



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی، ساده کردن عبارتهای جبری - سوال ۱ -

۵۸- هنگامی که آرشام به دنیا آمد، پدرش ۳۰ سال و مادرش ۲۵ سال داشت. به ترتیب چند سال بعد سن پدر

آرشام ۳ برابر او می شود و در آن سال، مجموع سن آرشام و پدر و مادرش چه قدر خواهد بود؟

۸۱-۱۰ (۲)

۸۱-۱۵ (۱)

۱۰۰-۱۰ (۴)

۱۰۰-۱۵ (۳)

ریاضی، پیدا کردن مقدار عبارتهای جبری -

۵۶- اگر $a = 3$ و $b = 4$ باشد، حاصل x در عبارت زیر برابر چند خواهد بود؟ ($x > 0$)

$$x^2 - (a - b)^2 = 2ab$$

۱۵ (۲)

۲۵ (۱)

۵ (۴)

۷ (۳)

۵۴- پدری ۴۰ ساله، ۳ فرزند دارد که سن دو تای آنها ۶ و ۹ سال است. اگر ۸ سال دیگر، سن پدر برابر با

مجموع سن ۳ فرزند خود شود، فرزند سوم «اکنون» چند سال دارد؟

۶ (۴)

۱ (۳)

۹ (۲)

۱۷ (۱)

۶۰- عددی از ۳ برابر قرینه اش ۸ واحد کم تر است. این عدد کدام است؟

-۸ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

۸ (۳)

ریاضی، تجزیه عبارتهای جبری

۴۳- مقدار a در عبارتهای جبری زیر به ازای $x = 2$ کدام است؟

$$y = 5x^2 - 3x$$

$$y = ax - 4$$

۱۱ (۴)

۹ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

۴۴- حاصل کسر زیر به ازای $x = 1$ کدام است؟ ($y \neq 0$)

$$\frac{2x^2y - 4xy}{xy + 5y}$$

(۴) اطلاعات مسئله کافی نیست

۱ (۳)

-۱ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

۴۵- خروجی کدام ماشین را در ماشین زیر قرار دهیم تا عدد صفر حاصل شود؟

$$\boxed{?} \rightarrow \frac{2 - (x - 7)}{5} \rightarrow \boxed{0}$$

$$\boxed{-2} \rightarrow \boxed{3(4x - 3)} \rightarrow \boxed{0} \quad (2)$$

$$\boxed{2} \rightarrow \frac{8x + 2}{3} \rightarrow \boxed{0} \quad (1)$$

$$\boxed{-1} \rightarrow \frac{3(x-1)(4x+1)}{x+3} \rightarrow \boxed{0} \quad (4)$$

$$\boxed{8} \rightarrow \frac{3}{4}x - 6 \rightarrow \boxed{0} \quad (3)$$

ریاضی، ضرب عدد در بردار

۵۵- اختلاف ضریب \vec{a} و \vec{b} در بردار x در معادله برداری زیر چه قدر است؟

$$3\vec{i} + 1\vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۵ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۴۱- اگر بردار \vec{a} به اندازه ۳ واحد در جهت شمال شرقی باشد و $\vec{b} = 2\vec{a}$ باشد، اندازه و جهت بردار

$\vec{c} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ کدام است؟ (نگاه به گذشته)

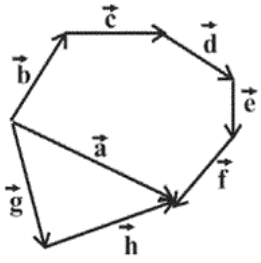
(۲) ۱۵ واحد و در جهت جنوب غربی

(۱) ۱۵ واحد و در جهت شمال شرقی

(۴) ۳ واحد و در جهت جنوب غربی

(۳) ۳ واحد و در جهت شمال شرقی

۴۲- حاصل جمع تمام بردارها در شکل زیر برابر کدام گزینه است؟ (نگاه به گذشته)



(۱) \vec{a}

(۲) $2\vec{a}$

(۳) $3\vec{a}$

(۴) \vec{h}

۵۹- سه نقطه $A = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2x+1 \\ 8 \end{bmatrix}$ مفروض است. اگر رابطه $\vec{2AB} - \vec{CA} = \begin{bmatrix} 1 \\ 12 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، x کدام است؟

(۲) صفر

(۱) ۷

(۴) -۷

(۳) ۸

ریاضی، بردارهای واحد مختصات -

۵۷- چنانچه بدانیم با بردار \vec{AB} از نقطه $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ به نقطه $B = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ می‌رسیم، با بردار \vec{BA} از نقطه C به چه

مختصاتی خواهیم رسید؟ (نقطه C ، قرینه نقطه A نسبت به محور x ها است.)

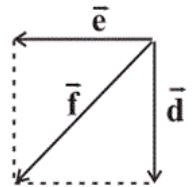
(۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$

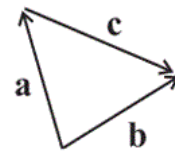
(۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

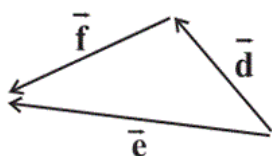
۴۶- با توجه به بردارهای رسم شده در هر گزینه، کدام عبارت مربوطه نمی‌تواند صحیح باشد؟



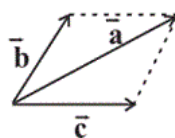
(۲) $\vec{e} + \vec{d} = \vec{f}$



(۱) $\vec{b} - \vec{c} = \vec{a}$



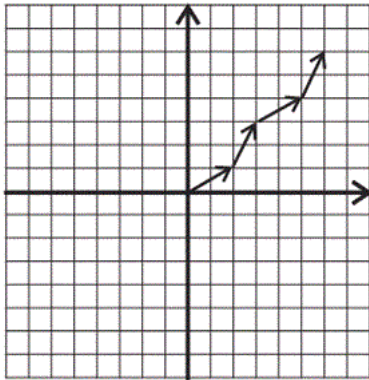
(۴) $\vec{d} + \vec{f} = \vec{e}$



(۳) $\vec{c} - \vec{b} = \vec{a}$

۴۹- الگوی حرکت یک خودروی بدون سرنشین مطابق شکل زیر است. این خودرو پس از حرکت ۴۰ام در چه نقطه‌ای

قرار دارد؟



(۱) $\begin{bmatrix} 40 \\ 80 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 60 \\ 60 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 80 \\ 40 \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} 120 \\ 120 \end{bmatrix}$

۵۰- اگر $\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\vec{a} - \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه \vec{b} کدام است؟

(۴) $-3\vec{i} + \vec{j}$

(۳) $\vec{i} + 3\vec{j}$

(۲) $3\vec{i} + \vec{j}$

(۱) $-\vec{i} + 3\vec{j}$

۵۱- با توجه به معادله زیر، بردار \vec{x} برابر با کدام گزینه خواهد بود؟

$$-6\vec{i} + 4\vec{j} = \frac{2}{3}\vec{x} - \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

(۴) $\begin{bmatrix} -12 \\ 12 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 6 \\ 0 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} -6 \\ 0 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} 12 \\ -12 \end{bmatrix}$

۵۲- اگر $\vec{a} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$ ، $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ و $\vec{a} + \vec{b} = \vec{x}$ باشند، برآیند کدام بردار با بردار \vec{x} ، خطی موازی یکی از

محورهای مختصات است؟

(۴) $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

(۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ریاضی، رابطه فیثاغورس

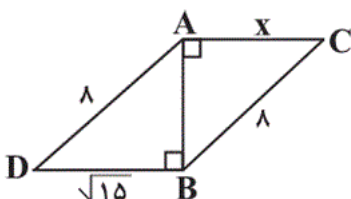
۵۳- در شکل زیر اندازه x کدام است؟

(۱) $\sqrt{17}$

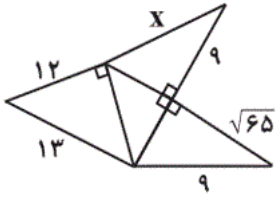
(۲) $\sqrt{15}$

(۳) $\sqrt{113}$

(۴) ۷



۴۷- در شکل زیر x کدام است؟



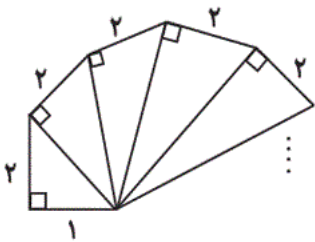
(۱) $\sqrt{18}$

(۲) $\sqrt{90}$

(۳) $\sqrt{88}$

(۴) $\sqrt{20}$

۴۸- اگر در ابتدا یک مثلث قائم‌الزاویه با ضلع‌های قائم ۱ و ۲ واحد در اختیار داشته باشیم و مثلث دیگری مطابق شکل با وتر این مثلث و ضلع ۲ دیگر بسازیم و این کار را به همین ترتیب ادامه دهیم، وتر مثلث ۴۲م کدام خواهد بود؟



(۱) ۹

(۲) $\sqrt{161}$

(۳) $\sqrt{162}$

(۴) ۱۳

(فرزاد شیرمحمدلی)

۵۸- (صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی - جبر و معادله)

	مادر	پدر	آرشام	
هنگام تولد آرشام	۲۵	۳۰	۰	
x سال بعد	۲۵ + x	۳۰ + x	x	

$$\Rightarrow \frac{30+x}{x} = 3 \Rightarrow 30+x = 3x \Rightarrow x = 15$$

۱۵ سال بعد این اتفاق می‌افتد که در آن زمان آرشام ۱۵ ساله، پدرش ۴۵ ساله و مادرش ۴۰ ساله خواهد بود.

مجموع سن ۳ نفر بعد از ۱۵ سال: $45 + 15 + 40 = 100$

۱ ۲ ۳ ۴

(مجتبی مجاهدی)

۵۶- (صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷ کتاب درسی - جبر و معادله)

$$x^2 - (a-b)^2 = 2ab \Rightarrow x^2 - (a-b)(a+b) = 2ab \Rightarrow x^2 - (a^2 + b^2 - 2ab) = 2ab$$

$$\Rightarrow x^2 = a^2 + b^2 - 2ab + 2ab \Rightarrow x^2 = a^2 + b^2 = (3)^2 + (4)^2 = 25 = 5^2 \Rightarrow x^2 = 5^2 \Rightarrow x = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴

(سعید جعفری)

۵۴- (صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی - جبر و معادله)

اگر سن فرزند سوم را x در نظر بگیریم، معادله سن این ۴ نفر در ۸ سال دیگر به صورت زیر خواهد بود:

$$(40 + 8) = (6 + 8) + (9 + 8) + (x + 8) \Rightarrow 48 - 39 = x \Rightarrow x = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴

(فرزاد شیرمحمدلی)

۶۰- (صفحه‌های ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی - جبر و معادله)

عدد را x در نظر می‌گیریم:

$$x = -3x - 8 \Rightarrow 4x = -8 \Rightarrow x = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴

(پویا نوری)

۴۲- (صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹ و ۶۴ تا ۶۷ کتاب درسی - جبر و معادله)

در عبارت جبری اول به ازای $x = 2$ داریم:

$$y = 5(2^2) - 3(2) = 20 - 6 = 14$$

حال با داشتن مقدار $y = 14$ و $x = 2$ مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$y = ax - 4 \Rightarrow 14 = 2a - 4 \Rightarrow 18 = 2a \Rightarrow a = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا کسر را تجزیه کرده، سپس $x = 1$ را جایگذاری می‌کنیم:

$$\frac{2x^2y - 4xy}{xy + 5y} = \frac{2xy(x-2)}{y(x+5)} = \frac{2x(x-2)}{(x+5)} = \frac{2(1)(1-2)}{1+5} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا معادله صورت سؤال را حل می‌کنیم:

$$\frac{2 - (x - 7)}{5} = 0 \Rightarrow -x + 9 = 0 \Rightarrow x = 9$$

حال خروجی هر یک از گزینه‌ها را پیدا می‌کنیم:

$$\text{گزینه «۱»}: \frac{8(2) + 2}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$\text{گزینه «۲»}: 3(4(-2) - 3) = (3)(-11) = -33$$

$$\text{گزینه «۳»}: \frac{3}{4}(8) - 6 = 6 - 6 = 0$$

$$\text{گزینه «۴»}: \frac{(3)(-1-1)(4(-1)+1)}{(-1)+3} = \frac{(3)(-2)(-3)}{2} = 9$$

۴ ✓

۳

۲

۱

$$3\vec{i} + 1\vec{j} + 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix} = -3\vec{i} + 5\vec{j} \Rightarrow 2\vec{x} = (-3\vec{i} + 5\vec{j}) - (3\vec{i} + \vec{j}) = -6\vec{i} + 4\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{x} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$$

اختلاف ضریب \vec{i} و \vec{j} در بردار \vec{x} $5 - (-3) = 8$

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\vec{c} = 3\vec{a} - 4(2\vec{a}) = 3\vec{a} - 8\vec{a} = -5\vec{a}$$

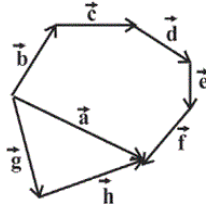
پس بردار \vec{c} به اندازه ۵ برابر \vec{a} ، یعنی ۱۵ واحد است و با توجه به علامت منفی، جهت آن خلاف جهت بردار \vec{a} یعنی در جهت جنوب غربی است.

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f} = \vec{a}, \quad \vec{g} + \vec{h} = \vec{a}$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} + \vec{f}) + (\vec{g} + \vec{h}) = \vec{a} + \vec{a} + \vec{a} = 3\vec{a}$$

۴ ۳ ✓ ۲ ۱

$$\begin{aligned} \vec{AB} = B - A &= \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{AB} = \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} \\ \vec{CA} = A - C &= \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2x+1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3-2x \\ -6 \end{bmatrix} \end{aligned} \Rightarrow 2\vec{AB} - \vec{CA} = \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3-2x \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 12 \end{bmatrix} \Rightarrow -10 - 3 + 2x = 1$$

$$\Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$$

۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$A + \vec{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} + \vec{AB} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix}$$

$$\vec{BA} = \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{قرینه نقطه } A \text{ نسبت به محور } x \text{ ها: } \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow C + \vec{BA} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

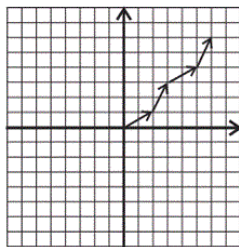
۴ ۳ ۲ ✓ ۱

در گزینه «۳»: $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$ می‌باشد. پس عبارت $\vec{c} - \vec{b} = \vec{a}$ نادرست خواهد بود. سایر گزینه‌ها کاملاً صحیح می‌باشند.

۴ ۳ ✓ ۲ ۱

با توجه به الگوی شکل، نصف حرکات به صورت $\vec{j} + 2\vec{i}$ و نصف آن‌ها به صورت $\vec{j} + 2\vec{i}$ می‌باشد. بنابراین پس از ۴۰ حرکت، ۲۰ حرکت از نوع اول و

۲۰ حرکت از نوع دوم داریم. پس:



$$\left. \begin{aligned} 20 \cdot (\vec{i} + 2\vec{j}) &= 20\vec{i} + 40\vec{j} \\ 20 \cdot (2\vec{i} + \vec{j}) &= 40\vec{i} + 20\vec{j} \end{aligned} \right\} = (20\vec{i} + 40\vec{j}) + (40\vec{i} + 20\vec{j}) = 60\vec{i} + 60\vec{j} = \begin{bmatrix} 60 \\ 60 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

از مبدأ مختصات پس از ۴۰ حرکت به این نقطه می‌رسیم

۴ ۳ ۲ ✓ ۱

دو معادله را با هم جمع می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} &= \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \vec{a} + (-\vec{b}) &= \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} + \vec{a} + (-\vec{b}) = 2\vec{a} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{a} = \begin{bmatrix} 10 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

حال بردار \vec{a} را در یکی از معادلات نوشته شده، جایگذاری می‌کنیم و بردار \vec{b} را به دست می‌آوریم.

$$\vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} - \vec{a} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

پس بردار \vec{b} برابر با $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$ یا همان $3\vec{j} + \vec{i}$ است. ۴ ۳ ۲ ۱

معادله را به صورت زیر حل می‌کنیم:

$$\begin{aligned} -6\vec{i} + 4\vec{j} &= \frac{2}{3}\vec{x} - \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\vec{x} - \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 4 \end{bmatrix} &= \frac{2}{3}\vec{x} \Rightarrow \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix} = \frac{2}{3}\vec{x} \xrightarrow{\times \frac{3}{2}} \frac{3}{2} \times \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix} = \vec{x} \\ \Rightarrow \frac{3}{2} \times \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -12 \\ 12 \end{bmatrix} = \vec{x} \end{aligned}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱ابتدا بردار \vec{x} را به دست می‌آوریم:

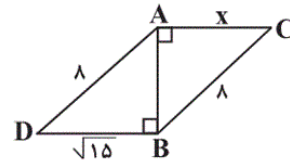
$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{x} \Rightarrow \vec{x} = 4\vec{i} + 2\vec{j} + (-3\vec{i}) + 2\vec{j} = \vec{i} + 4\vec{j} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

حال باید این بردار با برداری جمع شود که در بردار حاصل طول یا عرض آن صفر شود. بنابراین گزینه «۳» صحیح است.

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{موازی محور } x \text{ ها}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{aligned} \Delta ABD : AD^2 &= AB^2 + BD^2 \Rightarrow 8^2 = (\sqrt{15})^2 + (AB)^2 \Rightarrow 64 = 15 + (AB)^2 \\ \Rightarrow AB^2 &= 49 \Rightarrow AB = \sqrt{49} = 7 \\ \Delta ABC : BC^2 &= (AB)^2 + (AC)^2 \Rightarrow 8^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 64 - 49 = 15 \\ \Rightarrow x &= \sqrt{15} \end{aligned}$$



۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا مثلث‌ها را شماره‌گذاری می‌کنیم. در مثلث (۱) رابطه فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} (13)^2 &= 12^2 + a^2 \\ \Rightarrow a^2 &= 169 - 144 \Rightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5 \end{aligned}$$

در مثلث (۳)

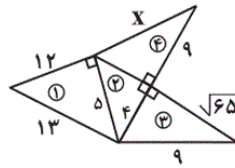
$$\begin{aligned} 9^2 &= (\sqrt{65})^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 81 - 65 \\ \Rightarrow b^2 &= 16 \Rightarrow b = 4 \end{aligned}$$

در مثلث (۲)

$$5^2 = 4^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 16 \Rightarrow c^2 = 9 \Rightarrow c = 3$$

در مثلث (۴)

$$3^2 + 9^2 = x^2 \Rightarrow x^2 = 9 + 81 \Rightarrow x^2 = 90 \Rightarrow x = \sqrt{90}$$



۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا وتر مثلث اول را به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} 2^2 + 1^2 &= x^2 \\ x^2 &= 5 \Rightarrow x = \sqrt{5} \end{aligned}$$

وتر مثلث دوم:

$$(\sqrt{5})^2 + 2^2 = y^2 \Rightarrow y^2 = 9 \Rightarrow y = \sqrt{9}$$

وتر مثلث سوم:

$$(\sqrt{9})^2 + 2^2 = z^2 \Rightarrow z^2 = 13 \Rightarrow z = \sqrt{13}$$

رابطه اندازه وتر مثلث m به صورت $\sqrt{4n+1}$ می‌باشد. پس در مثلث ۱۴۲م وتر برابر است با: $\sqrt{42 \times 4 + 1} = \sqrt{169} = 13$

۴ ✓

۳

۲

۱