



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۲، توابع پلکانی و قدرمطلق - ۱۰ سوال

۷۱- مقدار $\text{sign}(\sqrt{3} - 2)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) $2 - \sqrt{3}$

۷۲- حاصل کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $[-1/1] = -1$
(۲) $[\pi] = 3/1$
(۳) $[-\sqrt{2}] = -2$
(۴) $[\sqrt{3}] = 3$

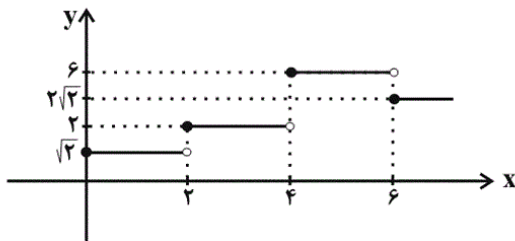
۷۳- تابع $f(x) = [x]$ را برای $-3 \leq x \leq 3$ رسم کرده‌ایم. برد تابع شامل چند عضو است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۵
(۴) ۸

۷۴- اگر $f(x) = [3x] + [-x]$ باشد، مقدار $f(\frac{1}{4})$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است)

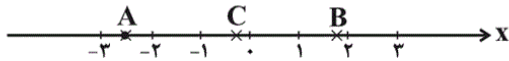
- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) $0/5$

۷۵- در تابع پلکانی زیر، حاصل $\frac{f(2\sqrt{5}) \times f(6)}{f(\sqrt{6})}$ کدام است؟



- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) $3\sqrt{2}$
(۳) $5\sqrt{2}$
(۴) $6\sqrt{2}$

۷۶- با توجه به اعداد مشخص شده روی محور، حاصل عبارت $\frac{2[A]-3[C]}{4\sqrt{B}}$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.



$\frac{3}{4}$ (۲)

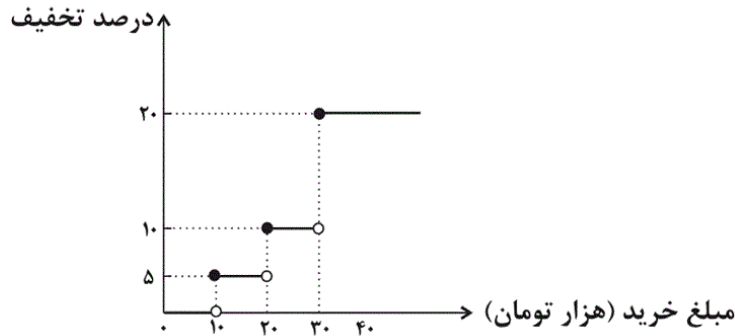
$-\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{4}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

۷۷- یک فروشگاه برای خریدهای مشتریان، طبق تابع پلکانی زیر برحسب مزاد مبلغ خرید یک تخفیف معینی می‌دهد. اگر از این فروشگاه

۵۰ هزار تومان خرید کنیم، چقدر تخفیف شامل حال ما خواهد شد؟



(۱) ۴۰۰۰ تومان

(۲) ۵۵۰۰ تومان

(۳) ۴۵۰۰ تومان

(۴) ۶۰۰۰ تومان

۷۸- اگر $f(x) = \begin{cases} -[x] & , x < -1 \\ 3 & , -1 \leq x \leq 2 \\ \text{sign}(x) & , x > 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(-\frac{3}{4}) + f(\sqrt{2} + 1)$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) صفر

۷۹- حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + 2[\sqrt{2}] + 3[\sqrt{3}] + 4[\sqrt{4}] + 5[\sqrt{5}]$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

(۴) ۲۶

(۳) ۲۲

(۲) ۲۴

(۱) ۲۰

۸۰- یک شرکت، مطابق با جدول زیر، در هر ماه درصدی از درآمد کارکنان را برای انجام امور شرکت کسر می‌کند. (هر کارمندی که بتواند

درآمد بیشتری کسب کند، درصد کمتری را به شرکت پرداخت می‌کند زیرا سودآوری بیشتری داشته است.) اگر فردی بتواند در یک ماه

۵ میلیون درآمد کسب کند، چند درصد از درآمدش را باید به شرکت پرداخت کند؟

درآمد (میلیون تومان)	درصد شرکت
درآمد تا یک میلیون	۲۰
مازاد بر یک میلیون تا ۳ میلیون	۱۵
مازاد بر ۳ میلیون	۱۰

(۱) ۱۵
(۲) ۱۶
(۳) ۱۴
(۴) ۱۲

ریاضی و آمار ۲- گواه ، توابع پلکانی و قدرمطلق - ۱۰ سوال

۸۱- جدول مالیاتی یک شرکت به صورت زیر است. مبلغ مالیات کارمندی با دریافتی ۴,۰۰۰,۰۰۰ تومان، چند تومان است؟

میزان مالیات بر دریافتی	پله‌های دریافتی‌های ماهانه (میلیون تومان)
معاف از مالیات	دریافتی تا ۱/۳
٪۱۰	مازاد بر ۱/۳ تا ۲/۵
٪۱۵	مازاد بر ۲/۵ تا ۴/۵
٪۲۵	مازاد بر ۴/۵

(۱) ۳۴۵۰۰۰ (۲) ۲۷۵۰۰۰ (۳) ۲۲۵۰۰۰ (۴) ۱۲۰۰۰۰

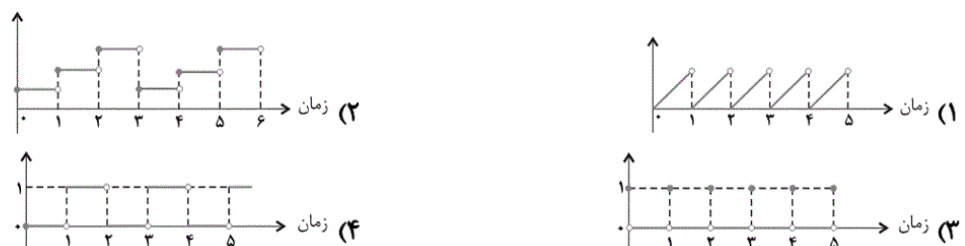
۸۲- اگر $f(x) = \text{sign}(x)$ باشد، مقدار $\frac{f(-0.9) + 2f(1/1)}{f(0) - 3f(9.85)}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۸۳- مساحت زیر منحنی تابع $y = \text{sign}(x)$ (بین نمودار و محور x ها) به ازای $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 7\}$ کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۶ (۳) صفر (۴) ۳

۸۴- در یک ساعت دیواری، پرنده‌ای رأس هر ساعت از ساعت بیرون می‌آید. کدام گزینه نمودار آن را نشان می‌دهد؟



۸۵- یک شرکت حمل و نقل برای حمل بار بین دو شهر بابت ۳۰ کیلوگرم بار یا کم‌تر، قیمت ۱۰۰۰۰۰ تومان و بابت هر اضافه بار تا کم‌تر از ده کیلوگرم مبلغ ۵۰۰۰ تومان اضافه دریافت می‌کند. این شرکت برای بارهای بین ۵۰ تا ۵۹ کیلوگرم چه مبلغی دریافت می‌کند؟
 (۱) ۲۵۰۰۰ تومان (۲) ۳۰۰۰۰ تومان (۳) ۲۰۰۰۰ تومان (۴) ۳۵۰۰۰ تومان

۸۶- حاصل $\frac{3 \times [1 - \pi] - [2\pi]}{[-0.07] + [2/0.5]}$ کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۱۲ (۳) -۱۵ (۴) -۸

۸۷- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ ، کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $f(0/1) = -1$ (۲) $f(-1/2) = -2$ (۳) $f(-2) = 0$ (۴) $f(1) = 0$

۸۸- اگر $f(x) = \begin{cases} 2x^2, & \text{زوج } [x] \\ \frac{x^2}{2}, & \text{فرد } [x] \end{cases}$ باشد، مقدار عددی $f(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + f(-2\sqrt{2})$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱۷ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{65}{4}$

۸۹- اگر $-\frac{8}{3} \leq x < -\frac{7}{3}$ ، آنگاه حاصل $[3x + 1]$ کدام است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۷

۹۰- اگر $-1 < x < 0$ باشد، حاصل عبارت $A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) -۲ (۴) -۳

-۷۱

(هادی پلاور، صفحه ۳۵)

با توجه به ضابطه تابع علامت داریم:

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

$$1 < 3 < 4 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow 1 - 2 < \sqrt{3} - 2 < 2 - 2 \\ \Rightarrow -1 < \sqrt{3} - 2 < 0 \Rightarrow \text{sign}(\sqrt{3} - 2) = -1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۲

(مهمر بصیرایی، صفحه ۳۷ تا ۳۹)

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح حاصل هر یک از گزینه‌ها را می‌یابیم:

$$1) [-1/1] \xrightarrow{-2 < -1/1 < -1} [-1/1] = -2 \quad \times$$

$$2) [\pi] \xrightarrow{3 < \pi = 3.14 < 4} [\pi] = 3 \quad \times$$

$$3) [-\sqrt{2}] \xrightarrow[-2 < -\sqrt{2} < -1]{ 1 < \sqrt{2} < 2 } [-\sqrt{2}] = -2 \quad \checkmark$$

$$4) [\sqrt{3}] \xrightarrow{1 < \sqrt{3} < 2} [\sqrt{3}] = 1 \quad \times$$

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر $f(x) = [x]$ باشد با توجه به محدوده دامنه، نمودار تابع را رسم می‌کنیم:

$$-3 \leq x < -2 \Rightarrow f(x) = -3$$

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = -2$$

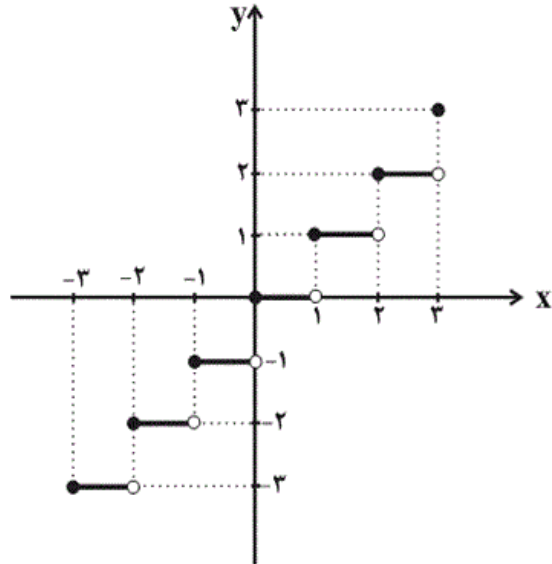
$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = 1$$

$$2 \leq x < 3 \Rightarrow f(x) = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow f(x) = 3$$



پس برد تابع به صورت $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ است که شامل ۷ عضو است.

۴

۳

۲ ✓

۱

با جایگذاری $x = \frac{1}{4}$ در ضابطه تابع داریم:

$$f(x) = [3x] + [-x] \xrightarrow{x = \frac{1}{4}} f\left(\frac{1}{4}\right) = \left[3 \times \frac{1}{4}\right] + \left[-\frac{1}{4}\right] = \left[\frac{3}{4}\right] + \left[-\frac{1}{4}\right]$$

$$\begin{array}{l} 0 \leq \frac{3}{4} < 1 \\ -1 \leq -\frac{1}{4} < 0 \end{array} \rightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = 0 + (-1) = -1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان، صفحه ۳۴ تا ۳۶)

$$2\sqrt{5} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{20} \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{20} < 5$$

$$\Rightarrow f(2\sqrt{5}) = 6$$

$$f(6) = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3 \Rightarrow f(\sqrt{6}) = 2$$

$$\frac{f(2\sqrt{5}) \times f(6)}{f(\sqrt{6})} = \frac{6 \times 2\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز، صفحه ۳۷ تا ۳۹)

با توجه به تعریف تابع جزء صحیح داریم:

$$\left. \begin{array}{l} -3 < A < -2 \Rightarrow [A] = -3 \\ 1 < B < 2 \Rightarrow [B] = 1 \\ -1 < C < 0 \Rightarrow [C] = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{کسر} = \frac{2(-3) - 3(-1)}{4\sqrt{1}} = -\frac{3}{4}$$

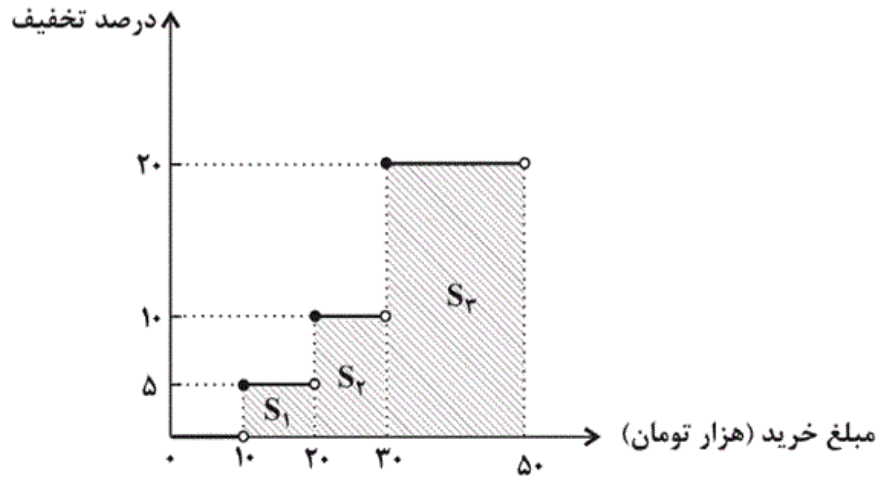
۴

۳

۲

۱ ✓

برای محاسبه میزان تخفیف، مساحت زیر نمودار تابع پلکانی را محاسبه می‌کنیم.



$$\left. \begin{aligned} S_1 &= \frac{5}{100} \times 10000 = 500 \\ S_2 &= \frac{10}{100} \times 10000 = 1000 \\ S_3 &= \frac{20}{100} \times 20000 = 4000 \end{aligned} \right\} \Rightarrow S_{\text{کل}} = 4000 + 1000 + 500 = 5500 \text{ تومان}$$

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

مقدار $f(-\frac{3}{2})$ را از ضابطه اول بدست می‌آوریم:

$$f(-\frac{3}{2}) = -[-\frac{3}{2}] \xrightarrow{-2 < -\frac{3}{2} < -1} f(-\frac{3}{2}) = -(-2) = 2$$

مقدار $f(\sqrt{2}+1)$ را از ضابطه سوم می‌یابیم زیرا $\sqrt{2}+1 > 2$ است.

$$\text{sign}(\sqrt{2}+1) = 1$$

$$f(-\frac{3}{2}) + f(\sqrt{2}+1) = 2 + 1 = 3$$

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(امیر مهوریان، صفحه ۳۷ تا ۳۹)

$$\sqrt{1} = 1 \Rightarrow [\sqrt{1}] = 1$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{2} < 2 \Rightarrow [\sqrt{2}] = 1$$

$$\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow 1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow [\sqrt{3}] = 1$$

$$\sqrt{4} = 2 \Rightarrow [\sqrt{4}] = 2$$

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{5} < 3 \Rightarrow [\sqrt{5}] = 2$$

$$[\sqrt{1}] + 2[\sqrt{2}] + 3[\sqrt{3}] + 4[\sqrt{4}] + 5[\sqrt{5}] = 1 + 2 \times 1 + 3 \times 1 + 4 \times 2 + 5 \times 2$$

$$= 1 + 2 + 3 + 8 + 10 = 24$$

۴

۳

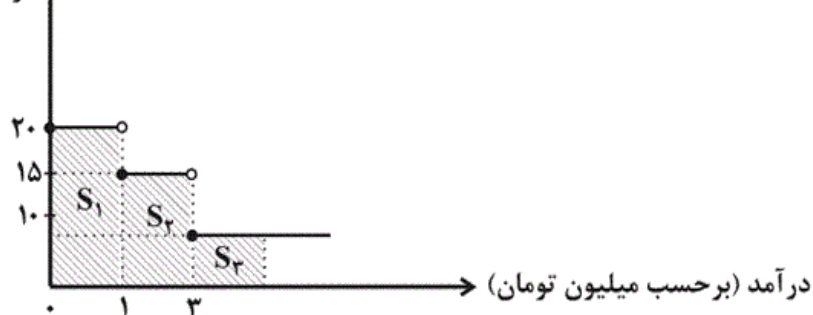
۲ ✓

۱

(امیر مهوریان، صفحه ۳۴ و ۳۵)

با توجه به نمودار زیر داریم:

درصد سود شرکت



تا یک میلیون از درآمدش، ۲۰ درصد به شرکت تعلق می‌گیرد:

$$S_1 = \frac{20}{100} \times 1000000 = 200000 \text{ تومان}$$

از یک میلیون تا ۳ میلیون، ۱۵ درصد به شرکت تعلق می‌گیرد:

$$S_2 = \frac{15}{100} \times 2000000 = 300000 \text{ تومان}$$

از سه میلیون تا ۵ میلیون، ۱۰ درصد به شرکت تعلق می‌گیرد:

$$S_3 = \frac{10}{100} \times 2000000 = 200000 \text{ تومان}$$

$$S_1 + S_2 + S_3 = 200000 + 300000 + 200000 = 700000 \text{ تومان}$$

در مجموع ۷۰۰۰۰۰ تومان به شرکت تعلق می‌گیرد.

$$\frac{700000}{5000000} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{7000000}{5000000} = 14\%$$

در مجموع ۱۴٪ از درآمدش را به شرکت پرداخت می‌کند.

۴

۳ ✓

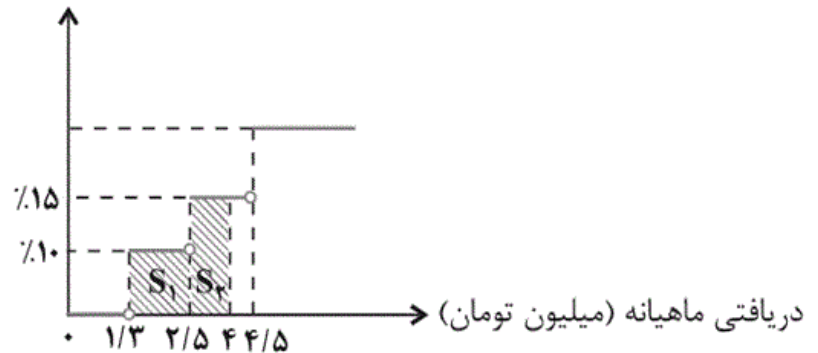
۲

۱

(کتاب آبی، صفحه ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی)

نمودار میزان مالیات بر دریافتی را که به صورت تابع پله‌ای است، رسم می‌کنیم. سطح زیر نمودار برابر مالیات پرداختی است.

میزان مالیات بر دریافتی



$$\text{سطح هاشور خورده} = S_1 + S_2 = (2/5 - 1/3) \times \frac{10}{100}$$

$$+ (4 - 2/5) \times \frac{15}{100} = 0/12 + 0/225 = 0/345 \text{ میلیون تومان}$$

$$= 345000 \text{ تومان}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، صفحه ۳۵ کتاب درسی)

تابع علامت به ازای $x > 0$ برابر با یک، به ازای $x < 0$ برابر با -1 و به ازای $x = 0$

برابر با صفر است. پس:

$$\frac{f(-0/9) + 2f(1/1)}{f(0) - 3f(9850)} = \frac{\text{sign}(-0/9) + 2 \times \text{sign}(1/1)}{\text{sign}(0) - 3 \times \text{sign}(9850)}$$

$$= \frac{-1 + 2 \times 1}{0 - 3 \times 1} = -\frac{1}{3}$$

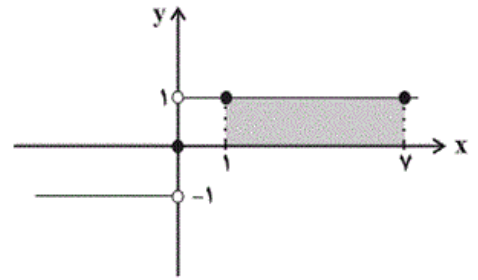
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$



با توجه به نمودار مساحت مستطیل برابر است با:

$$\text{مساحت مستطیل} = (7-1) \times 1 = 6 \times 1 = 6$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون در فواصل زمانی یک ساعت پرنده بیرون می‌آید، نمودار تابع می‌تواند به صورت خط افقی $y = 0$ باشد که در نقاط با طول صحیح نامنفی، مقدار یک دارد، یعنی نمودار گزینه «۳» صحیح است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر متغیر x وزن بار باشد، در این صورت تابع حمل و نقل شرکت یک تابع پله‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$f(x) = \begin{cases} 10000 & , 0 \leq x < 30 \\ 15000 & , 30 \leq x < 40 \\ 20000 & , 40 \leq x < 50 \\ 25000 & , 50 \leq x < 60 \\ \vdots & \end{cases}$$

بنابراین برای بارهای بین ۵۰ تا ۵۹ کیلوگرم مبلغ ۲۵۰۰۰ تومان دریافت می‌کند. تذکر: این تابع پله‌ای برای تا ۶۰ کیلوگرم بار نوشته شده است و به همین ترتیب تا بی‌نهایت ادامه دارد.

 ۴

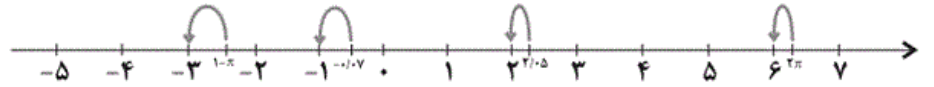
 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، صفحه ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

عدد π تقریباً برابر با $۳/۱۴$ است، پس ۲π تقریباً برابر با $۶/۲۸$ و $۱-\pi$ تقریباً برابر با $-۲/۱۴$ است.



$$[1-\pi] = -3, \quad [-0.07] = -1$$

$$[2/0.5] = 2, \quad [2\pi] = 6$$

پس:

$$\frac{3 \times [1-\pi] - [2\pi]}{[-0.07] + [2/0.5]} = \frac{3 \times (-3) - 6}{-1 + 2} = \frac{-15}{1} = -15$$

۴

۳

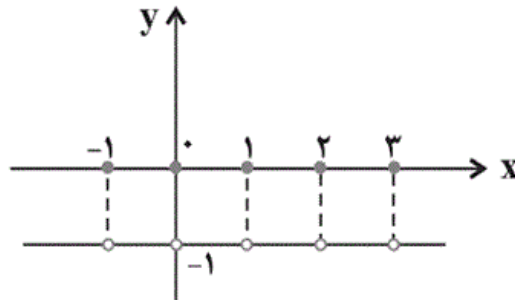
۲

۱

(کتاب آبی، صفحه ۳۷ تا ۳۹ کتاب درسی)

تابع $f(x) = [x] + [-x]$ به ازای $x \in \mathbb{Z}$ برابر با صفر و به ازای $x \notin \mathbb{Z}$ برابر با -1

است. نمودار این تابع به صورت زیر است:



$$f(0/1) = [0/1] + [-0/1] = 0 - 1 = -1$$

$$f(-1/2) = [-1/2] + [-(-1/2)] = [-1/2] + [1/2] = -2 + 1 = -1$$

$$f(-2) = [-2] + [-(-2)] = [-2] + [2] = -2 + 2 = 0$$

$$f(1) = [1] + [-1] = 1 - 1 = 0$$

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی، صفحه ۳۷ تا ۳۹ کتاب (رسی))

$$\left[\frac{-\sqrt{2}}{2}\right] = -1: \text{ فرد} \Rightarrow f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\left[-2\sqrt{2}\right] = -3: \text{ فرد} \Rightarrow f(-2\sqrt{2}) = \frac{(-2\sqrt{2})^2}{2} = 4$$

$$\Rightarrow 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(کتاب آبی، صفحه ۳۷ تا ۳۹ کتاب (رسی))

$$-\frac{8}{3} \leq x < -\frac{7}{3} \Rightarrow -8 \leq 3x < -7$$

$$\Rightarrow -8 + 1 \leq 3x + 1 < -7 + 1$$

$$\Rightarrow -7 \leq 3x + 1 < -6 \Rightarrow [3x + 1] = -7$$

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(کتاب آبی، صفحه ۳۷ تا ۳۹ کتاب (رسی))

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1$$

$$0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

$$-1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1$$

$$0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0$$

$$A = [x^4] + [x^3] + [x^2] + [x] = 0 + (-1) + 0 + (-1) = -2$$

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]