



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

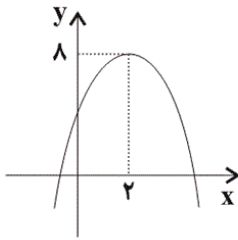
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، سهمی - ۵ سوال

۵۴- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. کدام گزینه ضابطه این سهمی است؟



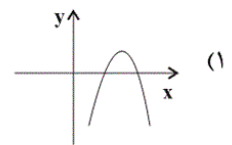
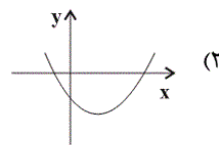
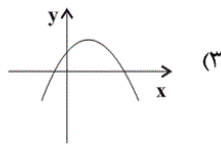
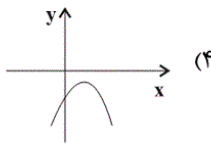
(۱) $y = +x^2 + 2x + 5$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 3$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$

(۴) $y = -x^2 + 4x + 4$

۵۹- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ با فرض $a < -1$ ، $b > 3$ و $c > 2$ کدام یک می‌تواند باشد؟



۶۰- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در دو نقطه به طول‌های (-1) و (2) قطع می‌کند، این سهمی از

کدام یک از نقاط زیر عبور می‌کند؟

(۴) $(5, -18)$

(۳) $(3, -7)$

(۲) $(4, 10)$

(۱) $(1, 3)$

۶۱- اگر رأس سهمی $y = 2x^2 - 8x + a + 1$ روی خط $y = -x$ باشد، a کدام است؟

(۴) -4

(۳) 4

(۲) -5

(۱) 5

۶۹- خط به معادله $y = -\frac{5}{4}x$ نمودار سهمی به معادله $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + m$ را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. m کدام گزینه است؟

(۴) 2

(۳) 1

(۲) -1

(۱) -2

ریاضی ۱، تعیین علامت - ۹ سوال -

۷۰- برای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار سهمی به معادله $y = 3x^2 + mx + 1$ همواره بالای نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 + x - 2$ قرار دارد؟

(۲) $-3 < m < 0$

(۱) $1 - 3\sqrt{2} < m < 1 + 3\sqrt{2}$

(۴) $-3 < m < 3$

(۳) $1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$

۵۵- به ازای چه حدودی از m عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی است؟

(۴) $m < 0$ یا $m > 1$

(۳) $0 < m < 2$

(۲) $m < 2$

(۱) $m > 2$

۵۶- به ازای کدام مقادیر a ، جدول تعیین علامت زیر برقرار است؟

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(a+2)x^2 + 2ax + 1$		$-$	$-$

(۴) هیچ مقدار

(۳) $a = -1$

(۲) $a = -4$

(۱) $a = 2$ و $a = -1$

۵۷- در کدام بازه زیر علامت عبارت $P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15}$ تغییر نمی‌کند؟

(۴) $[0, 5)$

(۳) $[-3, 5)$

(۲) $(-5, 3)$

(۱) $[-10, -3)$

۶۳- عبارت $P(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x^2 - 4x + 4)}$ به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی، منفی است؟

(۴) سه

(۳) دو

(۲) یک

(۱) صفر

۶۴- مجموعه جواب نامعادله $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

(۲) $(1, +\infty)$

(۱) $(-\infty, 1)$

(۴) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

(۳) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

۶۵- اگر مجموعه جواب نامعادله $ax - 4 < 0$ برابر $(-\infty, a)$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $a^2x^2 + 2ax + 1 \leq 0$ کدام است؟

(۴) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

(۳) $\{-\frac{1}{2}\}$

(۲) $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$

(۱) \mathbb{R}

۶۷- اگر $A = \{x \mid -3 \leq \frac{2x-1}{3} < 1\}$ و $B = \{x \mid x^2 + x - 6 \leq 0\}$ آن‌گاه $A \cap B$ کدام است؟

(۴) $[-4, 2)$

(۳) $[-3, 2)$

(۲) $[-3, 2]$

(۱) $(-3, 2]$

۶۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $3x + 1 < 1 - x < x + 5$ به صورت بازه (a, b) باشد، مجموعه جواب نامعادله $|3x + a| < b + 1$ کدام است؟

(۴) $(-\frac{1}{3}, 1)$

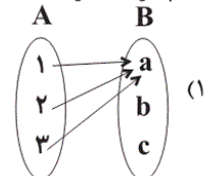
(۳) $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

(۲) $(\frac{1}{3}, 1)$

(۱) $(\frac{1}{3}, 3)$

ریاضی ۱، مفهوم تابع و بازنمایی های آن - ۶ سوال -

۵۱- کدام گزینه معرف یک تابع است؟



(۲) رابطه‌ای که به هر مادر فرزندان را نسبت می‌دهد.

(۴) $f = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$

(۳) رابطه‌ای که به هر فرد، دوستانش را نسبت می‌دهد.

۵۲- در کدام یک از جملات زیر، رابطه بیان شده بیانگر یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی را به تعداد اضلاع آن نسبت می‌دهد.
 (۲) رابطه‌ای که سن افراد را به قد آن‌ها نسبت می‌دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه پنجم آن را نسبت می‌دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، عکس مجذور آن را نسبت می‌دهد.

۵۳- چند تا از عبارت‌های زیر تابع هستند؟

- (الف) رابطه‌ای که به هر خط، خط‌های عمود بر آن با عرض از مبدأ صفر را نسبت می‌دهد.
 (ب) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه چهارم آن را نسبت می‌دهد.
 (ج) رابطه‌ای که به هر عدد قدرمطلق آن را نسبت می‌دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۶۶- رابطه $\{(x+2, x^2), (-x, x^2), (x+2, x^2+2x), (2-2x, x)\}$ به ازای چند مقدار x تابع است؟

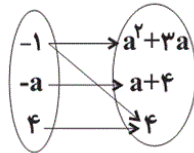
(۱) هیچ مقدار (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵۸- اگر m و n دو عدد طبیعی و رابطه زیر یک تابع باشد، مقدار n چقدر است؟

$$f = \{(1, 4), (m+n, 8), (2m-1, 2), (4, 5), (1, mn)\}$$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) هیچ مقدار نمی‌تواند باشد.

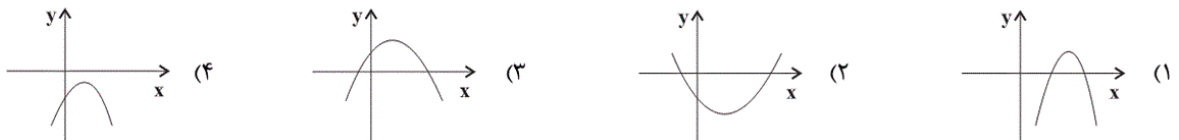
۶۲- به ازای چند مقدار a ، رابطه زیر یک تابع را نمایش می‌دهد؟



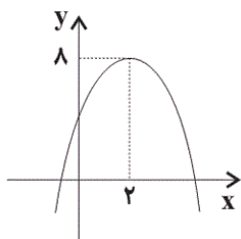
(۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) هیچ مقدار
 (۴) بی‌شمار

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، سهمی - ۶ سوال

۷۷- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ با فرض $a < -1$ ، $b > 3$ و $c > 2$ کدام یک می‌تواند باشد؟



۷۲- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. کدام گزینه ضابطه این سهمی است؟



(۱) $y = +x^2 + 2x + 5$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 3$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 4$

(۴) $y = -x^2 + 4x + 4$

۷۹- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۲ و محور x ها را در دو نقطه به طول‌های ۱- و ۲ قطع می‌کند، این سهمی از

کدام یک از نقاط زیر عبور می‌کند؟

- (۱) (۱, ۲) (۲) (۴, ۱۰) (۳) (۳, -۷) (۴) (۵, -۱۸)

۸۰- اگر رأس سهمی $y = 2x^2 - 8x + a + 1$ روی خط $y = -x$ باشد، a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۴

۸۴- نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از نقاط $A(3, -4)$ و $B(1, -4)$ گذشته و می‌دانیم کمترین مقدار y برابر ۵- می‌باشد. اگر رأس سهمی نقطه

(m, n) باشد، $\frac{n}{m}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) -۱ (۴) ۱

۸۹- خط به معادله $y = -\frac{5}{4}x$ نمودار سهمی به معادله $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + m$ را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. m کدام گزینه است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، تعیین علامت - ۱۴ سوال -

۹۰- برای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار سهمی به معادله $y = 3x^2 + mx + 1$ همواره بالای نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 + x - 2$ قرار دارد؟

(۱) $1 - 3\sqrt{2} < m < 1 + 3\sqrt{2}$ (۲) $-3 < m < 0$

(۳) $1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$ (۴) $-3 < m < 3$

۸۵- مجموعه جواب نامعادله $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 1)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

۸۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $ax - 4 < 0$ برابر $(-\infty, a)$ باشد، جواب نامعادله $a^2x^2 + 2ax + 1 \leq 0$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R} (۲) $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{2}\}$ (۳) $\{-\frac{1}{2}\}$ (۴) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

۸۷- اگر $A = \{x \mid -2 \leq \frac{2x-1}{3} < 1\}$ و $B = \{x \mid x^2 + x - 6 \leq 0\}$ ، آن‌گاه $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) $(-3, 2]$ (۲) $[-3, 2]$ (۳) $[-3, 2)$ (۴) $[-4, 2)$

۸۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $3x + 1 < 1 - x < x + 5$ به صورت بازه (a, b) باشد، مجموعه جواب نامعادله $|3x + a| < b + 1$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 3)$ (۲) $(\frac{1}{3}, 1)$ (۳) $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ (۴) $(-\frac{1}{3}, 1)$

۸۹- به ازای چه حدودی از x نامعادله $\frac{-x^2 + 2x - 3}{4x^2 - 4x + 1} \leq 0$ برقرار است؟

- (۱) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$ (۲) \mathbb{R} (۳) \emptyset (۴) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

۹۰- مجموعه جواب نامعادله $|\frac{x}{3} + 1| < \frac{2}{3}$ کدام گزینه است؟

- (۱) $(-5, -1)$ (۲) $(-5, -\frac{1}{3})$ (۳) $(-\frac{5}{2}, -1)$ (۴) $(1, 5)$

۹۱- عبارت $P(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x^2 - 4x + 4)}$ به ازای چند عدد طبیعی یک رقمی، منفی است؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۹۲- به ازای چه حدودی از m عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی است؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $m < 2$ (۳) $0 < m < 2$ (۴) $m > 1$ یا $m < 0$

۹۳- مجموعه جواب نامعادله $A = 3x^2 - 8x + 4 < 0$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 2)$ (۲) $(\frac{2}{3}, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{2}{3}, 2)$ (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{3}{2})$

۷۵- به ازای کدام مقادیر a ، جدول تعیین علامت زیر برقرار است؟

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(a+2)x^2 + 2ax + 1$		$-$	$-$

(۴) هیچ مقدار

(۳) $a = -1$

(۲) $a = -4$

(۱) $a = 2$ و $a = -1$

۷۶- در کدام بازه زیر، علامت عبارت $P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15}$ تغییر نمی‌کند؟

(۴) $[0, 5)$

(۳) $[-3, 5)$

(۲) $(-5, 3)$

(۱) $[-10, -3)$

۷۸- به ازای چه مقادیری از m ، سهمی $y = mx^2 - \frac{m}{4}x - 4$ همواره پایین محور x ها است؟

(۴) $-64 < m < 64$

(۳) $m < -64$

(۲) $-64 < m < 0$

(۱) $m < 0$

۷۱- اگر تعیین علامت عبارت $A = 2x^2 + x - 3$ به صورت زیر باشد، حاصل $b - 2a$ کدام است؟

x	a	b
A	$+$	$+$

(۴) -4

(۳) 4

(۲) -2

(۱) $-3/5$

هندسه ۱، چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها - ۱۰ سوال -

۹۱- از برخورد نیمسازهای داخلی کدام چهارضلعی، یک مستطیل ایجاد می‌شود؟

(۲) لوزی

(۱) هر چهارضلعی دلخواه

(۴) متوازی‌الاضلاع با اضلاع مجاور متفاوت

(۳) دوزنقه متساوی‌الساقین

۹۲- در مثلث ABC ، زاویه A قائمه و AM میانه است. اگر $\hat{AMB} = 70^\circ$ ، آن‌گاه اندازه زاویه \hat{C} کدام است؟

(۲) 30°

(۱) 35°

(۴) 40°

(۳) 25°

۹۳- از پنج رأس متوالی یک n ضلعی محدب در مجموع ۲۴ قطر می‌گذرد. از چهار رأس متوالی این n ضلعی در مجموع چند قطر عبور می‌کند؟

(۲) ۲۲

(۱) ۱۷

(۴) ۲۱

(۳) ۱۸

۹۴- کدام یک از خواص زیر فقط مختص لوزی نیست؟

(۲) طول‌های چهارضلع برابرند.

(۱) قطرهای عمود منصف هم هستند.

(۴) قطرهای بر هم عمودند.

(۳) قطرهای نیمساز زاویه‌های داخلی هستند.

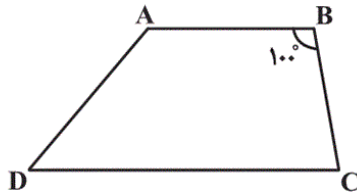
۹۵- در مثلث ABC که در رأس A قائم‌الزاویه است، $\hat{B} = 30^\circ$ و فاصله بین پای ارتفاع وارد بر وتر و میانه وارد بر وتر برابر ۱ است. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$
 (۳) ۴ (۴) $2\sqrt{5}$

۹۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC زاویه \hat{A} قائمه است و $\hat{C} = 22/5^\circ$. طول وتر این مثلث، چند برابر طول کوچک‌ترین ارتفاع آن است؟

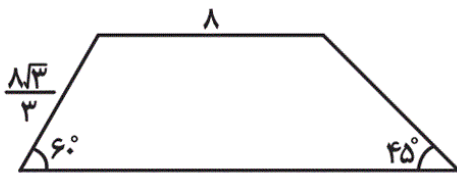
- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲
 (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{2}$

۹۷- در دوزنقه ABCD، اندازه ضلع CD برابر مجموع اندازه‌های دو ضلع AB و BC است. اندازه زاویه A چند درجه است؟



- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۱۰
 (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۰

۹۸- طول قطر بزرگ‌تر دوزنقه شکل مقابل کدام است؟



- (۱) $4\sqrt{5}$ (۲) $9\sqrt{2}$
 (۳) $4\sqrt{10}$ (۴) $6\sqrt{5}$

۹۹- طول یک مستطیل، $\sqrt{3}$ برابر عرض آن است. وسط‌های اضلاع این مستطیل را به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. بزرگ‌ترین زاویه چهارضلعی حاصل چند درجه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۹۰
 (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۱۰۰- وسط‌های اضلاع یک لوزی به طول ضلع ۵ را به طور متوالی به هم وصل کرده‌ایم. محیط چهارضلعی حاصل کدام‌یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷ (۲) ۸
 (۳) ۹ (۴) ۱۱

-۵۴

(عمیدرضا صابویی)

مختصات رأس سهمی $(۲, ۸)$ است. حال مختصات رأس سهمی را در گزینه‌ها چک می‌کنیم:

گزینه «۱»: ضریب x^2 باید منفی باشد، پس گزینه «۱» نادرست است.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-1)} = -1 \neq 2 \quad \text{گزینه «۲»: نادرست}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-\frac{1}{2})} = -2 \neq 2 \quad \text{گزینه «۳»: نادرست}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2 \quad \text{گزینه «۴»: درست}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴


۳

۲

۱

-۵۹

(امیر مهوریان)

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از آنجا که $a < 0$ است، دهانه سهمی رو به پایین است. یعنی:  طول رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} \xrightarrow{b > 0, a < 0} x > 0$$

دلتای سهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{a < 0, c > 0} ac < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

پس این سهمی در دو نقطه محور x ها را قطع می‌کند.

به ازای $x = 0$ نیز $y = c$ است و چون $c > 0$ است، در نتیجه گزینه «۳» صحیح است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

روش اول:

نقطه $(0, 2)$ بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

همچنین $x = -1$ و $x = 2$ ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ هستند.

در نتیجه:

$$a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 0 \Rightarrow a - b = -2$$

$$a(2)^2 + b(2) + 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -2$$

$$\begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 2a - 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = -2 \xrightarrow{a=-1} -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow y = ax^2 + bx + c = -x^2 + x + 2$$

با توجه به معادله سهمی، این سهمی از نقطه $(5, -18)$ عبور می‌کند.

$$y = -x^2 + x + 2 = -(5)^2 + 5 + 2 = -25 + 7 = -18$$

روش دوم:

ابتدا معادله سهمی را به دست می‌آوریم. چون سهمی محور x ها را در (-1) و (2) قطع کرده است، پس (-1) و (2) ریشه‌های سهمی هستند. بنابراین ضابطه سهمی به شکل $y = a(x+1)(x-2)$ است. برای به دست آوردن a توجه شود که سهمی از نقطه $(0, 2)$ عبور می‌کند. بنابراین:

$$y = a(x+1)(x-2) \xrightarrow[\substack{x=0 \\ y=2}]{} 2 = a(1)(-2) \Rightarrow a = -1$$

پس معادله سهمی به شکل $y = -(x+1)(x-2) = -x^2 + x + 2$ است. بابررسی گزینه‌ها معلوم می‌شود که سهمی فوق از نقطه $(5, -18)$ عبور می‌کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-8)}{2 \times 2} = 2 \xrightarrow{\text{روی خط } y = -x}$$

$$y = -x \xrightarrow{x=2} y = -2 \Rightarrow -2 = 2(2)^2 - 8(2) + a + 1$$

$$\Rightarrow a - 7 = -2 \Rightarrow a = 5$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

خط $y = -\frac{5}{2}$ و منحنی سهمی فقط یک نقطه تلاقی دارند. بنابراین آن نقطه رأس سهمی است و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{5}{2}$ است. پس:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times \frac{1}{2} \times m - 9}{4 \times \frac{1}{2}} = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2m - 9 = -5 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

باید $y = 3x^2 + mx + 1$ همواره بزرگ‌تر از $y = 2x^2 + x - 2$ باشد. یعنی:

$$3x^2 + mx + 1 > 2x^2 + x - 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x^2 + mx - x + 1 + 2 > 0 \\ \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 3 > 0$$

پس $x^2 + (m-1)x + 3$ باید همواره مثبت باشد. پس برای این منظور باید

Δ آن منفی و ضریب x^2 مثبت باشد. ضریب x^2 برابر یک و مثبت است. پس فقط کافی است $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta = (m-1)^2 - 4(1)(3) = m^2 - 2m + 1 - 12 = m^2 - 2m - 11 < 0$$

برای حل نامعادله $\Delta < 0$ عبارت درجه ۲ بر حسب m را تعیین علامت می‌کنیم. ابتدا ریشه آن را به دست می‌آوریم. پس ابتدا Δ را به دست آوریم:

$$m^2 - 2m - 11 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-11) = 48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{2 + \sqrt{48}}{2} = \frac{2 + 4\sqrt{3}}{2} = 1 + 2\sqrt{3} \\ m_2 = \frac{2 - \sqrt{48}}{2} = \frac{2 - 4\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\quad}{m^2 - 2m - 11} \quad \begin{array}{c} m_2 \quad m_1 \\ + \quad - \quad + \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{جواب: } 1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

شرط آن که عبارت درجه ۲ دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی باشد آن

است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 یعنی a نیز منفی باشد. پس:

$$\int a = -1 < 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2)^2 - 4(-1)(-m+1) < 0 \end{array} \right.$$

$$4 - 4m + 4 < 0 \Rightarrow 4m > 8 \Rightarrow m > 2$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت درجه ۲ یک ریشه مضاعف دارد و ضریب x^2 منفی است. لذا $x = -\frac{1}{2}$ ریشه تکراری و طول رأس عبارت (سهمی) می باشد.

$$x = -\frac{b'}{2a'} = \frac{-2a}{2a+4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4a = 2a + 4 \Rightarrow a = 2 \quad (1)$$

$$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2 \quad (2) \Rightarrow (1) \cap (2) = \emptyset$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15} = \frac{1}{(x+5)(x-3)}$$

	-۵	۳	
P(x)	+	-	+
	تعریف نشده	تعریف نشده	

با توجه به گزینه‌ها در بازه $(-5, 3)$ علامت $P(x)$ تغییر نمی کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

هر یک از عبارت‌های صورت و مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } x = 1 \\ x = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

سپس جدول تعیین علامت را می‌کشیم:

x	0	1	2	4
$x^2 - 5x + 4$	+	+	-	-
x	-	+	+	+
$x^2 - 4x + 4$	+	+	+	+
P(x)	-	+	-	+

با توجه به جدول تعیین علامت، $P(x)$ ، تنها به ازای عدد طبیعی یک‌رقمی $x = 3$ منفی خواهد شد.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مجتبی مباحثی)

برای این که حاصل ضرب $(1 + x)(1 - |x|)$ مثبت باشد، یا هر دو عبارت باید مثبت باشند یا هر دو عبارت باید منفی باشند.

$$\left. \begin{cases} 1 + x > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1 - |x| > 0 \Rightarrow 1 > |x| \Rightarrow -1 < x < 1 \end{cases} \right\} \xrightarrow[\text{دو جواب}]{\text{اشتراک}} (-1, 1) \quad (1)$$

$$\left. \begin{cases} 1 + x < 0 \Rightarrow x < -1 \\ 1 - |x| < 0 \Rightarrow 1 < |x| \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{cases} \right\}$$

$$\xrightarrow[\text{دو جواب}]{\text{اشتراک}} x < -1 \quad (2)$$

جواب اصلی اجتماع جواب‌های (۱) و (۲) است.

$$(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سوند ولی زاده)

$$x = a \text{ ریشه نامعادله است. } \rightarrow ax - 4 < 0 \text{ , } (-\infty, a)$$

$$\xrightarrow{x=a} a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow 2x - 4 < 0 \Rightarrow x < 2 \text{ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow -2x - 4 < 0 \Rightarrow x > -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=2} 4x^2 + 4x + 1 \leq 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

x	-	-	+
$4x^2 + 4x + 1$	+	○	+

$$\text{جواب: } \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سوند ولی زاده)

$$-3 \leq \frac{2x-1}{3} < 1 \xrightarrow{\times 3} -9 \leq 2x-1 < 3 \xrightarrow{+1} -8 \leq 2x < 4$$

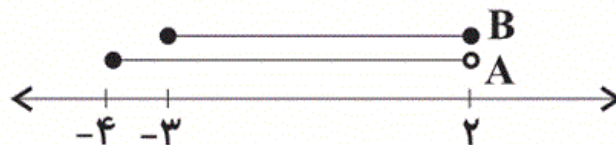
$$\xrightarrow{\div 2} -4 \leq x < 2 \Rightarrow A = [-4, 2)$$

$$x^2 + x - 6 \leq 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$$

x	-	-	+	+
$x^2 + x - 6$	+	○	-	○

$$\Rightarrow B = [-3, 2]$$



$$A \cap B = [-3, 2)$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x+1 < 1-x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1-x < x+5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < x < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

$$|3x+a| < b+1 \Rightarrow |3x-2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x-2 < 1$$

$$\Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

(معارله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

-۵۱

(همید علیزاده)

در هر تابع، به ازای هر x از مجموعه A دقیقاً یک y از مجموعه B نسبت داده می‌شود، بنابراین گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» تابع نیستند و فقط گزینه «۱» تابع است.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

-۵۲

(همید علیزاده)

مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی، $180(n-2)$ درجه است؛ یعنی به ازای هر

n یک جواب برای مجموع زوایای داخلی n ضلعی به دست می‌آید.

رابطه گزینه دو تابع نیست چون ممکن است دو فرد با سن یکسان دارای قدهای متفاوتی باشند.

رابطه‌ای که به هر عدد ریشه پنجم آن را نسبت می‌دهد به صورت $y = \sqrt[5]{n}$ است

که تابع می‌باشد.

رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی عکس مجذور آن را نسبت می‌دهد به صورت

$$a_n = \frac{1}{n^2} \text{ و } n \in \mathbb{N} \text{ می‌باشد که تابع است.}$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(مجتبی مباحثی)

رابطه «الف» تابع است، زیرا بر یک خط بی‌نهایت عمود می‌شود اما دقیقاً یک خط وجود دارد که هم عمود شود و هم عرض از مبدأ آن صفر باشد (عرض از مبدأ صفر باشد یعنی خط از مبدأ مختصات عبور کند).

رابطه (ب) تابع نیست، چون هر عدد مثبت دو ریشه چهارم دارد.

رابطه (ج) تابع است، چون قدرمطلق هر عدد، تنها یک عدد است.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب «رسی»)

۴

۳

۲✓

۱

(امیر محمودیان)

دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x+2$ وجود دارد، پس برای تابع شدن رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \text{ یا } x = 2$$

به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2,0), (0,0), (2,0), (2,0)\}$$

که تابع است.

به ازای $x = -1$:

$$\{(1,-1), (1,1), (1,-1), (4,-1)\}$$

تابع نیست.

به ازای $x = 2$:

$$\{(4,8), (-2,4), (4,8), (-2,2)\}$$

تابع نیست.

تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب «رسی»)

۴

۳

۲✓

۱

(مجتبی مباحثی)

چون مؤلفه‌های اول $(۱, ۴)$ و $(۱, mn)$ با هم مساوی هستند و رابطه تابع است، باید $mn = ۴$ باشد، چون m و n اعداد طبیعی هستند، حالت‌های زیر ممکن است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{حالت الف: } m = n = ۲ \\ \text{حالت ب: } m = ۱, n = ۴ \\ \text{حالت ج: } m = ۴, n = ۱ \end{array} \right.$$

حالت الف) اگر $m = n = ۲$ باشد، پس: $(m + n, ۸) = (۴, ۸)$. چون زوج مرتب $(۴, ۵)$ نیز وجود دارد، پس رابطه تابع نمی‌شود.

حالت ب) اگر $m = ۱$ و $n = ۴$ باشد، پس $(۲m - ۱, ۳) = (۱, ۳)$. چون زوج مرتب $(۱, ۴)$ نیز وجود دارد پس رابطه تابع نمی‌شود.

حالت ج) اگر $m = ۴$ و $n = ۱$ باشد، رابطه به صورت زیر به دست می‌آید که تابع است.

$$f(x) = \{(۱, ۴), (۵, ۸), (۷, ۳), (۴, ۵)\}$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سهند ولی‌زاده)

-۶۲

$$a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a + 4) = 0 \begin{cases} a = 1 \\ a = -4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=1} f = \{(-1, 4), (-1, 5), (4, 4)\} \quad \text{غقق}$$

$$\xrightarrow{a=-4} f = \{(-1, 4), (4, 0), (4, 4)\} \quad \text{غقق}$$

(تابع، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰ کتاب درسی)


۴

۳ ✓

۲

۱

در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از آنجا که $a < 0$ است، دهانه سهمی رو به پایین

است. یعنی: 

طول رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} \quad b > 0, a < 0 \rightarrow x > 0$$

دلتای سهمی را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \xrightarrow{a < 0, c > 0} ac < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0$$

پس این سهمی در دو نقطه محور x ها را قطع می‌کند.

به ازای $x = 0$ نیز $y = c$ است و چون $c > 0$ است، در نتیجه گزینه «۳» صحیح است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مختصات رأس سهمی $(2, 8)$ است. حال مختصات رأس سهمی را در گزینه‌ها چک می‌کنیم:

گزینه «۱»: ضریب x^2 باید منفی باشد، پس گزینه «۱» نادرست است.

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-1)} = -1 \neq 2$$

گزینه «۲»: نادرست

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2(-\frac{1}{2})} = -2 \neq 2$$

گزینه «۳»: نادرست

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$$

گزینه «۴»: درست

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

روش اول: نقطه $(0, 2)$ بر روی سهمی قرار دارد، بنابراین:

$$y = ax^2 + bx + c \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2$$

همچنین $x = -1$ و $x = 2$ ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ است، در نتیجه:

$$a(-1)^2 + b(-1) + 2 = 0 \Rightarrow a - b = -2$$

$$a(2)^2 + b(2) + 2 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ 2a - 2b = -4 \end{cases} \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = -2 \xrightarrow{a=-1} -1 - b = -2 \Rightarrow b = 1$$

$$y = ax^2 + bx + c = -x^2 + x + 2$$

با توجه به معادله سهمی، این سهمی از نقطه $(5, -18)$ عبور می‌کند.

$$y = -x^2 + x + 2 = -(5)^2 + 5 + 2 = -25 + 7 = -18$$

روش دوم: ابتدا معادله سهمی را به دست می‌آوریم. چون سهمی محور x ها را در (-1) و (2) قطع کرده است، پس (-1) و (2) ریشه‌های سهمی هستند. بنابراین ضابطه سهمی به شکل $y = a(x+1)(x-2)$ است. برای به دست آوردن a توجه شود که سهمی از نقطه $(0, 2)$ عبور می‌کند. بنابراین:

$$y = a(x+1)(x-2) \xrightarrow[\substack{x=0 \\ y=2}]{} 2 = a(1)(-2) \Rightarrow a = -1$$

پس معادله سهمی به شکل $y = -(x+1)(x-2) = -x^2 + x + 2$ است. با

بررسی گزینه‌ها معلوم می‌شود که سهمی فوق از نقطه $(5, -18)$ عبور می‌کند.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

ابتدا رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-8)}{2 \times 2} = 2 \xrightarrow{\text{روی خط } y = -x}$$

$$y = -x \xrightarrow{x=2} y = -2 \Rightarrow -2 = 2(2)^2 - 8(2) + a + 1$$

$$\Rightarrow a - 7 = -2 \Rightarrow a = 5$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۴

(امیر زراندوز)

عرض نقاط **A** و **B** یکسان است، پس طول رأس سهمی برابر است با میانگین طول‌های **A** و **B**:

$$x_S = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

از طرفی گفته شده کمترین مقدار تابع برابر (-5) است لذا عرض رأس هم (-5) می‌باشد. پس مختصات رأس به صورت $S(2, -5)$ می‌باشد و داریم:

$$(2, -5) = (m, n) \Rightarrow \frac{n}{m} = -\frac{5}{2}$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۹

(مصطفی بهنام مقدم)

خط $y = -\frac{5}{2}$ و منحنی سهمی فقط یک نقطه تلاقی دارند. بنابراین آن نقطه رأس سهمی است و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{5}{2}$ است. پس:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \times \frac{1}{2} \times m - 9}{4 \times \frac{1}{2}} = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow 2m - 9 = -5 \Rightarrow 2m = 4 \Rightarrow m = 2$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

باید $y = 3x^2 + mx + 1$ همواره بزرگتر از $y = 2x^2 + x - 2$ باشد. یعنی:

$$3x^2 + mx + 1 > 2x^2 + x - 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x^2 + mx - x + 1 + 2 > 0 \\ \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 3 > 0$$

پس $x^2 + (m-1)x + 3$ باید همواره مثبت باشد. پس برای این منظور باید

Δ آن منفی و ضریب x^2 مثبت باشد. ضریب x^2 برابر ۱ و مثبت است. پس فقط کافی است $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta = (m-1)^2 - 4(1)(3) = m^2 - 2m + 1 - 12 = m^2 - 2m - 11 < 0$$

برای حل نامعادله $\Delta < 0$ عبارت درجه ۲ بر حسب m را تعیین علامت می‌کنیم. ابتدا برای یافتن ریشه‌ها، Δ را به دست آوریم.

$$m^2 - 2m - 11 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(-11) = 48$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{2 + \sqrt{48}}{2} = \frac{2 + 4\sqrt{3}}{2} = 1 + 2\sqrt{3} \\ m_2 = \frac{2 - \sqrt{48}}{2} = \frac{2 - 4\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 - 2m - 11}{m^2 - 2m - 11} \quad \begin{array}{c|cc} & m_2 & m_1 \\ \hline & + & - \\ & \circ & \circ \end{array} \quad \begin{array}{c} + \\ - \\ + \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{جواب: } 1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مبتنی مباحثی)

برای این که حاصل ضرب $(1+x)(1-|x|)$ مثبت باشد، یا هر دو عبارت باید مثبت باشند یا هر دو عبارت باید منفی باشند.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1+x > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1-|x| > 0 \Rightarrow 1 > |x| \Rightarrow -1 < x < 1 \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{دو جواب}]{\text{اشتراک}} (-1, 1) \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1+x < 0 \Rightarrow x < -1 \\ 1-|x| < 0 \Rightarrow 1 < |x| \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{array} \right\}$$

$$\xrightarrow[\text{دو جواب}]{\text{اشتراک}} x < -1 \quad (2)$$

جواب اصلی اجتماع جواب‌های (۱) و (۲) است.

$$(-1, 1) \cup (-\infty, -1)$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(سهند ولی زاده)

$$x = a \text{ ریشه نامعادله است.} \quad ax - 4 < 0 \quad , \quad (-\infty, a)$$

$$\xrightarrow{x=a} a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow 2x - 4 < 0 \Rightarrow x < 2 \text{ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow -2x - 4 < 0 \Rightarrow x > -2 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=2} 4x^2 + 4x + 1 \leq 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

x	-	$-\frac{1}{2}$	+
$4x^2 + 4x + 1$	+	○	+

$$\text{جواب: } \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سهند ولی زاده)

$$-3 \leq \frac{2x-1}{3} < 1 \xrightarrow{\times 3} -9 \leq 2x-1 < 3 \xrightarrow{+1} -8 \leq 2x < 4$$

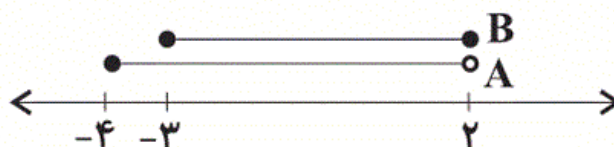
$$\xrightarrow{\div 2} -4 \leq x < 2 \Rightarrow A = [-4, 2)$$

$$x^2 + x - 6 \leq 0$$

$$(x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-3 \end{cases}$$

x	-3	2	
$x^2 + x - 6$	+	⊖	⊖

$$\Rightarrow B = [-3, 2]$$



$$A \cap B = [-3, 2)$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان)

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x+1 < 1-x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1-x < x+5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < x < 0$$

$$\Rightarrow x \in (-2, 0) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

$$|3x+a| < b+1 \Rightarrow |3x-2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x-2 < 1$$

$$\Rightarrow 1 < 3x < 3 \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-x^2 + 2x - 3$	-		-
$(2x-1)^2$	+	○	+
عبارت	-	تعریف نشده	-

$$\Rightarrow x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{2}, +\infty \right)$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مصطفی بنیامقدم)

-۸۲

$$-\frac{2}{3} < \frac{x}{3} + 1 < \frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{2}{3} - 1 < \frac{x}{3} < \frac{2}{3} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{-2-3}{3} < \frac{x}{3} < \frac{2-3}{3} \Rightarrow -\frac{5}{3} < \frac{x}{3} < -\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\times 3} -5 < x < -1 \Rightarrow x \in (-5, -1)$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

هر یک از عبارتهای صورت و مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } x = 1 \\ x = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

سپس جدول تعیین علامت را می‌کشیم:

x	0	1	2	4
$x^2 - 5x + 4$	+	+	-	-
x	-	+	+	+
$x^2 - 4x + 4$	+	+	+	+
P(x)	-	ت ن	+	ت ن

با توجه به جدول تعیین علامت، $P(x)$ ، تنها به ازای عدد طبیعی یک‌رقمی $x = 3$ عبارت منفی خواهد شد.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

شرط آن که عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی باشد آن

است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 یعنی a نیز منفی باشد. پس:

$$\begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2)^2 - 4(-1)(-m+1) < 0 \end{cases}$$

$$4 - 4m + 4 < 0 \Rightarrow 4m > 8 \Rightarrow m > 2$$

$$4 - 4m + 4 < 0 \Rightarrow 4m > 8 \Rightarrow m > 2$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا ریشه‌های $A = 0$ را در صورت وجود به دست می‌آوریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4(3)(4) = 64 - 48 = 16$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 + 4}{6} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{8 - 4}{6} = \frac{2}{3}$$

x	$\frac{2}{3}$	2
A	+ ϕ	- ϕ +

پس مجموعه جواب به صورت $(\frac{2}{3}, 2)$ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(سهند ولی‌زاده)

با توجه به جدول تعیین علامت، عبارت درجه ۲ یک ریشه مضاعف دارد و ضریب

x^2 منفی است. لذا $x = -\frac{1}{2}$ ریشه تکراری و طول رأس عبارت (سهمی) می‌باشد.

$$x = -\frac{b'}{2a'} = \frac{-2a}{2a+4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4a = 2a + 4 \Rightarrow a = 2 \quad (1)$$

$$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2 \quad (2) \Rightarrow (1) \cap (2) = \emptyset$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

$$P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15} = \frac{1}{(x+5)(x-3)}$$

		-5		3	
P(x)	+		-		+
		تعریف نشده		تعریف نشده	

با توجه به گزینه‌ها در بازه $(-5, 3)$ علامت $P(x)$ تغییر نمی‌کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

-۷۸

(مهروی تک)

می‌دانیم برای این که سهمی پایین محور x ها باشد، باید $a < 0$ و $\Delta < 0$ باشد،
یعنی:

$$m < 0 \quad (1)$$

$$\Delta = \frac{m^2}{4} + 16m < 0 \Rightarrow m^2 + 64m < 0 \Rightarrow m(m + 64) < 0$$

$$\Rightarrow -64 < m < 0 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -64 < m < 0$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۹۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۷۱

(علی ارجمند)

ابتدا عبارت A را تجزیه می‌کنیم:

$$A = (x-1)(2x+3) \Rightarrow x = -\frac{3}{2}, x = 1 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}, b = 1$$

$$\Rightarrow b - 2a = 1 - 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 4$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۱۶ تا ۱۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۹۱

(مسین فابیو)

از برخورد نیمسازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع با اضلاع متفاوت، یک مستطیل ایجاد می‌شود. اگر متوازی‌الاضلاع لوزی باشد (یعنی اضلاع مجاور آن با هم برابر باشند)، از برخورد نیمسازهای داخلی آن یک نقطه حاصل می‌شود.

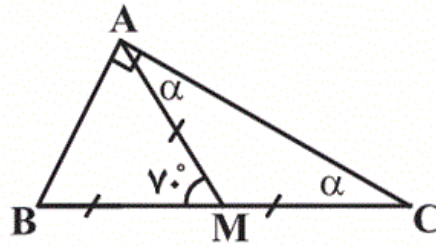
(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس با توجه به شکل، زاویه $\widehat{AMB} = 70^\circ$ ، برای مثلث متساوی‌الساقین $\triangle AMC$ ، زاویه خارجی است، پس:

$$\widehat{AMB} = \alpha + \alpha \Rightarrow 70^\circ = 2\alpha \Rightarrow \alpha = 35^\circ$$

(پندر ضلعی‌ها، صفحه ۶۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲

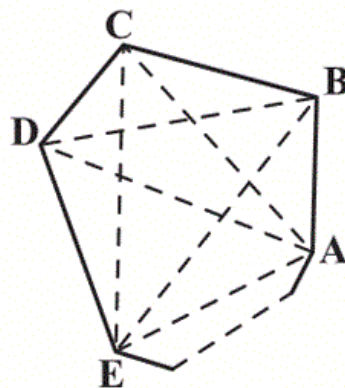
۱ ✓

با توجه به این‌که از هر رأس یک n ضلعی، $n-3$ قطر می‌گذرد شاید به نظر بیاید که از ۵ رأس متوالی آن $5 \times (n-3)$ قطر می‌گذرد، اما با توجه به شکل «الف» اقطار AC ، AD ، AE ، BD ، BE و CE هر کدام دو بار شمرده می‌شوند. پس تعداد قطرهای گذرنده از ۵ رأس متوالی در یک n ضلعی برابر است با $5 \times (n-3) - 6$ و در نتیجه:

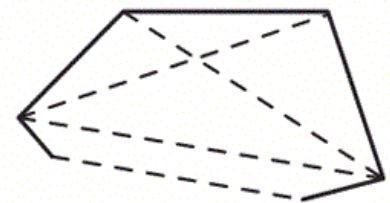
$$5 \times (n-3) - 6 = 24 \Rightarrow n = 9$$

با توجه به همین روش شمارش در شمردن اقطار چهار رأس متوالی، سه قطر دو بار شمرده می‌شوند (شکل ب). پس تعداد اقطار گذرنده از چهار رأس متوالی در یک ۹ ضلعی برابر است با:

$$4 \times 6 - 3 = 21$$



(الف)



(ب)

(پندر ضلعی‌ها، صفحه ۵۵ کتاب درسی)

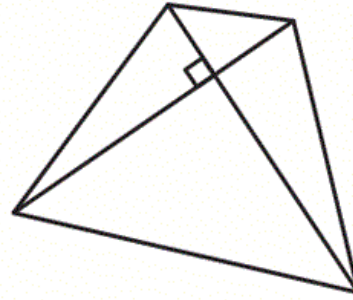
۴ ✓

۳

۲

۱

در شکل زیر قطرهای بر هم عمودند در صورتی که چهارضلعی لوزی نیست.



(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۱ کتاب درسی)

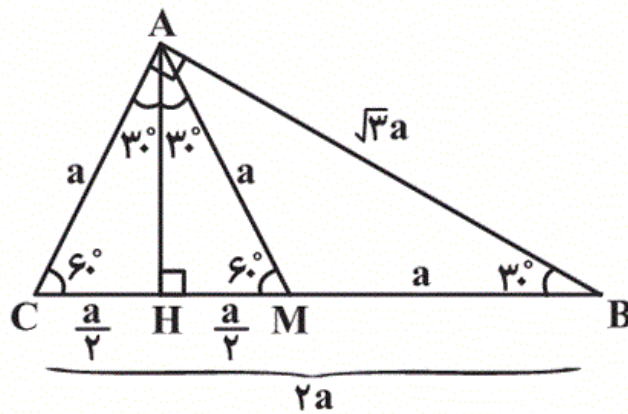
۴

۳

۲

۱

طول ضلع روبه‌روی زاویه $\hat{B} = 30^\circ$ را a در نظر می‌گیریم. با توجه به شکل، داریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} S(\triangle ABC) = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{a \times a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \\ HM = 1 \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2 \end{array} \right. \Rightarrow S(\triangle ABC) = 2\sqrt{3}$$

(پنر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۰ و ۶۴ کتاب درسی)

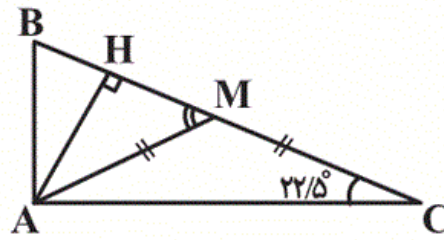
۴

۳

۲

۱

میانۀ AM را رسم می‌کنیم و با توجه به این که $AM = MC = \frac{BC}{2}$ ، مثلث AMC متساوی‌الساقین است.



بنابراین $\hat{CAM} = 22.5^\circ$ ، از اینجا داریم:

$$\hat{AMB} = \hat{MCA} + \hat{CAM} = 45^\circ$$

بنابراین مثلث AHM قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین است. بنابراین:

$$AH = HM = \frac{AM}{\sqrt{2}} \Rightarrow AH = \frac{AM}{\sqrt{2}} \xrightarrow{AM = \frac{BC}{2}} AH = \frac{BC}{2\sqrt{2}}$$

بنابراین BC (وتر)، $2\sqrt{2}$ برابر AH (کوچک‌ترین ارتفاع) است.

تذکر: کوچک‌ترین ارتفاع، ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع (وتر) می‌باشد.

(پنر ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۰ و ۶۴ کتاب درسی)

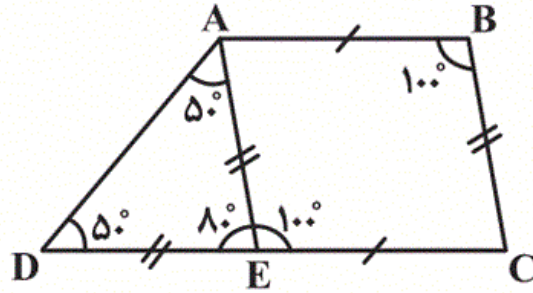
۴ ✓

۳

۲

۱

از A خطی موازی BC رسم می‌کنیم تا CD را در E قطع کند.



چهارضلعی $ABCE$ متوازی‌الاضلاع است، پس ضلع‌های روبه‌رو هم اندازه

هستند و زاویه‌های روبه‌رو برابر. از طرفی $CD = AB + BC$ پس داریم:

$$\begin{cases} CD = DE + EC \\ AB = EC \end{cases} \Rightarrow CD = DE + AB \Rightarrow BC = DE = AE$$

پس مثلث ADE متساوی‌الساقین است، پس:

$$\hat{ADE} = \hat{EAD} = 50^\circ$$

از طرفی زاویه‌های D و A مکمل هستند، پس:

$$\hat{DAB} = 130^\circ$$

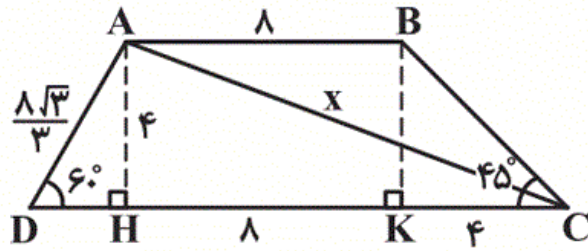
(پن‌ضلعی‌ها، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۱ تا ۶۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



در مثلث قائم‌الزاویه ADH ، داریم:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AD \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین BCK ، داریم:

$$CK = BK \Rightarrow CK = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه ACH ، داریم:

$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{4^2 + 12^2} = 4\sqrt{10}$$

(پن‌ضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۱ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴

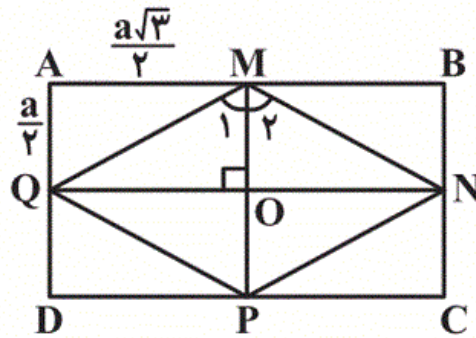
۳ ✓

۲

۱

عرض این مستطیل را a و طول آن را $a\sqrt{3}$ در نظر می‌گیریم.

مطابق شکل، داریم:



$$OQ = \sqrt{3}OM \xrightarrow{\triangle OMQ} \hat{M}_1 = 60^\circ$$

به طور مشابه $\hat{M}_2 = 60^\circ$ ، در نتیجه:

$$\hat{QMN} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

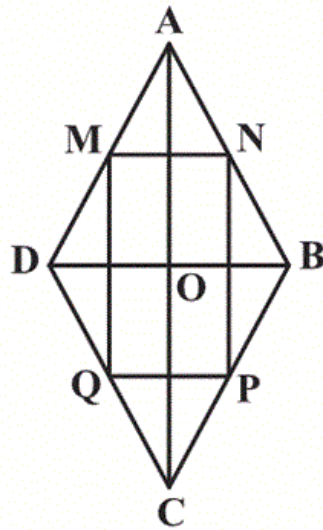
(پنذضلعی‌ها، صفحه ۶۱۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱



از به هم وصل کردن متوالی وسط‌های اضلاع یک لوزی، یک مستطیل حاصل می‌شود که طول هر ضلع آن نصف طول قطری از لوزی است که موازی با آن ضلع مستطیل است. بنابراین داریم:

$$\text{محیط مستطیل} = 2(MN + NP) = 2\left(\frac{1}{2}BD + \frac{1}{2}AC\right) = AC + BD$$

از طرفی طبق نامساوی مثلثی در مثلث OAB داریم:

$$OA + OB > AB \xrightarrow{AB=5} OA + OB > 5 \xrightarrow{\times 2} AC + BD > 10$$

بنابراین محیط مستطیل مورد نظر باید بزرگ‌تر از ۱۰ باشد که در بین گزینه‌ها تنها عدد ۱۱ برای آن امکان پذیر است.

(پنر ضلعی‌ها، صفحه ۶۴ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱