



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۸۱- مقدار تابع نمایی $y = a^x$ با افزایش x ، به‌ازای ... رو به رشد است و به‌ازای ... رو به زوال است.

- (۱) $0 < a < 1$ ، $a > 1$
 (۲) $0 < a < 1$ ، $a > 1$
 (۳) $a > 2$ ، $1 < a < 2$
 (۴) $a < 0$ ، $a > 0$

۸۲- اگر با نرخ ۱۲ درصد آخر هر ماه سود بر سرمایه اضافه شود، برای به‌دست آوردن سرمایه پس از ۴ سال، سرمایه فعلی در کدام عدد ضرب می‌شود؟

- (۱) $(1/12)^2$ (۲) $(1/12)^{48}$ (۳) $(1/2)^4$ (۴) $(1/12)^{24}$

۸۳- اگر آهنگ رشد سالانه جمعیت در کشوری ۲۶ درصد باشد، تقریباً پس از چند سال جمعیت این کشور دو برابر می‌شود؟

$$(\log 1/26 \approx 0/1, \log 2 \approx 0/3)$$

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۸

۸۴- سرمایه‌ای را در یک بانک با سود سالانه ۱۰ درصد سرمایه‌گذاری می‌کنیم. پس از چند سال این سرمایه ۴ برابر می‌شود؟

$$(\log 11 \approx 1/04, \log 2 \approx 0/3)$$

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۱۸

۸۵- چنانچه ماده‌ای رو به زوال باشد و در هر ثانیه ۵۰ درصد مقدار خود در ثانیه قبل را داشته باشد، پس از ۳ ثانیه چند درصد از این ماده باقی مانده است؟

- (۱) ۶/۲۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۵ (۴) ۱۲/۵

۸۶- اگر جمعیت کشوری پس از دو سال ۳ برابر شود، آهنگ رشد سالانه این کشور تقریباً چند درصد است؟

- (۱) ۴۸ (۲) ۷۰ (۳) ۵۸ (۴) ۶۲

۸۷- از ۱۰۰ گرم یک عنصر پس از گذشت چند سال ۱۰ گرم باقی می‌ماند؟ (نیم عمر این عنصر ۵۷۰۰ سال و $\log 2 \approx 0/3$ است.)

- (۱) ۱۹۰۰ (۲) ۱۷۰۰ (۳) ۱۹۰۰۰ (۴) ۱۷۰۰۰

۸۸- اگر نیم عمر عنصری برابر $12/3$ سال باشد و میزان این عنصر در چوب یک صندلی قدیمی 40 درصد میزان همان عنصر در چوب یک صندلی

جدید مشابه باشد، سن صندلی قدیمی تقریباً چند سال است؟ $(\log 2 = 0.3)$

- ۱۶/۴ (۱) ۲۲/۶ (۲) ۱۸/۳ (۳) ۲۱/۴ (۴)

۸۹- از یک عنصر رادیواکتیو در مدت 42 دقیقه، $12/5$ درصد باقی می ماند. نیم عمر این عنصر چند دقیقه است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

۹۰- وزن یک قالب یخ بر حسب زمان از فرمول $W_t = W_0 (0.5)^t$ به دست می آید، به طوری که W_t ، وزن یخ بعد از t ساعت و W_0 وزن اولیه

یخ است. بعد از چند ساعت وزن یخ به $\frac{1}{8}$ وزن اولیه می رسد؟

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

ریاضی ۱، معادله‌ی درجه دوم و حل آنها - ۱۰ سوال

۹۱- به ازای کدام مقدار k ، معادله درجه دوم $x^2 + 2kx + 6 = 0$ یک ریشه مضاعف دارد؟

- $\sqrt{6}$ (۱) -2 (۲) $\sqrt{3}$ (۳) 6 (۴)

۹۲- درباره معادله $x^2 - 3x + \sqrt{2} = 0$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) دو جواب حقیقی متمایز دارد. (۲) فقط یک جواب حقیقی دارد.
(۳) جواب حقیقی ندارد. (۴) دو جواب حقیقی قرینه دارد.

۹۳- اگر $x = 3$ یکی از ریشه‌های معادله $x^2 - 5x - (k+1) = 0$ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) -1 (۴)

۹۴- ریشه بزرگ‌تر معادله $(2x+3)^2 = 8$ کدام است؟

- $-3 - 2\sqrt{2}$ (۱) $-3 + 2\sqrt{2}$ (۲) $\frac{-3 - 2\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{-3 + 2\sqrt{2}}{2}$ (۴)

۹۵- مقدار d چه قدر باشد تا یکی از جواب‌های معادله $2x^2 - 5x + d - \frac{1}{p} = 0$ برابر با صفر باشد؟

- صفر (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۵ (۴)

۹۶- کدام یک از معادله‌های زیر جواب حقیقی ندارد؟

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \quad (۴)$$

$$x^2 - 1 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 4 = 0 \quad (۲)$$

$$x^2 - x = 0 \quad (۱)$$

۹۷- کدام معادله زیر ریشه مضاعف دارد؟

$$3x^2 - 6x + 3 = 0 \quad (۴)$$

$$2x^2 - 4x - 1 = 0 \quad (۳)$$

$$x^2 + 5x + 7 = 0 \quad (۲)$$

$$2x^2 - 4x = 0 \quad (۱)$$

۹۸- در معادله درجه دوم $3x^2 + 2x - 5 = 0$ ، قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{8}{3} \quad (۳)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{8}{5} \quad (۱)$$

۹۹- اگر معادله درجه دوم $x^2 + bx + c = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = 4$ باشد، مقدار $b + c$ چه قدر است؟

$$10 \quad (۴)$$

$$-8 \quad (۳)$$

$$8 \quad (۲)$$

$$-16 \quad (۱)$$

۱۰۰- درباره جواب‌های معادله $2(x-1)^2 = (x-2)(x+1)$ کدام گزینه درست است؟

(۲) دو جواب هم‌علامت دارد.

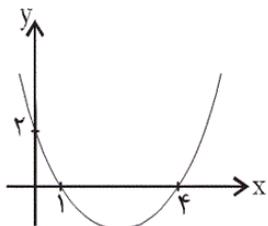
(۱) یک جواب مثبت دارد.

(۴) جواب حقیقی ندارد.

(۳) دو جواب مختلف‌العلامت دارد.

ریاضی ۳، معادله و تابع‌های درجه‌ی دوم - ۱۰ سوال -

۱۰۱- معادله سهمی شکل زیر کدام است؟



$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2 \quad (۲)$$

$$y = 2x^2 - 3x + 2 \quad (۱)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 2 \quad (۴)$$

$$y = x^2 - 5x + 1 \quad (۳)$$

۱۰۲- محور تقارن سهمی $y = 2x^2 + x + 4$ کدام است؟

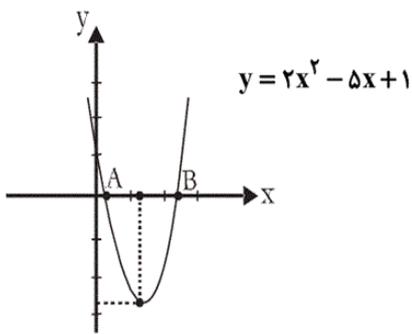
$$x = \frac{1}{4} \quad (۴)$$

$$x = -\frac{1}{4} \quad (۳)$$

$$x = \frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$x = -\frac{1}{2} \quad (۱)$$

۱۰۳- در شکل مقابل، طول پاره خط AB چند واحد است؟



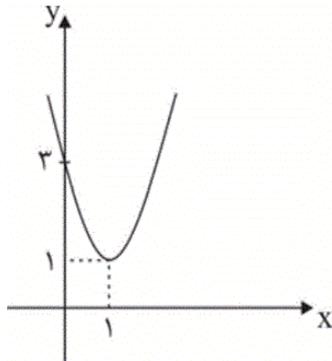
(۲) $2\sqrt{17}$

(۱) $\sqrt{17}$

(۴) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{17}}{2}$

۱۰۴- در سهمی مقابل مقدار y به ازای $x = 2$ کدام است؟



(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۴/۵

(۴) ۵/۵

۱۰۵- رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ نقطه $(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4})$ است و سهمی از مبدأ مختصات می‌گذرد. مقدار a کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) -۱

۱۰۶- کدام گزینه در مورد سهمی به معادله $y = (x-3)^2 - 2$ درست است؟

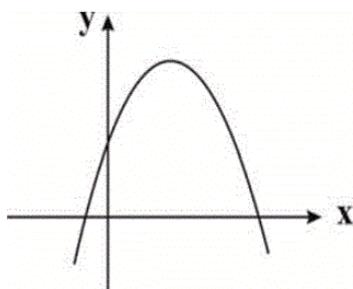
(۲) سهمی دارای بیشترین مقدار است.

(۱) محور تقارن سهمی خط $x = -3$ است.

(۴) عرض نقطه تلاقی سهمی با محور yها برابر ۷ است.

(۳) مختصات رأس سهمی $(-2, 3)$ است.

۱۰۷- معادله سهمی شکل زیر کدام گزینه می‌تواند باشد؟



(۱) $y = -x^2 - 3x + 2$

(۲) $y = x^2 + 5x + 2$

(۳) $y = x^2 - 3x + 2$

(۴) $y = -x^2 + 5x + 2$

۱۰۸- در سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{2}{5}$ ، بیش‌ترین مقدار y کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۴)

$-\frac{11}{50}$ (۳)

$-\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{11}{50}$ (۱)

۱۰۹- کدام گزینه در مورد نمودار دو تابع $y = x^2 + 1$ و $y = -x^2 + 1$ درست است؟

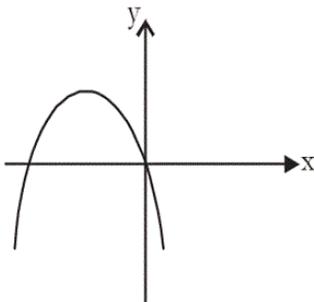
(۱) این دو نمودار یک‌دیگر را در دو نقطه متمایز قطع می‌کنند.

(۲) رأس این دو نمودار روی مبدأ مختصات قرار دارد.

(۳) نمودار این دو تابع در یک نقطه بر هم مماس‌اند.

(۴) هر دو نمودار محور x ها را قطع می‌کنند.

۱۱۰- اگر x_1 و x_2 طول نقاط برخورد نمودار سهمی شکل زیر با محور x ها باشند، کدام گزینه درست است؟ ($P = x_1 \cdot x_2$ ، $S = x_1 + x_2$ و Δ = مبین معادله)



(۱) $\Delta < 0$ و $S < 0$ ، $P = 0$

(۲) $\Delta > 0$ و $S > 0$ ، $P > 0$

(۳) $\Delta < 0$ و $S > 0$ ، $P < 0$

(۴) $\Delta > 0$ و $S < 0$ ، $P = 0$

-۸۱

(مسین اسفینی)

تابع نمایی $y = a^x$ با افزایش x ، به ازای $a > 1$ رو به رشد و به ازای $0 < a < 1$ رو به زوال است.

(ریاضی پایه، مدل سازی ریاضی، صفحه ۹۹)

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(موسا عفتی)

$$r = \frac{12}{100}$$

$$A_t = A_0 (1+r)^t$$

$$A_f = A_0 \left(1 + \frac{12}{100}\right)^{12 \times 4}$$

$$\Rightarrow A_f = A_0 (1 + 0.12)^{48} = A_0 (1/12)^{48}$$

(ریاضی پایه، مدل سازی ریاضی، صفحه های ۹۰ تا ۹۸)

۴

۳

۲

۱

-۸۳

(کوروش داودی)

$$P_t = P_0 (1+r)^t$$

$$\Rightarrow 2P_0 = P_0 (1 + 0.26)^t$$

$$\Rightarrow 2 = 1.26^t \Rightarrow \log 2 = \log 1.26^t$$

$$\Rightarrow \log 2 = t \log 1.26 \Rightarrow t = \frac{\log 2}{\log 1.26} \approx \frac{0.3}{0.1} = 3 \text{ سال}$$

(ریاضی پایه، مدل سازی ریاضی، صفحه های ۹۰ تا ۹۸)

۴

۳

۲

۱

$$A_t = A_0(1+r)^t \Rightarrow 4A_0 = A_0\left(1 + \frac{10}{100}\right)^t$$

$$\Rightarrow 4 = (1/1)^t \xrightarrow{\text{لگاریتم می‌گیریم}} \log 4 = t \log 1/1 \Rightarrow t = \frac{\log 4}{\log 1/1}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2 \log 2}{\log \frac{11}{10}} = \frac{2 \log 2}{\log 11 - \log 10} \Rightarrow t \approx \frac{2(0/3)}{1/04 - 1}$$

$$\Rightarrow t = \frac{0/6}{0/04} = \frac{60}{4} = 15 \text{ سال}$$

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$A_0 \xrightarrow{\text{ثانیه اول}} \frac{1}{2} A_0 \xrightarrow{\text{ثانیه دوم}} \frac{1}{4} A_0 \xrightarrow{\text{ثانیه سوم}} \frac{1}{8} A_0$$

$$\frac{1}{8} \times 100 = 12/5$$

۱۲/۵ درصد از ماده اولیه باقی مانده است.

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۹۱ و ۹۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$P_t = P_0(1+r)^t \text{ و } P_T = 3P_0$$

$$\Rightarrow 3P_0 = P_0(1+r)^T$$

$$\Rightarrow 3 = (1+r)^T \xrightarrow{\text{از طرفین معادله جذر می‌گیریم}} \sqrt[3]{3} = |1+r|$$

$$\Rightarrow 1+r = \pm\sqrt[3]{3} \Rightarrow \begin{cases} r = \sqrt[3]{3} - 1 \approx 0/7 \\ r = -\sqrt[3]{3} - 1 \approx -2/7 \end{cases}$$

مقدار مثبت r قابل قبول است، چون رشد جمعیت داشته‌ایم. در نتیجه آهنگ رشد تقریباً 7% درصد است.

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\frac{10}{100} \times 1000 = \frac{1}{10} \times 1000 = 10\%$$

$$b = \left(\frac{1}{2}\right)^T \Rightarrow \frac{10}{100} = \left(\frac{1}{2}\right)^T \Rightarrow \frac{1}{10} = \left(\frac{1}{2}\right)^T \xrightarrow{\text{از طرفین معادله لگاریتم می‌گیریم}}$$

$$\Rightarrow \log \frac{1}{10} = T \left(\log \frac{1}{2} \right) \Rightarrow (\log 1 - \log 10) = T(\log 1 - \log 2)$$

$$\Rightarrow T \approx \frac{-1}{-0/3} = \frac{10}{3} \Rightarrow t = \frac{10}{3} \times 5700 = 19000$$

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

۴۰ درصد میزان اولیه آن عنصر در جسم باقی مانده و داریم:

$$a^T = b \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^T = \frac{40}{100} = \frac{4}{10}$$

از طرفین معادله
لگاریتم می‌گیریم $\rightarrow T \log \frac{1}{2} = \log \frac{4}{10}$

$$\Rightarrow T(\log 1 - \log 2) = 2 \log 2 - \log 10$$

$$\Rightarrow -0.3T = 0.6 - 1 \Rightarrow T = \frac{-0.4}{-0.3} \Rightarrow t = \frac{4}{3} \times 12/3 = 16/3$$

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left(\frac{1}{2}\right)^T = b \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^T = \frac{12/5}{100} = \frac{1}{8} \Rightarrow T = 3 \text{ دوره}$$

$$\frac{t}{x} = T \Rightarrow \frac{42}{x} = 3 \Rightarrow 3x = 42 \Rightarrow x = 14 \text{ دقیقه}$$

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$W_t = W_0 (0.5)^t \Rightarrow \frac{1}{8} W_0 = W_0 \left(\frac{1}{2}\right)^t \Rightarrow \frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^t$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^t \Rightarrow t = 3 \text{ ساعت}$$

(ریاضی پایه، مدل‌سازی ریاضی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ فقط یک ریشه داشته باشد، یعنی دارای ریشه مضاعف است، پس $\Delta = 0$ است.

$$x^2 + 2kx + 6 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (2k)^2 - 4(1)(6) = 0$$

$$\Rightarrow 4k^2 - 24 = 0 \Rightarrow k^2 = 6 \Rightarrow k = \pm\sqrt{6}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Delta = (-3)^2 - 4\sqrt{2} = 9 - 4\sqrt{2} > 0$$

چون $\Delta > 0$ است، معادله دارای دو جواب حقیقی متمایز است.

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

به جای x در معادله عدد ۳ را قرار می‌دهیم:

$$3^2 - 5 \times 3 - (k+1) = 0 \Rightarrow k = -7$$

$$x^2 - 5x - (-7+1) = 0 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=3 \end{cases}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه ۱۸۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(لیلا حاجی علیا)

$$(2x+3)^2 = 8 \Rightarrow 2x+3 = \pm\sqrt{8} \Rightarrow 2x+3 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 2x = -3 \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3+2\sqrt{2}}{2} \\ x_2 = \frac{-3-2\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجهٔ دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۷)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(لیلا حاجی علیا)

در معادلهٔ درجهٔ دوم $ax^2 + bx + c = 0$ وقتی $c = 0$ باشد، یکی از ریشه‌ها صفر خواهد بود، در نتیجه داریم:

$$2x^2 - 5x + d - \frac{1}{2} = 0 \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0]{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = d - \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$c = 0 \Rightarrow d - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجهٔ دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(فاطمه فهیمیان)

برای x هیچ مقدار حقیقی موجود نیست. $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4 \Rightarrow$
تشریح گزینه‌های دیگر:

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 1 \end{cases} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \text{گزینه «۴»}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجهٔ دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۸)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

-۹۷

(گورش دوردی)

اگر معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ، ریشه مضاعف داشته باشد، آن گاه $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ (مبین معادله) است. در گزینه «۴» داریم:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow (-6)^2 - 4 \times (3) \times (3) = 36 - 36 = 0$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آنها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۸

(مهمد بفرایی)

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \times 3 \times (-5) = 64$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + \sqrt{64}}{6} = 1 \\ x_2 = \frac{-2 - \sqrt{64}}{6} = -\frac{10}{6} = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها} = \left| 1 - \left(-\frac{5}{3}\right) \right| = \frac{8}{3}$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آنها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

-۹۹

(مجتبی رفیعی)

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ مقدار ریشه مضاعف برابر است با:

$$x' = x'' = \frac{-b}{2a} \Rightarrow 4 = \frac{-b}{2 \times (1)} \Rightarrow b = -8$$

اکنون مقادیر $x = 4$ و $b = -8$ را در معادله قرار می‌دهیم تا مقدار c نیز مشخص شود، بنابراین داریم:

$$4^2 - 8 \times 4 + c = 0 \Rightarrow -16 + c = 0 \Rightarrow c = 16$$

$$\Rightarrow b + c = -8 + 16 = 8$$

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آنها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

$$2(x-1)^2 = (x-2)(x+1) \Rightarrow 2(x^2 - 2x + 1) = x^2 - x - 2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = x^2 - x - 2 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 = 0$$

برای تعیین تعداد جواب‌های معادله فوق، کافی است Δ (مبین معادله) را تشکیل دهیم:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times (1) \times (4) = 9 - 16 = -7 < 0$$

چون $\Delta < 0$ است، پس معادله جواب حقیقی ندارد.

(ریاضی (۱)، معادلات درجه دوم و حل آن‌ها، صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۸۸)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

معادله سهمی را به صورت استاندارد $y = ax^2 + bx + c$ در نظر می‌گیریم.

نقاط $(1, 0)$ ، $(4, 0)$ و $(0, 2)$ روی نمودار این سهمی قرار دارند، پس:

$$\begin{cases} a(0)^2 + b(0) + c = 2 \Rightarrow c = 2 \\ a(1)^2 + b(1) + c = 0 \\ a(4)^2 + b(4) + c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = -\frac{5}{2}, c = 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 2$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

محور تقارن سهمی $y = ax^2 + bx + c$ خط $x = -\frac{b}{2a}$ است. بنابراین:

$$x = \frac{-1}{2 \times 2} \Rightarrow x = \frac{-1}{4}$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

(مهید فدایی)

برای آن که نقاط تلاقی یک منحنی را با محور طول‌ها به دست آوریم، کافی است در ضابطه آن به جای y عدد صفر را قرار دهیم:

$$y = 2x^2 - 5x + 1$$

$$\xrightarrow{y=0} 2x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد } ax^2 + bx + c = 0} \begin{cases} a = 2 \\ b = -5 \\ c = 1 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4 = 21 \Rightarrow x_A \text{ و } x_B = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{4}$$

$$\Rightarrow AB = x_B - x_A = \frac{5 + \sqrt{21}}{4} - \frac{5 - \sqrt{21}}{4} = \frac{2\sqrt{21}}{4} = \frac{\sqrt{21}}{2}$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دوم، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(لیلا فابی‌علیا)

چون رأس سهمی نقطه $(1, 1)$ است و سهمی نسبت به خط $x = 1$ متقارن است، پس مقدار تابع در $x = 2$ برابر مقدار تابع در $x = 0$ است. با توجه به شکل:

$$x = 2 \Rightarrow y = 3$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{V(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}) \quad c=0}{\longrightarrow} -\frac{9}{4} = a(-\frac{3}{2})^2 + b(-\frac{3}{2}) + 0$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{4} = \frac{9}{4}a - \frac{3}{2}b$$

طرفین معادله را در ۴ ضرب می‌کنیم $\longrightarrow -9 = 9a - 6b \Rightarrow 3(-3) = 3(3a - 2b)$

$$\Rightarrow -3 = 3a - 2b \quad (1)$$

می‌دانیم مختصات رأس سهمی (طول رأس سهمی) از رابطه $x_v = \frac{-b}{2a}$

به دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$x_v = \frac{-b}{2a} = -\frac{3}{2} \Rightarrow b = 3a \quad (2)$$

از جایگزینی رابطه (۲) در رابطه (۱) داریم:

$$-3 = 3a - 2(3a) \Rightarrow -3 = 3a - 6a \Rightarrow -3 = -3a \Rightarrow a = 1$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

۱۰۶-

(مهمر بفرمایید)

نکته درسی: در سهمی به معادله $y = a(x-h)^2 + k$ داریم:

$$\begin{cases} \text{رأس سهمی } V = (h, k) \\ \text{معادله محور تقارن سهمی } x = h \end{cases}$$

اگر $a < 0$ باشد سهمی بیشترین مقدار و اگر $a > 0$ باشد سهمی کمترین مقدار دارد.

رأس سهمی: $(3, -2)$

محور تقارن: $x = 3$

برای تعیین عرض نقطه تلاقی سهمی با محور y ها، کافی است $x = 0$ را در معادله سهمی جایگزین نماییم.

$$y = (x-3)^2 - 2 \xrightarrow{x=0} y = 9 - 2 = 7 \Rightarrow y = 7$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجه دو، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۸)

۴

۳

۲

۱

(مبید فدایی)

سهمی رو به پایین باز شده است، پس ضریب x^2 منفی است ($a < 0$)، بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» صحیح نیستند. در گزینه‌های «۱» و «۴» طول رأس سهمی را می‌یابیم.

$$\text{طول رأس سهمی : گزینه «۱»} = \frac{-b}{2a} = \frac{3}{-2} < 0$$

$$\text{طول رأس سهمی : گزینه «۴»} = \frac{-b}{2a} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2} > 0$$

همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، رأس سهمی در ناحیه اول محورهای مختصات واقع شده است، بنابراین طول رأس سهمی عددی مثبت است، پس گزینه «۴» صحیح می‌باشد.

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{2}{5} \xrightarrow[\text{مقایسه با فرم استاندارد}]{y = ax^2 + bx + c} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = \frac{3}{5} \\ c = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{3}{5}}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{3}{5}$$

$$y_v = -\frac{1}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{3}{5}\left(\frac{3}{5}\right) - \frac{2}{5}$$

$$y_v = -\frac{9}{50} + \frac{9}{25} - \frac{2}{5} = \frac{-9 + 18 - 20}{50} = \frac{-11}{50} = y_{\max}$$

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۰)

 ۴

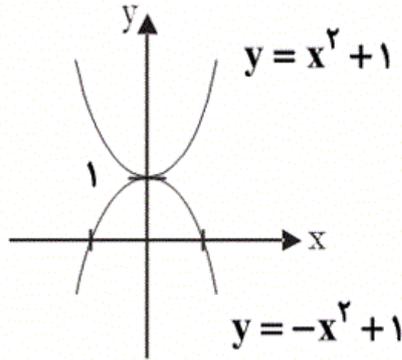
 ۳ ✓

 ۲

 ۱

نمودار دو تابع سؤال به صورت زیر است.

با توجه به شکل، نمودار این دو تابع در نقطه $(۰, ۱)$ بر هم مماسند.



(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سارا شریفی)

نمودار، محور x ها را در دو نقطه قطع کرده است، بنابراین $\Delta > ۰$ (مبین) است. با توجه به نمودار، یکی از ریشه‌ها صفر و ریشهٔ دیگر منفی است. پس حاصل ضرب ریشه‌ها صفر و مجموع ریشه‌ها عددی منفی است، یعنی: $P = ۰$ و $S < ۰$.

(ریاضی سال سوم، معادله و تابع‌های درجهٔ دوم، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱