسابان ۱- سوالات موازی، ویژگی‌های لگاریتم و حل معادلات لگاریتمی - ۱۴ سوال

۱۱۵- اگر  $x_1$  و  $x_2$  ریشه‌های معادله  $x^2 - \log x = \frac{1}{100}x$  باشند، حاصل  $10x_2 + 10x_1$  کدام است؟ ( $x_1 < x_2$ )

- (۱)  $1/1$  (۲)  $11$  (۳)  $2/1$  (۴)  $1/2$

۱۱۶- حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله  $\log_2^3(x^2-1) = 4\log_2^x + 1$  در صورت وجود کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳) ۱ (۴) معادله ریشه حقیقی ندارد.

۱۱۸- حاصل  $\frac{4}{100}$  به توان  $\log_{\sqrt{5}}^{\frac{1}{5}}$  کدام است؟

- (۱)  $3^{-1}$  (۲)  $3^{-2}$  (۳)  $3^{-8}$  (۴)  $3^{-16}$

۱۱۹- حاصل  $\log_{\sqrt{32}} \frac{\sqrt[3]{2}}{8}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{20}{9}$  (۲)  $-\frac{16}{15}$  (۳)  $\frac{18}{29}$  (۴)  $\frac{15}{32}$

۱۲۰- اگر  $\log_3^{(3+\log_2^x)} = 2$  باشد، مقدار  $\log_4^x$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۳- قدرمطلق اختلاف ریشه‌های معادله  $\log x = \sqrt{\log(x^y)} - 12$  کدام است؟

- (۱) ۱۱۰۰۰ (۲) ۹۰۰۰ (۳) ۱۰۰۰۰ (۴) ۹۰۹۰

۱۱۱- اگر  $a$  و  $b$  ریشه‌های معادله درجه دوم  $\frac{1}{4}x^2 - 25x + 25 = 0$  باشند، حاصل  $\log a + \log(a+b) + \log b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) صفر

۱۰۶- مجموع جواب‌های معادله  $\log_3^{(2x-1)} - \log_9^{(2x-1)} = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{17}{3}$  (۲) ۸ (۳)  $\frac{13}{3}$  (۴) ۶

۱۰۷- معادله  $(\log(a+1))^2 - (\log 2)^2 = 2 \log(2a+2)$  دارای چند ریشه است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۱۰۸- ریشه (های) معادله لگاریتمی  $\log_3^{(x^2+5x)} = \log_3^{(2x+4)}$  در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) ۴ و ۱ (۲) ۱ و -۴ (۳) فقط ۱ (۴) فقط -۴

۱۰۹- اگر  $\log_3^2 = a$  باشد، حاصل  $\log_{18}^2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2a+1}{2a+2}$  (۲)  $\frac{2a+1}{2+a}$  (۳)  $\frac{a+1}{2a+1}$  (۴)  $\frac{a}{2a+1}$

۱۰۳- مجموعه جواب معادله  $x \log_2 + x = \log_2 10$  چگونه است؟

(۱) فقط دارای یک جواب مثبت است.

(۲) فقط دارای یک جواب منفی است.

(۳) دارای دو جواب مختلف‌العلامت است.

(۴) دارای دو جواب مثبت است.

۱۰۴- اگر جواب معادله  $\log_2(3-x) - \log_2(x+4) = 1$  برابر طول محور تقارن سهمی  $f(x) = 3x^2 - (m-2)x + 1$  باشد، مقدار  $m$

کدام است؟

(۴) -۸

(۳) -۳

(۲) ۷

(۱) ۱۲

۱۰۱- در ۲۱ آبان ماه سال ۹۶، زلزله‌ای به شدت  $7/3$  در مقیاس ریشتر استان کرمانشاه را لرزاند. میزان انرژی

آزاد شده در این زلزله تقریباً چند اِرج است؟ ( $M, \log E = 11/8 + 1/5 M$  در مقیاس ریشتر است.)

(۴)  $11/8^{22/35}$

(۳)  $20/35^{10}$

(۲)  $10^{22/75}$

(۱)  $10^{20/35}$

آمار و احتمال، احتمال شرطی - ۱۰ سوال

۱۳۱- بررسی‌های آماری نشان داده است که اگر یک روز ساحل جزیره هرمز آرام باشد، فردای آن روز به احتمال  $90^\circ$  درصد آرام و به احتمال  $10^\circ$  درصد طوفانی است و اگر ساحل در یک روز طوفانی باشد، فردای آن روز به احتمال  $60^\circ$  درصد آرام و به احتمال  $40^\circ$  درصد طوفانی است. اگر امروز ساحل آرام باشد، احتمال این که در دو روز بعد ساحل طوفانی باشد، چقدر است؟

(۴)  $\frac{1}{36}$

(۳)  $\frac{1}{20}$

(۲)  $\frac{1}{25}$

(۱)  $\frac{1}{40}$

۱۳۲- امتحان ریاضی به‌طور مشترک بین دو کلاس «الف» با ۳۵ نفر و کلاس «ب» با ۲۵ نفر برگزار شده است. می‌دانیم  $20^\circ$  درصد از کلاس «الف» و  $40^\circ$  درصد از کلاس «ب» در این امتحان مردود شده‌اند. یک نفر به تصادف از این دو کلاس انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی او در درس ریاضی قبول شده است؟

(۴)  $\frac{29}{60}$

(۳)  $\frac{53}{60}$

(۲)  $\frac{43}{60}$

(۱)  $\frac{17}{60}$

۱۳۳- می‌دانیم یک خانواده سه فرزندی هم دارای فرزند پسر و هم دارای فرزند دختر هستند. احتمال آن که جنسیت دو فرزند اول این خانواده یکسان باشد، کدام است؟

(۴)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۱۳۴- در جعبه‌ای ۳ مهره سبز و ۷ مهره آبی وجود دارد. اگر ۳ مهره به صورت متوالی و بدون جای‌گذاری از این جعبه خارج کنیم، با کدام احتمال هیچ دو مهره هم‌رنگی به‌طور متوالی خارج نمی‌شوند؟

(۴)  $\frac{23}{60}$

(۳)  $\frac{17}{60}$

(۲)  $\frac{11}{30}$

(۱)  $\frac{7}{30}$

۱۳۵- دو تاس پرتاب شده است. اگر بدانیم یکی از تاس‌ها ۳ آمده، احتمال این که مجموع دو تاس کمتر از ۷ بیاید، چند برابر احتمال این است که عدد تاس دیگر بزرگ‌تر از ۴ باشد؟

(۴)  $\frac{7}{4}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۲)  $\frac{5}{4}$

(۱) ۱

۱۳۶- در ظرفی  $n$  مهره سفید و ۵ مهره سیاه وجود دارد. یک مهره به تصادف انتخاب و کنار می‌گذاریم، سپس مهره دوم را از جعبه بیرون

می‌آوریم. به ازای کدام مقدار  $n$ ، احتمال سیاه بودن مهره دوم  $\frac{1}{3}$  است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

۱۳۷- در دو جعبه به ترتیب ۱۰ و ۱۵ لامپ موجود است. در جعبه اول ۴ لامپ و در جعبه دوم ۳ لامپ معیوب است. از جعبه اول ۳ لامپ و از جعبه دوم ۵ لامپ به تصادف انتخاب کرده و در جعبه جدیدی قرار می‌دهیم. لامپی را به تصادف از جعبه جدید انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم سالم است. احتمال آن که لامپ انتخابی از جعبه جدید متعلق به جعبه دوم باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{9}{29}$  (۳)  $\frac{3}{7}$  (۴)  $\frac{20}{29}$

۱۳۸- دو کیسه داریم که در اولی ۴ گوی آبی و ۳ گوی قرمز و در دومی ۲ گوی آبی و ۵ گوی قرمز وجود دارد. کیسه‌ای را به تصادف انتخاب کرده و از آن دو گوی خارج می‌کنیم. با کدام احتمال حداقل یک گوی قرمز خارج شده است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{5}{6}$

۱۳۹- احتمال این که علی به مهمانی برود  $\frac{5}{7}$  است. اگر علی به مهمانی برود، رضا با احتمال  $\frac{8}{10}$  به مهمانی می‌رود، در غیر این صورت او با احتمال  $\frac{5}{10}$  به مهمانی می‌رود. اگر رضا در مهمانی حاضر باشد، با کدام احتمال علی نیز در مهمانی حضور دارد؟

- (۱)  $\frac{12}{29}$  (۲)  $\frac{24}{29}$  (۳)  $\frac{29}{40}$  (۴)  $\frac{24}{40}$

۱۴۰- اگر  $P(A|B) = \frac{25}{100}$ ،  $P(B|A) = \frac{2}{100}$  و  $P(A) + P(B) = \frac{36}{100}$  باشند،  $P(A'|B')$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{17}$  (۲)  $\frac{19}{42}$  (۳)  $\frac{13}{25}$  (۴)  $\frac{17}{21}$

-۸۱

(معدری بیرانوند)

راه حل اول: عقربه دقیقه شمار هر ۱ دقیقه  $\frac{1}{60}$  محیط دایره

یعنی  $\frac{\pi}{30} (2\pi) = \frac{1}{60}$  را طی می کند. بنابراین برای  $3\pi$  رادیان،

$$\frac{3\pi}{\pi} = 90 \text{ دقیقه زمان لازم است.}$$

راه حل دوم: عقربه دقیقه شمار  $2\pi$  رادیان را در ۶۰ دقیقه طی می کند، پس با یک تناسب، زمان لازم برای طی کردن  $3\pi$  رادیان را به دست می آوریم:

رادیان  $2\pi$

رادیان  $3\pi$

دقیقه ۶۰

$$\theta = \frac{60 \times 3\pi}{2\pi} = 90 \text{ دقیقه}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۴ ✓

۳

۲

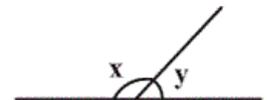
۱

-۸۲

(معدری بیریایی)

اگر زاویه ها را  $x$  و  $y$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} x - y = 72^\circ \\ x + y = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow x = 126^\circ, \quad y = 54^\circ$$



$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{126}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{10} \text{ رادیان}$$

(مسابان ۱- مثلثات - صفحه های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۳

(موانبش نیکنام)

می‌دانیم در یک دایره به شعاع  $r$ ، کمان مقابل به زاویه مرکزی  $\theta$  (برحسب رادیان) برابر است با  $r\theta$ ، پس طول مسیر طی شده توسط مورچه برابر است با:

$$(4 + 2\theta) + (6 + 3\theta) = 10 + 5\theta = 12 \Rightarrow \theta = \frac{2}{5} \text{ رادیان}$$

حال زاویه را برحسب درجه به دست می‌آوریم:

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow D = \frac{180 \times \frac{2}{5}}{\pi} = \frac{72}{\pi}^\circ$$

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

$$= \frac{\frac{2\pi}{3} \times 18^2}{2} - \frac{\frac{2\pi}{3} \times 5^2}{2} = \frac{299\pi}{3} \text{ سانتی متر مربع}$$

(مسایان ۱- مثلثات - صفحه‌های ۹۲ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

-۸۹

(ایمان پینی فروشان)

$$\text{اولاً: } x > 0$$

$$\text{ثانیاً: } \log_{\frac{1}{3}} x \geq 0 \Rightarrow x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0 \Rightarrow x \leq 1 \left. \vphantom{\log_{\frac{1}{3}} x} \right\} \cap \rightarrow D_f = (0, 1]$$

۴

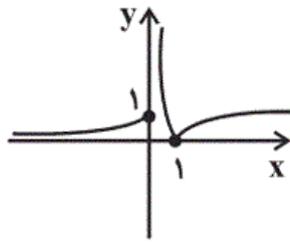
۳

۲

۱

$$f(x) = \log_3^x \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^x \Rightarrow g(x) = \begin{cases} |\log_3^x| & x > 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$$

حال نمودار تابع  $g$  را رسم می‌کنیم.



برای این که معادله  $g(x) = \frac{2m}{5}$  دارای ۳ جواب باشد، باید داشته باشیم:

$$0 < \frac{2m}{5} \leq 1 \Rightarrow 0 < m \leq \frac{5}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 1, 2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از تعریف لگاریتم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \log_b^a = c \Rightarrow a = b^c \\ \log_c^a = b \Rightarrow a = c^b \end{array} \right\} \Rightarrow b^c = c^b$$

بنابراین از بین گزینه‌های داده شده، تنها زوج مرتب (۲، ۴) در رابطه فوق صدق می‌کند.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

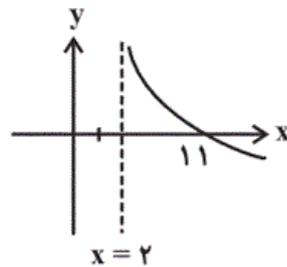
با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\begin{cases} f(5) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^{(5-b)} \\ f(11) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_3^{(11-b)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} 1 = \log_3^{5-b}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{11-b}{5-b} \Rightarrow 15 - 3b = 11 - b \Rightarrow b = 2$$

$$f(5) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^3 \Rightarrow a = 2$$

بنابراین تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2 - \log_3^{(x-2)}$  است و مطابق شکل زیر، نمودار آن از نواحی دوم و سوم عبور نمی‌کند.



(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا دامنه  $f(x)$  را به دست می‌آوریم. باید به‌طور همزمان داشته باشیم:

$$\begin{cases} 2x - 2 > 0 \Rightarrow x > 1 \\ 1 - \log(2x - 2) \geq 0 \Rightarrow \log(2x - 2) \leq 1 \Rightarrow 2x - 2 \leq 10 \Rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

پس دامنه تابع  $f(x)$ ، بازه  $(1, 6]$  است. برای به دست آوردن دامنه تابع  $y = f(-1-x)$  می‌توان نوشت:

$$1 < -1 - x \leq 6 \Rightarrow 2 < -x \leq 7 \Rightarrow -7 \leq x < -2$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow (\log x - 3)(\log x - 4) = 0 \Rightarrow \log x = 3 \text{ یا } \log x = 4$$

$$\Rightarrow x_1 = 10^3 \text{ یا } x_2 = 10^4$$

$$\Rightarrow |x_2 - x_1| = |10^4 - 10^3| = 10000 - 1000 = 9000$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۵

(معمد مصطفی پور)

$$\frac{1}{4}x^2 - 25x + 25 = 0 \Rightarrow a + b = -\frac{-25}{\frac{1}{4}} = 100, ab = \frac{25}{\frac{1}{4}} = 100$$

$$\log a + \log b + \log(a + b) = \log ab + \log(a + b)$$

$$= \log 100 + \log 100 = 2 + 2 = 4$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱

-۸۷

(میثم بهرامی بویا)

$$x \log 2 + x = \log 10 \Rightarrow x(\log 2 + 1) = \log 10$$

$$\Rightarrow x(\log 2 + \log 10) = \log 10 \Rightarrow x \log 20 = \log 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log 10}{\log 20} \xrightarrow{\text{تغییر مبنا}} x = \log_2 10$$

یعنی معادله دارای یک جواب مثبت است.

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

-۸۸

(مهرداد ملونری)

$$\log_2(3-x) - \log_2(x+4) = 1 \Rightarrow \log_2\left(\frac{3-x}{x+4}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{3-x}{x+4} = 2 \Rightarrow 3-x = 2x+8 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3}$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m-2}{6} = -\frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow m-2 = -10 \Rightarrow m = -8$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

برای حل سؤال، از دو طرف معادله  $(\Delta x)^{\log_a^{\Delta}} = (3x)^{\log_a^3}$ ، در مبنای  $a$  لگاریتم می‌گیریم:

$$\log_a^3(\log_a^3 x) = \log_a^{\Delta}(\log_a^{\Delta} x)$$

$$\Rightarrow \log_a^3(\log_a^X + \log_a^3) = \log_a^{\Delta}(\log_a^X + \log_a^{\Delta})$$

$$\Rightarrow (\log_a^3)^3 + (\log_a^3)(\log_a^X) = (\log_a^{\Delta})^3 + (\log_a^{\Delta})(\log_a^X)$$

$$\Rightarrow (\log_a^3)^3 - (\log_a^{\Delta})^3 = (\log_a^{\Delta} - \log_a^3)(\log_a^X) \Rightarrow -(\log_a^3 + \log_a^{\Delta}) = \log_a^X$$

$$\Rightarrow -\log_a^{\Delta} = \log_a^X \Rightarrow \log_a^{\Delta} = \log_a^X \Rightarrow x = \frac{1}{15}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right. \text{ غ ق ق} \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array} \right. \text{ غ ق ق} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی شوراچی)

$$\log_3^{(2x-1)} - \log_9^{(2x-1)} = 1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} - 2 \log_3^{(2x-1)} = 1$$

$$\frac{\log_3^{(2x-1)} = A}{\log_3^{(2x-1)} = \frac{1}{\log_3^{(2x-1)}}} \rightarrow A - \frac{2}{A} = 1$$

$$\xrightarrow{\times A} A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A = 2 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x-1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A = -1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = -1 \Rightarrow 2x-1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سجاد عظمتی)

$$\text{می‌دانیم } 3 = \log_3^3 = \frac{3}{1} \log_3^{\frac{3}{1}} = \log_3^{\frac{3}{1} \cdot \frac{3}{1}} = \log_3^{\sqrt[3]{3^3}} = \log_3^{\sqrt[3]{3}} \text{ است. بنابراین به کمک}$$

قاعده‌های لگاریتم داریم:

$$(\log_9^{(x+1)})^{\log_3^{\sqrt[3]{3}}} = 8 \Rightarrow (\log_9^{(x+1)})^3 = 8 \Rightarrow \log_9^{(x+1)} = 2$$

$$\Rightarrow 2 \log_3^{(x+1)} = 2 \Rightarrow \log_3^{(x+1)} = 1 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$$

پس مقدار لگاریتم  $(x^2 - 1)$  در پایه ۳ برابر است با:

$$\log_3^{(x^2-1)} = \log_3^{(2^2-1)} = \log_3^3 = 1$$

(حسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا محدوده تعریف  $x$  را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + 5x > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ یا } x < -5 \\ 2x + 4 > 0 \Rightarrow x > -2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x > 0$$

$$\log_2(x^2 + 5x) = \log_2(2x + 4) \Rightarrow x^2 + 5x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 & \text{ق ق} \\ x_2 = -4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$\log_{18}^{12} = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{18}} = \frac{\log_3^{(2^2 \times 3)}}{\log_3^{(3^2 \times 2)}} = \frac{2 \log_3^2 + \log_3^3}{2 \log_3^3 + \log_3^2} = \frac{2a + 1}{2 + a}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$\log E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times 7/3$$

$$= 11/8 + 10/95 = 22/75$$

$$\log E = 22/75 \Rightarrow E = 10^{22/75}$$

(مسابان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۴

۳

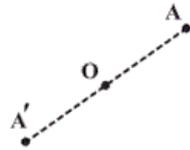
۲✓

۱

۱۲۱-

(فرشار فرامرزی)

دوران با زاویه  $360^\circ$  درجه و مضارب صحیح آن، تبدیل همانی است. همچنین انتقال با بردار صفر یک تبدیل همانی است. تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k = 1$  هم تبدیل همانی است اما همان طور که در شکل زیر دیده می شود، تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k = -1$  همانی نیست، زیرا تصویر هر نقطه بر خودش منطبق نمی شود.



(هندسه ۲- صفحه ۴۹)

۴

۳

۲

۱

۱۲۲-

(یاسین سپهر)

تجانس شیب خط و اندازه زاویه را حفظ می کند و می تواند در حالت خاص  $|k| = 1$  تبدیل طولی نیز باشد. ولی دو شکل متشابه، الزاماً متجانس نیستند.

(هندسه ۲- صفحه های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳

۲

۱

۱۲۳-

(داریوش عابد)

نقطه  $A$  مجانس نقطه  $E$  است، پس مرکز تجانس روی خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $E$  قرار دارد. از طرفی نقطه  $C$  مجانس نقطه  $D$  است، پس مرکز تجانس روی خط گذرنده از نقاط  $C$  و  $D$  قرار دارد. در نتیجه مرکز تجانس محل برخورد امتداد اضلاع  $AE$  و  $CD$  خواهد بود.

(هندسه ۲- صفحه های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

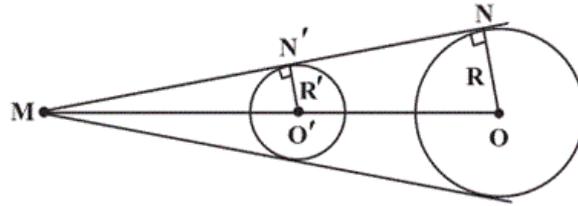
۲

۱

(علیرضا نصرالهی)

هر دو دایره متخارج به مرکز محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی دو دایره متجانس یکدیگرند و نسبت شعاع‌ها برابر نسبت تجانس است،

$$\text{یعنی } \frac{R'}{R} = \frac{۳}{۵} \text{ است.}$$



$$\Delta MON : O'N' \parallel ON \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{MO'}{MO} \Rightarrow \frac{۳}{۵} = \frac{۶}{MO} \Rightarrow MO = ۱۰$$

$$\text{طول خط‌المركزين } OO' = MO - MO' = ۱۰ - ۶ = ۴$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۴

۳

۲

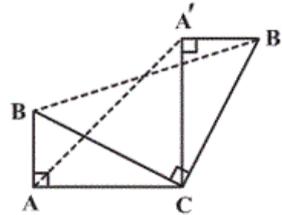
۱ ✓

$$\Delta ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = ۴ + ۱۶ = ۲۰$$

$$\Rightarrow BC = ۲\sqrt{۵} \xrightarrow{\text{دوران طولیا است}} B'C = ۲\sqrt{۵}$$

$$\Delta BCB' : BB'^2 = BC^2 + B'C^2 = (۲\sqrt{۵})^2 + (۲\sqrt{۵})^2$$

$$= ۲۰ + ۲۰ = ۴۰ \Rightarrow BB' = ۲\sqrt{۱۰}$$



(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

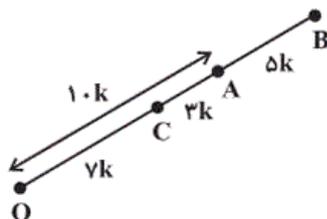
۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا عباسی اصل)



$$\frac{OB}{OA} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow OA = ۲AB$$

در تجانس دوم، چون نسبت عددی منفی است، مرکز تجانس یعنی نقطه A بین B و C واقع می‌شود و داریم:

$$\frac{AC}{AB} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \begin{cases} AC = ۳k \\ AB = ۵k \end{cases}$$

$$OA = ۲AB = ۱۰k \Rightarrow OC = OA - AC = ۷k$$

$$\frac{BC}{OC} = \frac{۸k}{۷k} = \frac{۸}{۷}$$

(هندسه ۲- صفحه ۴۵)

۴

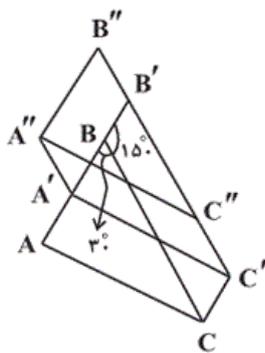
۳

۲ ✓

۱

(امسان فیراللهی)

می‌دانیم انتقال شیب خط‌ها را حفظ می‌کند، پس انتقال یافته یک پاره خط با آن پاره خط موازی است. در چهارضلعی  $BB'C'C$ ،  $BB' \parallel CC'$  و  $BC \parallel B'C'$  است، پس این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است و در نتیجه زوایای مقابل آن برابر یکدیگرند. داریم:



$$\begin{aligned} \hat{ABC} = ۳۰^\circ &\Rightarrow \hat{B'BC} = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۵^\circ \\ &\Rightarrow \hat{CC'C''} = ۱۵^\circ \end{aligned}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

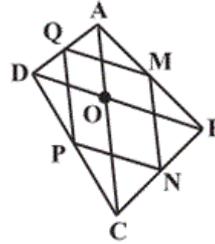
۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{cases} \overline{QM} \parallel \overline{PN} \parallel \overline{DB} \\ \overline{QM} = \overline{PN} = \frac{\overline{DB}}{2} \end{cases}$$



روابط فوق نشان می‌دهد که MN انتقال یافته QP با بردار  $\frac{\overline{DB}}{2}$  است. چون مرکز تقارن متوازی‌الاضلاع لزوماً بر محل برخورد قطرهای چهارضلعی ABCD منطبق نیست، پس گزینه‌های «۲» و «۳» صحیح نیستند.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۰ تا ۴۹)

۴

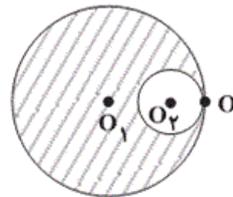
۳

۲

۱ ✓

-۱۲۹

(مهم‌ترین)



دو دایره C و C' مماس داخل هستند. نقطه تماس این دو دایره مرکز تجانس است. با توجه به تعریف تجانس داریم:

$$\frac{OO_2}{OO_1} = |k| = \frac{1}{3} \Rightarrow OO_1 = 3OO_2$$

$$O_1O_2 = OO_1 - OO_2 = 2OO_2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} OO_2 = R_2 = 1 \\ OO_1 = R_1 = 3 \end{cases}$$

مساحت قسمت هاشورخورده برابر با تفاضل مساحت این دو دایره است.

$$S_{\text{هاشورخورده}} = \pi R_1^2 - \pi R_2^2 = 9\pi - \pi = 8\pi$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

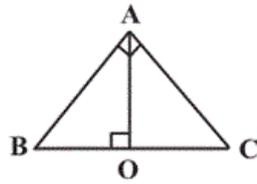
۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر حسین ابومفبوب)



فرض کنید تحت دوران به مرکز  $O$  و زاویه  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 360^\circ$ )، تصویر مثلث  $ABC$  بر خودش منطبق گردد و در این دوران نقاط  $B$ ،  $A$  و  $C$  به ترتیب تصویر نقاط  $A$ ،  $B$  و  $C$  باشند. با توجه به تعریف دوران، لزوماً  $OA = OB = OC$  است، یعنی  $O$  نقطه همرسی عمودمنصف‌های مثلث  $ABC$  می‌باشد. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، محل همرسی عمودمنصف‌ها وسط وتر است. در این صورت مطابق شکل زوایای  $AOB$  و  $COA$  هر کدام برابر  $90^\circ$  هستند ولی  $\widehat{BOC} = 180^\circ$  است، پس دورانی با زاویه  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 360^\circ$ ) وجود ندارد که تحت آن مثلث  $ABC$  بر خودش منطبق گردد.

تذکر: شکل‌هایی که تقارن چرخشی نداشته باشند، تحت هیچ دورانی با زاویه کمتر از  $360^\circ$  درجه روی خودش منطبق نمی‌شوند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۲

(فخرشار فرامرزی)

با استفاده از تعریف لگاریتم داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \log_b^a = c \Rightarrow a = b^c \\ \log_c^a = b \Rightarrow a = c^b \end{array} \right\} \Rightarrow b^c = c^b$$

بنابراین از بین گزینه‌های داده شده، تنها زوج مرتب  $(2, 4)$  در رابطه فوق صدق می‌کند.

(مسابان ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

اولاً:  $x > 0$

ثانیاً:  $\log_{\frac{1}{3}} x \geq 0 \Rightarrow x \leq \left(\frac{1}{3}\right)^0 \Rightarrow x \leq 1$

در نتیجه  $b = 1$  است و چون  $f(1) = 0$  است، پس  $f^{-1}(0) = 1 = b$  است.

(مسئله‌های ۸۰ تا ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۱۰

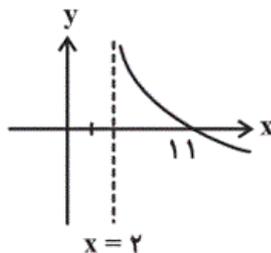
با توجه به داده‌های مسئله داریم:

$$\begin{cases} f(\delta) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^{(\delta-b)} \\ f(11) = 0 \Rightarrow 0 = a - \log_3^{(11-b)} \end{cases} \xrightarrow{\text{تفریق}} 1 = \log_3^{\frac{11-b}{\delta-b}}$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{11-b}{\delta-b} \Rightarrow 15 - 3b = 11 - b \Rightarrow b = 2$$

$$f(\delta) = 1 \Rightarrow 1 = a - \log_3^{\delta} \Rightarrow a = 2$$

بنابراین تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2 - \log_3^{(x-2)}$  است و مطابق شکل زیر، نمودار آن از نواحی دوم و سوم عبور نمی‌کند.



(مسئله‌های ۸۰ تا ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی شهرابی)

ابتدا دامنه  $f(x)$  را به دست می‌آوریم. باید به‌طور همزمان داشته باشیم:

$$\begin{cases} 2x - 2 > 0 \Rightarrow x > 1 \\ 1 - \log(2x - 2) \geq 0 \Rightarrow \log(2x - 2) \leq 1 \Rightarrow 2x - 2 \leq 10 \Rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

پس دامنه تابع  $f(x)$ ، بازه  $(1, 6]$  است. برای به دست آوردن دامنهتابع  $y = f(-1-x)$  می‌توان نوشت:

$$1 < -1-x \leq 6 \Rightarrow 2 < -x \leq 7 \Rightarrow -7 \leq x < -2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

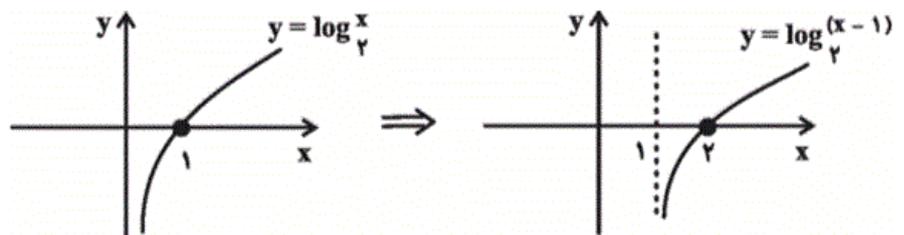
۲

۱

(مهرداد ملامضان)

با ساده‌سازی تابع داده شده داریم:

$$y = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}(x-1) \Rightarrow y = \log_2(x-1)$$



(مسئله ۱- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴ ✓

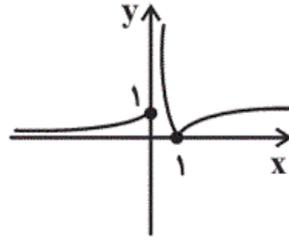
۳

۲

۱

$$f(x) = \log_3^x \Rightarrow f^{-1}(x) = 3^x \Rightarrow g(x) = \begin{cases} |\log_3^x| & x > 0 \\ 3^x & x \leq 0 \end{cases}$$

حال نمودار تابع  $g$  را رسم می‌کنیم.



برای این که معادله  $g(x) = \frac{2m}{5}$  دارای ۳ جواب باشد، باید داشته باشیم:

$$0 < \frac{2m}{5} \leq 1 \Rightarrow 0 < m \leq \frac{5}{2} \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m = 1, 2$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از طرفین تساوی، لگاریتم در پایه ۱۰ می‌گیریم.

$$\log x^{2-\log x} = \log\left(\frac{1}{100}x\right) \Rightarrow (2-\log x)\log x = \log \frac{1}{100} + \log x$$

$$\Rightarrow (\log x)^2 - \log x - 2 = 0 \Rightarrow (\log x + 1)(\log x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} \log x = -1 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{10} \\ \log x = 2 \Rightarrow x_2 = 100 \end{cases} \Rightarrow 0/1 x_2 + 10 x_1 = 11$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ غ ق ق} \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ غ ق ق} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

(علی شهبازی)

-۱۱۸

$$\left(\frac{4}{100}\right)^{\log_{\sqrt{5}} 81} = \left(\frac{4}{100}\right)^{\log_{\frac{1}{5}} 81} = \left(\frac{1}{25}\right)^{2 \log_{\frac{1}{5}} 81} = (\frac{1}{5})^{-2} \log_{\frac{1}{5}} 81 = (\frac{1}{5})^{-4} \log_{\frac{1}{5}} 81 = 5^{-4} \log_{\frac{1}{5}} 81 = (5^{\log_{\frac{1}{5}} 81})^{-4} = 81^{-4} = 3^{-16}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱

(امیر هوشنگ فمسه)

-۱۱۹

$$\log_{\sqrt[3]{32}} 8 = \log_{\frac{2^5}{2^2}} \frac{2^3}{2^{\frac{1}{2}}} = \log_{\frac{2^3}{5}} \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2^{\frac{1}{2}}} = \log_{\frac{2^3}{5}} \frac{2^1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} \log_{\frac{2}{5}} 2 = -\frac{16}{15}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۴

۳

۲

۱

با توجه به تعریف لگاریتم داریم:

$$۳ + \log_۳^x = ۳^۲ = ۹ \Rightarrow \log_۳^x = ۶ \Rightarrow x = ۳^۶ = ۶۴$$

$$\log_۳^x = \log_۳^{۶۴} = \log_۳^{۴^۳} = ۳ \log_۳^۴ = ۳$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمرطاهر شعاعی)

$$\log x = \sqrt{\log(x^۷) - ۱۲} \Rightarrow (\log x)^۲ = \log x^۷ - ۱۲$$

$$\Rightarrow (\log x)^۲ = ۷ \log x - ۱۲ \Rightarrow (\log x)^۲ - ۷(\log x) + ۱۲ = ۰$$

$$\Rightarrow (\log x - ۳)(\log x - ۴) = ۰ \Rightarrow \log x = ۳ \text{ یا } \log x = ۴$$

$$\Rightarrow x_۱ = ۱۰^۳ \text{ یا } x_۲ = ۱۰^۴$$

$$\Rightarrow |x_۲ - x_۱| = |۱۰^۴ - ۱۰^۳| = ۱۰۰۰۰ - ۱۰۰۰ = ۹۰۰۰$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمر مصطفی پور)

$$\frac{1}{۴}x^۲ - ۲۵x + ۲۵ = ۰ \Rightarrow a + b = -\frac{-۲۵}{\frac{1}{۴}} = ۱۰۰, ab = \frac{۲۵}{\frac{1}{۴}} = ۱۰۰$$

$$\log a + \log b + \log(a + b) = \log ab + \log(a + b)$$

$$= \log ۱۰۰ + \log ۱۰۰ = ۲ + ۲ = ۴$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی شهبازی)

$$\log_3^{(2x-1)} - \log_3^9(2x-1) = 1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} - 2 \log_3^2(2x-1) = 1$$

$$\frac{\log_3^{(2x-1)} = A}{\log_3^2(2x-1) = \frac{1}{\log_3(2x-1)}} \rightarrow A - \frac{2}{A} = 1 \xrightarrow{\times A} A^2 - A - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ A = -1 \end{cases}$$

$$A = 2 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = 2 \Rightarrow 2x-1 = 9 \Rightarrow x_1 = 5$$

$$A = -1 \Rightarrow \log_3^{(2x-1)} = -1 \Rightarrow 2x-1 = \frac{1}{3} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}$$

$$x_1 + x_2 = 5 + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمید علیزاده)

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(\log(a+1) + \log 2)(\log(a+1) - \log 2) = 2 \log(2a+2)$$

$$\log(2a+2) \log\left(\frac{a+1}{2}\right) - 2 \log(2a+2) = 0$$

$$\Rightarrow \log(2a+2) \left( \log\left(\frac{a+1}{2}\right) - 2 \right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \log(2a+2) = 0 \\ \log\left(\frac{a+1}{2}\right) - 2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+2 = 10^0 = 1 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \\ \log\left(\frac{a+1}{2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{a+1}{2} = 10^2 = 100 \Rightarrow a = 199 \end{cases}$$

هر دو ریشه به دست آمده در معادله صدق می‌کنند، پس معادله دو ریشه دارد.

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\log_2^{(x^2 + 5x)} = \log_2^{(2x+4)} \Rightarrow x^2 + 5x = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 & \text{ق ق} \\ x_2 = -4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(مسئله ۱- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۹

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\log_{18}^{12} = \frac{\log_3^{12}}{\log_3^{18}} = \frac{\log_3^{(2^2 \times 3)}}{\log_3^{(3^2 \times 2)}} = \frac{2\log_3^2 + \log_3^3}{2\log_3^3 + \log_3^2} = \frac{2a+1}{2+a}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۳

(میثم پورامی بویا)

$$\begin{aligned} x \log 2 + x &= \log 10 \Rightarrow x(\log 2 + 1) = \log 10 \\ \Rightarrow x(\log 2 + \log 10) &= \log 10 \Rightarrow x \log 20 = \log 10 \\ \Rightarrow x &= \frac{\log 10}{\log 20} \xrightarrow{\text{تغییر مبنا}} x = \log_{20}^{10} \end{aligned}$$

یعنی معادله دارای یک جواب مثبت است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۴

(مهرداد ملونری)

$$\begin{aligned} \log_2(3-x) - \log_2(x+4) &= 1 \Rightarrow \log_2\left(\frac{3-x}{x+4}\right) = 1 \\ \Rightarrow \frac{3-x}{x+4} &= 2 \Rightarrow 3-x = 2x+8 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \\ x &= -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m-2}{6} = -\frac{5}{3} \\ \Rightarrow m-2 &= -10 \Rightarrow m = -8 \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۱

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} \log E &= 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \log E = 11/8 + 1/5 \times 7/3 \\ &= 11/8 + 7/15 = 22/75 \\ \log E &= 22/75 \Rightarrow E = 10^{22/75} \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۱

(ندرا صالح پور)

فرض کنید  $A_0$  پیشامد آرام بودن ساحل در امروز، پیشامدهای  $A_1$  و  $A'_1$  به ترتیب آرام بودن و طوفانی بودن ساحل در فردا و پیشامدهای  $A_2$  و  $A'_2$  به ترتیب آرام بودن و طوفانی بودن ساحل در پس فردا باشند، در این صورت طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$P(A_0 \cap A'_1 \cap A'_2) = P(A_0)P(A'_1 | A_0)P(A'_2 | (A_0 \cap A'_1))$$

$$= 1 \times 0 / 1 \times 0 / 4 = 0 / 0.4 = \frac{1}{25}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۳۲

(علی ارجمند)

اگر  $A$  پیشامد قبول شدن فرد انتخاب شده و  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب پیشامدهای تعلق داشتن فرد انتخاب شده به کلاس‌های «الف» و «ب» باشد، آن گاه داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \frac{25}{60} \times \frac{8}{10} + \frac{25}{60} \times \frac{6}{10} = \frac{7}{12} \times \frac{4}{5} + \frac{5}{12} \times \frac{3}{5} = \frac{43}{60}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۳۳

(امیرحسین ابومصوب)

چون این خانواده هم دارای فرزند پسر و هم دارای فرزند دختر است، پس جنسیت هر سه فرزند این خانواده نمی‌تواند یکسان باشد. در این صورت فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$S = \{(د، د، د)، (پ، د، د)، (د، د، پ)، (د، پ، د)، (پ، د، پ)، (د، پ، پ)\}$$

اگر  $A$  پیشامد یکسان بودن جنسیت دو فرزند اول این خانواده باشد، آن گاه در این فضای نمونه کاهش یافته داریم:

$$A = \{(پ، د، د)، (د، د، پ)\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر پیشامد این که هیچ دو مهره هم‌رنگی به‌طور متوالی از این جعبه خارج نشود را A بنامیم، آن‌گاه داریم:

$$P(A) = \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{6}{8}$$

$$\begin{array}{cccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{سبز} & \text{آبی} & \text{سبز} & \text{آبی} & \text{سبز} & \text{آبی} \end{array}$$

$$= \frac{3 \times 7 \times (2+6)}{10 \times 9 \times 8} = \frac{3 \times 7 \times 8}{10 \times 9 \times 8} = \frac{7}{30}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون می‌دانیم یکی از تاس‌ها ۳ آمده، پس فضای نمونه کاهش یافته به صورت زیر است:

$$S = \{(1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3), (6, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (3, 6)\}$$

پیشامد آن که مجموع دو تاس کمتر از ۷ بیاید، در فضای نمونه جدید

$$A = \{(1, 3), (3, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$
 عبارت است از:

پیشامد آن که عدد تاس دیگر بزرگ‌تر از ۴ باشد، در فضای نمونه جدید

$$B = \{(3, 5), (5, 3), (3, 6), (6, 3)\}$$
 عبارت است از:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{11}}{\frac{4}{11}} = \frac{5}{4}$$

بنابراین داریم:

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

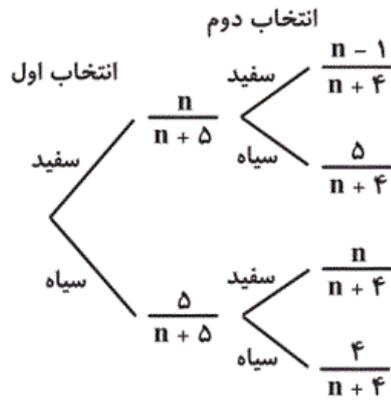
۴

۳

۲ ✓

۱

(مسعود درویشی)



اگر  $A$  پیشامد سیاه بودن مهره دوم باشد، آن گاه داریم:

$$P(A) = \frac{n}{n+5} \times \frac{5}{n+4} + \frac{5}{n+5} \times \frac{4}{n+4}$$

$$= \frac{5n+20}{(n+4)(n+5)} \quad P(A) = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{5}{n+5} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow n+5=15 \Rightarrow n=10$$

روش دوم: چون از رنگ مهره کنار گذاشته شده اطلاعی نداریم، مانند آن است که این مهره از ظرف خارج نشده است، در این صورت داریم:

$$P(A) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{5}{n+5} = \frac{1}{3} \Rightarrow n+5=15 \Rightarrow n=10$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نرا صالح پور)

اگر  $A$  پیشامد سالم بودن لامپ انتخابی از جعبه جدید و  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب پیشامدهای تعلق داشتن لامپ انتخابی از جعبه جدید به جعبه‌های اول و دوم باشند، آن گاه داریم:

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2)P(A | B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{5}{8} \times \frac{12}{15}}{\frac{3}{8} \times \frac{6}{10} + \frac{5}{8} \times \frac{12}{15}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{\frac{9}{40} + \frac{1}{2}} = \frac{20}{29}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌توانیم ابتدا متمم احتمال خواسته شده یعنی احتمال آن که هیچ گوی قرمزی خارج نشود (هر دو گوی آبی باشد) را حساب کنیم. اگر  $A$  پیشامد خارج شدن حداقل یک گوی قرمز و  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب پیشامدهای انتخاب کیسه اول و دوم باشند، آن‌گاه داریم:

$$P(A') = P(B_1) \times P(A' | B_1) + P(B_2) \times P(A' | B_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{7}{42} = \frac{1}{6} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

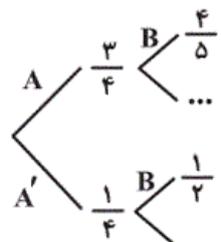
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

پیشامدهای حضور علی و رضا را در مهمانی به ترتیب با  $A$  و  $B$  نشان می‌دهیم. در این صورت داریم:



$$P(B) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{29}{40}$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}}{\frac{29}{40}} = \frac{3}{29} = \frac{24}{29}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{1}{4} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 4P(A \cap B)$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A) = 5P(A \cap B)$$

$$P(A) + P(B) = 0/36 \Rightarrow 9P(A \cap B) = 0/36$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/04 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 5 \times 0/04 = 0/2 \\ P(B) = 4 \times 0/04 = 0/16 \end{cases}$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{P[(A \cup B)']}{P(B')} = \frac{1 - P(A \cup B)}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{1 - (0/2 + 0/16 - 0/04)}{1 - 0/16} = \frac{0/68}{0/84} = \frac{17}{21}$$

(آمار و احتمال - صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱