



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

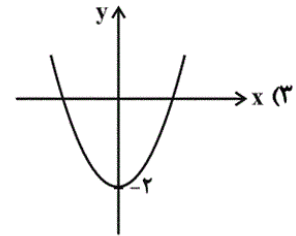
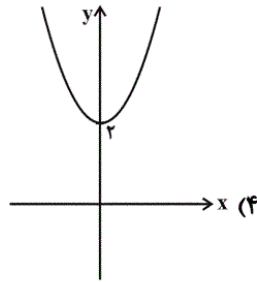
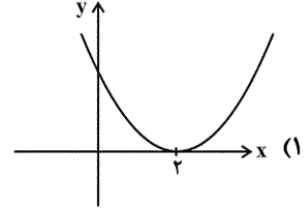
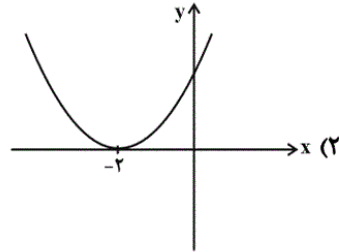
[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، نمودار تابع درجه ۲ - ۶ سوال -

۵۵- نمودار تابع $y = x^2 + 2$ شبیه کدام گزینه است؟



۵۶- معادله محور تقارن سهمی $y = 4x^2 - 2x - 3$ کدام است؟

$y = \frac{13}{4}$ (۴)

$y = -\frac{13}{4}$ (۳)

$x = \frac{1}{4}$ (۲)

$x = -\frac{1}{4}$ (۱)

۵۷- اگر مختصات رأس سهمی $y = ax^2 + bx - 1$ نقطه $(3, 8)$ باشد، ab کدام است؟

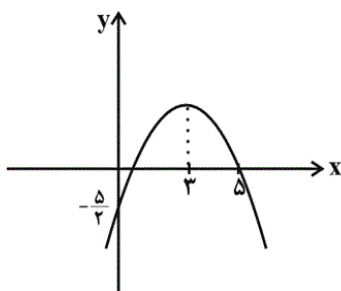
$\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{2}{3}$ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

۵۸- با توجه به نمودار شکل زیر، معادله سهمی کدام است؟



$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ (۲)

$y = \frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ (۱)

$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$ (۴)

$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$ (۳)

۵۹- اگر $x + 2a = 6$ باشد، کمترین مقدار $y = x^2 + a^2$ کدام است؟

$$\frac{18}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{36}{5} \quad (۳)$$

$$\frac{54}{5} \quad (۲)$$

$$\frac{72}{5} \quad (۱)$$

۶۰- اگر تابع درآمد x کالا به صورت $y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$ ، تابع هزینه آن به صورت $y = ax + 40$ و حداکثر سود برابر با ۸۸ باشد،

هزینه تولید ۱۵ کالا کدام است؟

$$250 \quad (۴)$$

$$730 \quad (۳)$$

$$690 \quad (۲)$$

$$210 \quad (۱)$$

ریاضی و آمار ۱، گردآوری داده ها - ۴ سوال

۵۱- مرسومترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم ... است.

دادگان‌ها (۴)

مصاحبه (۳)

پرسش‌نامه (۲)

مشاهده (۱)

۵۲- برای بررسی «میزان بنزین مصرف شده در کل کشور در ماه گذشته»، «میانگین سن ازدواج در یک استان در سال قبل» و «میزان

استفاده دانش‌آموزان یک کلاس از شبکه‌های اجتماعی» به ترتیب کدام روش گردآوری داده‌ها مناسب است؟

مشاهده - پرسش‌نامه - مشاهده (۲)

دادگان‌ها - پرسش‌نامه - پرسش‌نامه (۱)

دادگان‌ها - دادگان‌ها - پرسش‌نامه (۴)

مشاهده - دادگان‌ها - دادگان‌ها (۳)

۵۳- نوع چند متغیر به درستی مشخص شده است؟

(الف) تعداد مشتریان یک فروشگاه: کمی نسبتی

(ب) جنسیت مشتریان یک فروشگاه: کیفی اسمی

(پ) نوع کالاهای فروخته شده: کیفی اسمی

(ت) قیمت اجناس فروشگاه: کمی نسبتی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۴- در مورد آماره و پارامتر، کدام مطلب همواره صحیح است؟

(۱) مقدار پارامتر، لزوماً بزرگتر از مقدار هر آماره‌ای نیست.

(۲) پارامتر، مربوط به نمونه تصادفی است ولی آماره مربوط به کل جامعه آماری است.

(۳) پارامتر و آماره را نمی‌توان برای متغیرهای کیفی محاسبه کرد.

(۴) مقدار پارامتر، معمولاً مشخص است ولی مقدار آماره معمولاً مجهول است.

۶۱- رأس سهمی به معادله $y = -x^2 + ax + 5$ بر روی خط به معادله $x = 2$ قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه زیر می‌گذرد؟
 (۱) $(-1, 4)$ (۲) $(-1, 5)$ (۳) $(1, 8)$ (۴) $(1, 9)$

۶۲- به ازای کدام مقدار a بیش‌ترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 20x - 120$ برابر 180 است؟

(۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۶۳- نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه محوره‌های مختصات نمی‌گذرد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۶۴- رأس سهمی به معادله $y = 2(2x+1)^2 - 3$ کدام است؟

(۱) $(\frac{1}{2}, -3)$ (۲) $(-\frac{1}{2}, -3)$ (۳) $(-1, -3)$ (۴) $(-1, -1)$

۶۵- مستطیل‌هایی با ابعاد متفاوت موجود است. به طوری که به ازای هر یک واحد که به عرض مستطیل افزوده شود، ۲ واحد از طول آن کم

می‌شود. باریک‌ترین آن‌ها به ابعاد ۲۰ و ۶۰ می‌باشد. بیش‌ترین مساحت بین این مستطیل‌ها کدام است؟

(۱) ۱۲۵۰ (۲) ۱۲۷۵ (۳) ۱۳۲۵ (۴) ۱۳۵۰

۶۶- برای بررسی درصد بیکاران استان کردستان، کدام جامعه آماری مناسب است؟

(۱) بیکاران استان کردستان
 (۲) افراد شاغل در استان کردستان
 (۳) تمام افرادی که در استان کردستان به سن اشتغال رسیده‌اند.
 (۴) کل جمعیت استان کردستان

۶۷- در کدام مورد لزوماً عمل سرشماری انجام نشده است؟

(۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.
 (۲) نمونه برابر جامعه آماری باشد.
 (۳) اندازه نمونه برابر اندازه جامعه باشد.
 (۴) نمونه، زیر مجموعه جامعه آماری باشد.

۶۸- در یک دانشکده که ۳۰۰ دانشجو دارد، نسبت تعداد دختران به کل دانشجویان $\frac{۱۸۰}{۳۰۰}$ است. در کلاس عربی، نسبت دختران به کل افراد

کلاس $\frac{۲۰}{۲۷}$ است و در کلاس ریاضی، این نسبت برابر با $\frac{۱۷}{۲۱}$ است. با توجه به متن ذکر شده و همچنین مفهوم پارامتر و آماره کدام

گزینه صحیح است؟

(۱) نسبت $\frac{۱۸۰}{۳۰۰}$ را آماره می‌گویند. (۲) نسبت‌های $\frac{۲۰}{۲۷}$ و $\frac{۱۷}{۲۱}$ را آماره می‌گویند.

(۳) نسبت $\frac{۲۰}{۲۷}$ را آماره و نسبت $\frac{۱۷}{۲۱}$ را پارامتر می‌گویند. (۴) نسبت $\frac{۱۲۰}{۳۰۰}$ را آماره‌ای می‌گویند که تعداد پسران دانشکده را نشان می‌دهد.

۶۹- تحقیقی بر روی اسامی ثبت شده در سازمان ثبت ملی صورت گرفته است. این تحقیق با کدام یک از روش‌های گردآوری داده‌ها صورت

گرفته است؟

(۱) مشاهده (۲) مصاحبه (۳) پرسش‌نامه (۴) دادگان‌ها

۷۰- در کدام گزینه، نوع یا مقیاس متغیر، نادرست بیان شده است؟

(۱) درآمد افراد: کمی نسبتی (۲) جنسیت افراد: کیفی اسمی
(۳) دمای هوای شهرها: کمی نسبتی (۴) رتبه در کنکور: کیفی ترتیبی

-۵۵

(ممد بهیرایی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

مختصات رأس سهمی $y = x^2 + 2$ همان نقطه $(0, 2)$ می باشد که با توجه به جدول زیر نمودار آن را رسم می کنیم:

x	-۱	۰	۱
y	۳	۲	۳

که نمودار آن مطابق نمودار گزینه «۴» است.

۴

۳

۲

۱

-۵۶

(شقایق راهبریان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

معادله محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ بدست می آید که همان طول رأس سهمی می باشد:

$$y = 4x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$x_s = -\frac{(-2)}{2 \times (4)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

۴

۳

۲

۱

-۵۷

(امیر محمودیان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

در رابطه سهمی $y = ax^2 + bx + c$ ، طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است، یعنی:

$$x_s = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow b = -6a \quad (1)$$

از طرفی سهمی از نقطه $(3, 8)$ می گذرد. پس مختصات این نقطه را می توانیم در سهمی جایگذاری کنیم.

$$8 = a(3)^2 + b(3) - 1 \Rightarrow 9a + 3b = 9 \xrightarrow{b = -6a}$$

$$9a + 3(-6a) = 9 \Rightarrow 9a - 18a = 9 \Rightarrow -9a = 9$$

$$\Rightarrow a = -1 \xrightarrow{(1)} b = -6 \times (-1) \Rightarrow b = 6$$

$$ab = (-1) \times (6) = -6$$

۴

۳

۲

۱

(هاری پلاور، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

چون دهانه سهمی رو به پایین باز می‌شود پس در معادله سهمی می‌بایست ضریب x^2 منفی باشد، لذا گزینه‌های (۱) و (۳) رد می‌شوند.

از طرفی با توجه به نمودار طول رأس سهمی برابر $x=3$ است. با توجه به گزینه‌های (۲) و (۴) طول رأس آن‌ها را می‌یابیم و با طول رأس نمودار مقایسه می‌کنیم:

$$۲) y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس: } x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 3 \quad \checkmark$$

$$۴) y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2} \Rightarrow \text{طول رأس: } x_s = -\frac{(-3)}{2 \times (-\frac{1}{2})} = -3 \quad \times$$

پس ضابطه مربوط به گزینه «۲» صحیح است.

۴

۳

۲✓

۱

(شقایق راهبریان، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰)

ابتدا با استفاده از رابطه $x+2a=6$ مقدار a را بر حسب x می‌یابیم و در رابطه $y = x^2 + a^2$ قرار می‌دهیم، تا رابطه y بر حسب x بدست آید، داریم:

$$x+2a=6 \Rightarrow 2a=6-x \Rightarrow a=3-\frac{x}{2} \quad (۱)$$

$$y = x^2 + a^2 \xrightarrow{(۱)} y = x^2 + \left(3-\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 + 9 - 3x + \frac{x^2}{4} = \frac{5}{4}x^2 - 3x + 9$$

حال برای بدست آوردن کمترین مقدار y کافی است مختصات رأس سهمی y را بیابیم:

$$y = \frac{5}{4}x^2 - 3x + 9 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \left\{ \begin{array}{l} a = \frac{5}{4} \\ b = -3 \\ c = 9 \end{array} \right. \quad y = ax^2 + bx + c$$

$$\text{طول رأس سهمی: } x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x_s = -\frac{(-3)}{2 \times (\frac{5}{4})} = \frac{3}{\frac{5}{2}} = \frac{6}{5}$$

$$\text{عرض رأس سهمی: } y_s = \frac{5}{4} \times \left(\frac{6}{5}\right)^2 - 3 \times \frac{6}{5} + 9 = \frac{5}{4} \times \frac{36}{25} - \frac{18}{5} + 9 = \frac{9}{5} - \frac{18}{5} + 9 = \frac{36}{5}$$

۴

۳✓

۲

۱

$$x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{30-a}{2(-\frac{1}{2})} = 30-a$$

$$y = -\frac{1}{2}(30-a)^2 + (30-a)(30-a) - 40 = -\frac{1}{2}(900 - 60a + a^2)$$

$$+(900 - 60a + a^2) - 40 = \frac{1}{2}a^2 - 30a + 410$$

$$\text{حداکثر سود} = 88 \Rightarrow \frac{1}{2}a^2 - 30a + 410 = 88 \Rightarrow \frac{1}{2}a^2 - 30a + 322 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-30)^2 - 4(\frac{1}{2})(322) = 900 - 644 = 256$$

$$a = \frac{30 \pm \sqrt{256}}{1} \Rightarrow a = 30 + 16 = 46 \text{ یا } a = 30 - 16 = 14$$

از آنجا که $30 - a$ باید عددی مثبت باشد (زیرا به ازای تولید این تعداد کالا، سود حداکثر خواهد شد) پس $a = 14$ قابل قبول است: $y = 14x + 40$ تابع هزینه است. $14 \times 15 + 40 = 250$ هزینه تولید 15 کالا

 4 ✓

 3

 2

 1

(فریبه هاشمی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۷)

۵۱-

روش پرسش‌نامه، مرسوم‌ترین ابزار گرفتن اطلاعات از مردم است.

 4

 3

 2 ✓

 1

(امیر محمودیان، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۶ و ۷۷)

۵۲-

– میزان بنزین مصرف شده در کل کشور، جزء اطلاعات موجود است و می‌توان با مراجعه به آن، اطلاعات مورد نیاز را به دست آورد. پس بهترین روش گردآوری در این مورد، دادگان‌ها است.

– میانگین سن ازدواج در یک استان نیز تنها با استفاده از دادگان‌ها قابل بررسی است زیرا این اطلاعات از قبل موجود است.

– برای بررسی میزان استفاده دانش‌آموزان یک کلاس از شبکه‌های اجتماعی، از آنجا که داده‌هایی از قبل وجود ندارد، پرسش‌نامه روش مناسبی است. زیرا مشاهده در این مورد امکان‌پذیر نیست.

 4 ✓

 3

 2

 1

(امیر محمودیان، گردآوری داده‌ها، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

الف) تعداد مشتریان قابل مرتب کردن است و اختلاف بین مقادیر داده‌ها و نسبت داده‌ها با معنا است ← متغیر کمی نسبتی است.

ب) جنسیت مشتریان قابل مرتب کردن از کوچک به بزرگ نیست ← متغیر کیفی اسمی است.

پ) نوع کالاها نیز قابل مرتب کردن از کوچک به بزرگ نیست ← متغیر کیفی اسمی است.

ت) قیمت اجناس قابل مرتب کردن است و اختلاف و نسبت بین مقادیر با معناست و صفر به معنی نبود این ویژگی است ← متغیر کمی نسبتی است.

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرااندوز، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۸ تا ۱۰)

می‌دانیم پارامتر و آماره دو مشخصه عددی هستند که به ترتیب مربوط به جامعه و نمونه می‌باشند. ضمناً مقدار پارامتر معمولاً مجهول است ولی مقدار آماره، مشخص است. ضمناً مقدار پارامتر، لزوماً بزرگتر از آماره نیست. آماره و پارامتر را می‌توان برای متغیرهای کیفی هم بررسی کرد.

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰ کتاب درسی)

رأس سهمی روی خط به معادله $x=2$ قرار دارد که همان طول رأس سهمی است، حال داریم:

$$y = -x^2 + ax + 5 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = -1 \\ b' = a \\ c' = 5 \end{cases}$$

$$y = a'x^2 + b'x + c'$$

$$\text{طول رأس سهمی: } x_s = \frac{-b'}{2a'} \xrightarrow{x_s=2} 2 = \frac{-a}{2 \times (-1)}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$$

پس معادله سهمی به صورت $y = -x^2 + 4x + 5$ است، حال با توجه به گزینه‌ها به ازای $x=1$ و $x=-1$ مقدار y را به دست می‌آوریم:

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y = -(-1)^2 + 4(-1) + 5 = -1 - 4 + 5 = 0 \Rightarrow (-1, 0) \\ y = -(1)^2 + 4 \times (1) + 5 = -1 + 4 + 5 = 8 \Rightarrow (1, 8) \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، گزینه «۳» صحیح است.

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰ کتاب درسی)

در معادله سهمی هنگامی که ضریب x^2 منفی است، عرض رأس سهمی برابر بیشترین مقدار تابع است. پس ابتدا طول رأس سهمی و سپس با استفاده از آن عرض رأس سهمی را به دست می آوریم:

$$y = ax^2 + 20x - 120 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a' = a \\ b' = 20 \\ c' = -120 \end{cases}$$

$$y = a'x^2 + b'x + c'$$

$$\text{طول رأس سهمی: } x_s = \frac{-b'}{2a'} \Rightarrow x_s = \frac{-20}{2 \times a} = -\frac{20}{2a} = -\frac{10}{a}$$

با جایگذاری این مقدار در معادله سهمی، عرض رأس آن به دست می آید:

$$y = a\left(-\frac{10}{a}\right)^2 + 20 \times \left(-\frac{10}{a}\right) - 120$$

$$= a \times \left(\frac{100}{a^2}\right) - \frac{200}{a} - 120$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰ کتاب درسی)

ابتدا با توجه به معادله سهمی، مختصات رأس آن را می‌یابیم، سپس با توجه به جدول زیر از طریق نقطه یابی، نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$y = 2x^2 - 8x + 1$$

$$x_s = \frac{-(-8)}{2 \times 2} = \frac{8}{4} = 2$$

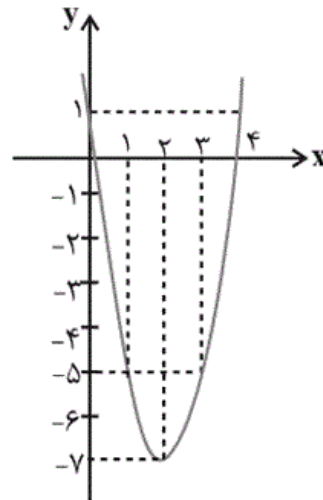
طول رأس سهمی

عرض رأس سهمی برابر است با:

$$y = 2 \times (2)^2 - 8 \times (2) + 1 = 8 - 16 + 1 = -7$$

حال با توجه به جدول زیر داریم:

x	0	1	2	3	4
y	1	-5	-7	-5	1



با توجه به نمودار رسم شده، این نمودار از ناحیه سوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه ۶۳ تا ۷۰ کتاب درسی)

طول رأس سهمی، ریشه عبارت داخل پرانتز می‌باشد که داریم:

$$y = 2(2x+1)^2 - 3$$

$$\Rightarrow \text{طول رأس سهمی} : 2x+1=0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

حال با جایگذاری $x = -\frac{1}{2}$ در معادله سهمی، عرض رأس آن را به دست می‌آوریم:

$$y = 2\left(2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 1\right)^2 - 3$$

$$= 2(-1+1)^2 - 3 = 2 \times (0)^2 - 3 = -3$$

پس مختصات رأس سهمی $(-\frac{1}{2}, -3)$ است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$S = (60 - 2x)(20 + x) \text{ : مساحت مستطیل مورد نظر}$$

$$= 1200 + 60x - 40x - 2x^2$$

$$\Rightarrow S = -2x^2 + 20x + 1200$$

برای به دست آوردن بیشترین مساحت کافی است عرض رأس سهمی مساحت را بیابیم:

$$x_S = \frac{-(20)}{2 \times (-2)} = \frac{-20}{-4} = 5$$

طول رأس سهمی

با جایگذاری $x = 5$ در ضابطه مساحت، بیشترین مقدار مساحت به دست می‌آید:

$$S = -2 \times (5)^2 + 20 \times 5 + 1200 = -2 \times 25 + 100 + 1200$$

$$= -50 + 1300 = 1250$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۶- (کتاب آبی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۲ تا ۷۵ کتاب درسی)

مجموعه تمام افرادی که در استان کردستان به سن اشتغال رسیده‌اند، جامعه آماری هستند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۷- (کتاب آبی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۲ تا ۷۹ کتاب درسی)

اگر نمونه زیرمجموعه جامعه آماری باشد، لزوماً سرشماری انجام نشده است.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۶۸- (کتاب آبی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۸ تا ۸۰ کتاب درسی)

نسبت‌های $\frac{17}{21}$ و $\frac{20}{27}$ هر دو آماره هستند، چون تعداد دختران را در دو نمونه نشان

می‌دهند. ولی $\frac{180}{300}$ بیانگر یک پارامتر است، چون تعداد دختران را در کل دانشکده

نشان می‌دهد. به همین ترتیب نسبت $\frac{120}{300}$ بیانگر یک پارامتر است که نسبت تعداد

پسران دانشکده را نشان می‌دهد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی)

در مواردی که داده‌ها از اطلاعاتی که قبلاً ذخیره شده‌اند به دست می‌آیند، روش گردآوری داده‌ها، دادگان‌ها نامیده می‌شود.

۴ ✓

۳

۲

۱

۷۰- گزینه «۳» (کتاب آبی، گردآوری داده‌ها، صفحه ۸۰ تا ۸۴ کتاب درسی)

دمای هوای شهرها از نوع متغیر کمی است ولی مقیاس آن، فاصله‌ای است؛ چون نسبت دمای هوای دو شهر، بی‌معناست. ضمناً صفر در این جا قراردادی است نه مطلق. یعنی اگر دمای هوای شهری صفر باشد به این معنا نیست که این شهر، دما ندارد.

۴

۳ ✓

۲

۱