سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درســـنامه ها و جـــزوه های ریاضـــی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)
https://t.me/riazisara

ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)
https://www.instagram.com/riazisara.ir

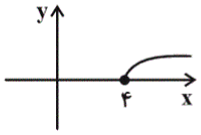
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

حسابان ۱ ، اعمال روي توابع

۶۷- اگر $f(x)=\sqrt{x-۲}$ ، $g(x)=\frac{x+a}{x-۱}$ و دامنهٔ تابع fog دارای فقط ۲ عدد صحیح باشد، آنگاه حداقل مقدار a کدام است؟ $(a>۰)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸- اگر $g(x)=\sqrt{-x^۲+۶x+۱۶}$ و نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنهٔ تابع $\frac{fog}{f}$ شامل چند عدد صحیح است؟

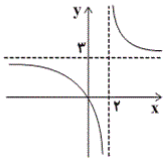


۱) ۲
۲) ۳
۳) ۵
۴) ۶

۶۱- برای دو تابع خطی f و g داریم: $(f+g)(x)=۲x-۱$ و $(g-f)(x)=۸x-۳$. حاصل $(f.g)(۱)$ کدام است؟

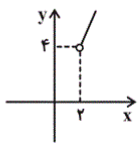
۱) ۱۵ ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) -۱۵

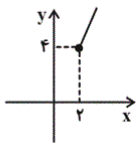
۶۳- اگر $f(x)=۳x$ و g توابعی خطی باشند و نمودار تابع $\frac{f}{g}$ به صورت زیر باشد، ضابطهٔ تابع g کدام‌یک از توابع زیر می باشد؟

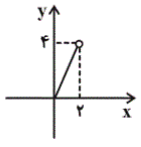


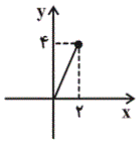
۱) $x-۳$
۲) $x-۲$
۳) $۲x+۲$
۴) $-۳x+۶$

۶۵- با فرض $f(x)=\sqrt{x}+۲$، کدام نمودار مربوط به تابع $g(x)=(f^{-۱}of)(x)+(fof^{-۱})(x)$ است؟

۱)


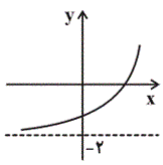
۲)


۳)


۴)


حسابان ۱ ، تابع نمايي

۶۲- اگر نمودار تابع $f(x)=(۲m^۲-m)^x-n$ به صورت زیر باشد، مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟



۱) $(-\frac{۱}{۲},۱)$
۲) $(۰,\frac{۱}{۲})$
۳) $(-\infty,-\frac{۱}{۲})\cup(۱,+\infty)$
۴) $\mathbb{R}-(-\frac{۱}{۲},\frac{۱}{۲})$

حسابان ۱ ، ويژگي هاي لگاريتم و حل معادلات لگاريتمي

۶۴- حاصل عبارت $A=\log^{(۵-۲\sqrt{۶})}_{(\frac{۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}})}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) -۱

۶۶- اگر داشته باشیم $\log^{۱۶}_{y}=\log^{x}_{۲}$ و $xy=۶۴$، حاصل $(\log_{۲}\frac{x}{y})^{۲}$ کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۲ ۳) ۲۰ ۴) $\frac{۲۵}{۲}$

۶۹- نیمه عمر یک مادهٔ هسته‌ای ۵ سال است. اگر جرم اولیهٔ آن ۳۰ میلی‌گرم باشد، پس از تقریباً چند سال ۶ میلی‌گرم از آن باقی می‌ماند؟ $(\log۲\simeq ۰/۳)$

۱) ۳۵ ۲) $\frac{۳۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳۵}{۴}$ ۴) ۷۵

۷۰- اگر بزرگی زلزله‌ای برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزاد شده برحسب اِرگ از رابطهٔ $\log E=۱۱/۸+۱/۵M$ به‌دست می‌آید. اگر تفاضل بزرگی زلزلهٔ شهر بم از بزرگی زلزلهٔ شهر منجیل برابر ۰/۸ ریشتر باشد، نسبت انرژی آزاد شده در شهر منجیل به شهر بم کدام است؟

۱) $۱۰^{۱/۲}$ ۲) ۱۰ ۳) $۱۰^{\frac{۱}{۳}}$ ۴) $۱۰^{۲}$

هندسه‌ي ۲ ، تبديل هاي هندسي

۸۱- تبدیل‌های انتقال تحت بردار غیرصفر $\vec{v}$ و دوران به مرکز نقطهٔ ثابت O و زاویهٔ α به‌ترتیب از راست به چپ، چند نقطهٔ ثابت تبدیل دارند؟ $(\alpha\neq ۲k\pi\ ,\ k\in Z)$

۱) صفر- یک ۲) صفر- بی‌شمار ۳) یک- یک ۴) یک- بی‌شمار

۸۲- دو خط $d_۱$ و $d_۲$ با زاویهٔ ۳۰ درجه یکدیگر را قطع می‌کنند. مثلث $A'B'C'$ بازتاب مثلث ABC نسبت به خط $d_۱$ است. سپس $A'B'C'$ را نسبت به $d_۲$ بازتاب داده و آن را $A''B''C''$ می‌نامیم. با تبدیل ABC به $A''B''C''$ کدام‌یک ثابت می‌ماند؟

۱) فقط شیب ضلع‌ها ۲) فقط طول ضلع‌ها

۳) هم شیب ضلع‌ها، هم طول ضلع‌ها ۴) نه شیب ضلع‌ها، نه طول ضلع‌ها

۸۳- بازتاب رأس A از مربع $ABCD$ را نسبت به قطر BD، $A_۱$ و بازتاب $A_۱$ نسبت به ضلع AB را $A_۲$ می‌نامیم. زاویهٔ دورانی به مرکز B که A را به $A_۲$ تصویر می‌کند، چند درجه است؟

۱) $۲۲/۵^\circ$ ۲) ۴۵° ۳) $۶۷/۵^\circ$ ۴) ۹۰°

۸۴- نقطهٔ A روی دایرهٔ $C(O\ ,\ ۶)$ قرار دارد. این دایره را با زاویهٔ ۱۲۰° حول مرکز آن دوران می‌دهیم. اگر تصویر نقطهٔ A تحت این دوران نقطهٔ A' باشد، آن‌گاه طول پاره‌خط AA' کدام است؟

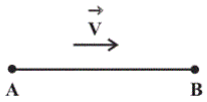
۱) ۳ ۲) $۳\sqrt{۳}$ ۳) ۶ ۴) $۶\sqrt{۳}$

۸۵- در دوران مثلث متساوی‌الاضلاع حول نقطهٔ همرسی نیمسازهای مثلث، زاویهٔ دوران چقدر باشد تا پس از دوران، این مثلث بر خودش منطبق شود؟

۱) ۹۰° ۲) ۱۲۰° ۳) ۱۳۵° ۴) ۱۸۰°

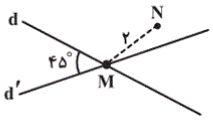
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۶- در انتقال با بردار $\vec{v}$ (موازی پاره‌خط AB)، نقطهٔ A به A' و نقطهٔ B به B' تصویر می‌شود. اگر طول بردار $\vec{v}$، برابر $AB = a$، و $b < a$ باشد، اندازهٔ پاره‌خط $A'B$ کدام است؟



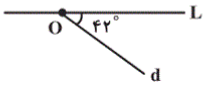
۱) $2a$ ۲) $a+b$
۳) $a-b$ ۴) $2a-b$

۸۷- مطابق شکل $NM = 2$ و زاویهٔ بین دو خط d و d' برابر 45° است. نقطهٔ N را نسبت به خط d' و سپس تصویر حاصل را نسبت به خط d بازتاب می‌دهیم. فاصلهٔ نقطهٔ N از تصویر نهایی کدام است؟



۱) ۴ ۲) ۸
۳) $4\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

۸۸- خط d را ابتدا نسبت به خط L بازتاب، سپس خط جدید را نسبت به مرکز O، ۲۶ درجه در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت دوران داده و در آخر آن را با بردار $\vec{v}$ انتقال می‌دهیم تا خط d' حاصل شود. زاویهٔ بین d و d' کدام است؟



۱) 84° ۲) 110° ۳) 136° ۴) بستگی به جهت بردار $\vec{v}$ دارد.

۸۹- دایرهٔ $C(O, r)$ را با برداری که طول آن ۳ برابر شعاع دایره است، انتقال می‌دهیم. طول مماس مشترک داخلی دایرهٔ C و تصویر آن، چند برابر شعاع است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۹۰- دو خط d و d' مفروض‌اند. چند نقطه در صفحهٔ شامل این دو خط وجود دارد که دوران یافتهٔ خط d حول آن نقطه بر d' منطبق گردد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) بی‌شمار ۴) ۴

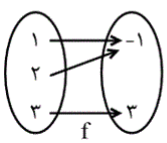
حسابان ۱- گواه ، وارون تابع

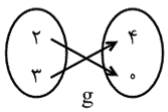
۷۱- ضابطهٔ وارون تابع $f(x) = -\sqrt{x+3}$ کدام است؟

۱) $x^2 - 3$ و $x \le 0$ ۲) $x^2 - 3$ و $x \ge 0$ ۳) $3 - x^2$ و $x \ge 0$ ۴) $3 - x^2$ و $x \le 0$

حسابان ۱- گواه ، اعمال روي توابع

۷۲- با توجه به نمودارهای زیر، مقادیر $(f+g)(2)$ و $(\frac{f}{g})(3)$ به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟





۱) -1 ، ۷ ۲) ۳ ، ۷
۳) $\frac{3}{4}$ ، ۳ ۴) -1 ، $\frac{3}{4}$

۷۳- اگر $g(x) = \sqrt{x}$ و $f(g(x)) = x^2 + x$ باشد، مقدار $g(2f(1)) + f(2g(1))$ کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۰ ۳) ۲۲ ۴) ۲۴

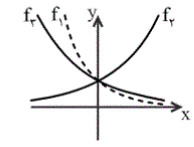
۷۴- اگر $f(x) = 4 - x^2$ و $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$ باشد، برد تابع $y = (fog)(x)$ کدام است؟

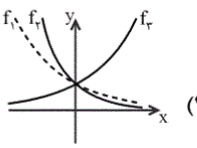
۱) $(-\infty, 0]$ ۲) $(-\infty, 4]$ ۳) $[4, +\infty)$ ۴) $[0, 4]$

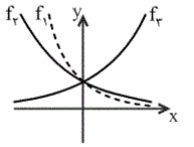
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

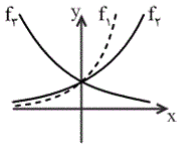
حسابان ۱- گواه ، تابع نمایی

۷۵- اگر $f_1(x)=a^x$ ، $f_2(x)=b^x$ ، $f_3(x)=c^x$ و $0<a<b<1<c$ باشد، آن‌گاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۷۶- نمودار تابع با ضابطهٔ $y=۴^{-x+۲}-۳\times۲^{-۲x+۳}+۹$ محور xها را در نقطه‌ای با طول ... و محور yها را در نقطه‌ای با عرض ... قطع می‌کند.

۱) مثبت - منفی ۲) مثبت - مثبت ۳) منفی - منفی ۴) منفی - مثبت

حسابان ۱- گواه ، تابع لگاریتمی و لگاریتم -

۷۷- اگر $A=\log_{۲}^{۰/۷}$ ، $B=\log_{۴}^{۳}$ و $C=\log_{۰/۴}^{۰/۵}$ باشند، کدام عبارت صحیح است؟

۱) A منفی و B و C مثبت‌اند. ۲) A مثبت و B و C منفی‌اند.

۳) A و B منفی و C مثبت است. ۴) A و C منفی و B مثبت است.

۷۸- دامنهٔ تابع $f(x)=\sqrt{۱-\log(x^۲-۳x)}$ کدام است؟

۱) $[-۲,۰)\cup(۳,۵]$ ۲) $[-۲,۰]\cup(۳,۵)$

۳) $[-۲,۳)$ ۴) $(۰,۵]$

حسابان ۱- گواه ، ویژگی هاي لگاریتم و حل معادلات لگاریتمي

۷۹- حاصل $\log_{۵}(\sqrt{۱۲۵})^{۳}$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۴/۵ ۳) ۵ ۴) ۵/۵

۸۰- از تساوی $\log_x(۳x+۸)=۲-\log_x(x-۶)$، مقدار لگاریتم x در پایهٔ ۴ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

آمار و احتمال ، مباني احتمال

۹۱- در یک رستوران ۵ نوع غذای خورشتی، ۲ نوع سالاد، ۳ نوع دسر و ۳ نوع نوشیدنی سرو می‌شود. شخصی به این رستوران مراجعه می‌کند، اگر بخواهد یک نوع غذا، یک نوع سالاد یا دسر و یک نوع نوشیدنی سفارش دهد، فضای نمونه در چنین پدیده‌ای چند حالت دارد؟

۱) ۱۳ ۲) ۱۹ ۳) ۷۵ ۴) ۹۰

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۵- پیشامدهای A، B و C دوبه‌دو ناسازگارند. اگر $P(A\cup B)=۲P(A\cup C)=\frac{۳}{۲}P(B\cup C)=\frac{۱}{۲}$ باشد، آن‌گاه حاصل $P(A\cup B\cup C)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۲}{۱۳}$ ۲) $\frac{۶}{۱۳}$ ۳) $\frac{۱۳}{۲۴}$ ۴) $\frac{۱۳}{۴۸}$

۹۶- اگر $P(A\cap B)=۴P(B)=۳P(A)$ و $P(A\cup B)=۰/۸$ باشد، حاصل $P(A-B)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲۴}{۶۵}$ ۲) $\frac{۲۸}{۶۵}$ ۳) $\frac{۳۲}{۶۵}$ ۴) $\frac{۳۶}{۶۵}$

آمار و احتمال ، احتمال غیر هم شانس

۹۷- اگر $S=\{a,b,c,d,e\}$ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی، $A=\{a,b\}$، $B=\{a,c\}$ و $C=\{a,d,e\}$ پیشامدهایی از این فضای نمونه و $P(A)=\frac{۱}{۳}$، $P(B)=\frac{۲}{۵}$ و $P(C)=\frac{۳}{۵}$ باشد، آن‌گاه $P(A'\cap B')$ کدام است؟

۱) $\frac{۱۳}{۳۰}$ ۲) $\frac{۴}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱۱}{۳۰}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۹۹- یک تاس به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال رخ دادن هر عدد اول، دو برابر احتمال رخ دادن هر عدد مربع کامل است. کدام گزینه نمی‌تواند احتمال رخ دادن عدد یک باشد؟

۱) ۰/۱۰ ۲) ۰/۱۱ ۳) ۰/۱۲ ۴) ۰/۱۳

۹۲- اگر $S=\{a,b,c,d\}$ و $P(a)=۴P(b)=۸P(c)=۲P(d)$ باشد، حاصل $P(b)$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۴}{۱۵}$

آمار و احتمال ، احتمال شرطی

۹۳- از مجموعهٔ $\{۹۹,\ldots,۱۲,۱۱,۱۰\}$، عددی به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم حداقل یکی از ارقام این عدد ۷ است، احتمال این‌که دهگان این عدد ۷ باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۱۱}{۱۸}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۹۴- اگر $S=\{a,b,c,d\}$ فضای نمونهٔ یک آزمایش تصادفی، $P(\{a,b,c\})=\frac{۲}{۳}$ و $P(a)=\frac{۱}{۴}$ باشد، آن‌گاه $P(\{d\}\mid\{b,c,d\})$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۸}$

۱۰۰- از میان جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e، یکی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر بدانیم این جایگشت با حرف a آغاز نمی‌شود، احتمال این‌که حرف دوم آن b باشد، چقدر است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۱۶}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۹۸- احتمال این‌که هومن، مازیار و پارسا، هر سه در سمیناری شرکت کنند، ۰/۳۶ است. احتمال شرکت کردن پارسا در صورتی که مازیار و هومن شرکت‌کنند، ۰/۸ و احتمال شرکت کردن هومن اگر مازیار شرکت کند، ۰/۷۵ است. احتمال شرکت کردن مازیار در سمینار چقدر است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۷ ۴) ۰/۸

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۶۷- (امیرهوشنگ خمسه)

$$D_f : x \geq ۲ \quad , \quad D_g : x \neq ۱$$

$$D_{fog} = \{x \neq ۱ \mid \frac{x+a}{x-۱} \geq ۲\} \Rightarrow \frac{x+a-۲x+۲}{x-۱} \geq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{-x+۲+a}{x-۱} \geq ۰$$

x		۱		۲+a	
	−	‖	+	۰	−

ت . ن

$$\Rightarrow D_{fog} = (۱ , ۲+a]$$

برای آن‌که D_{fog} دارای ۲ عدد صحیح باشد باید a حداقل ۱ باشد.

توجه کنید که چون $a > ۰$ است، پس $۲+a > ۱$.

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۶۸- (جهانبخش نیکنام)

$$D_g : -x^۲ + ۶x + ۱۶ \geq ۰ \Rightarrow x \in [-۲ , ۸]$$

$$D_f = [۴ , +\infty)$$

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-۲ , ۸] \mid \sqrt{-x^۲ + ۶x + ۱۶} \in D_f\}$$

$$\Rightarrow \sqrt{-x^۲ + ۶x + ۱۶} \geq ۴ \Rightarrow -x^۲ + ۶x \geq ۰ \Rightarrow x \in [۰ , ۶]$$

$$\Rightarrow D_{fog} = [۰ , ۶]$$

$$D_{\frac{fog}{f}} = D_{fog} \cap D_f - \{x \mid f(x) = ۰\} = (۴ , ۶]$$

بنابراین اعداد صحیح $x = ۵ , ۶$ در دامنهٔ تابع داده شده قرار دارند.

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۶۱ (علی جهانگیری)

با جایگذاری $x=۱$ در $(f+g)(x)=۲x-۱$ و $(g-f)(x)=۸x-۳$،

مقادیر $f(۱)$ و $g(۱)$ را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}(f+g)(۱)=۲\times ۱-۱=۱\\(g-f)(۱)=۸\times ۱-۳=۵\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f(۱)+g(۱)=۱\\g(۱)-f(۱)=۵\end{cases}$$

$$\Rightarrow g(۱)=۳\ ,\ f(۱)=-۲\Rightarrow (f\,.\,g)(۱)=f(۱)\times g(۱)=-۲\times ۳=-۶$$

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۶۳ (علی کردی)

تابع $\frac{f}{g}$ با توجه به نمودار در $x=۲$ تعریف نمی‌شود، بنابراین گزینه‌های

«۱» و «۳» درست نیست. از طرفی به ازای $x=۳$ باید $(\frac{f}{g})(۳)>۳$،

بنابراین گزینهٔ «۲» جواب درست می‌باشد.

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳تا ۶۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$D_g=D_f\cap R_f=[۰\ ,\ +\infty)\cap[۲\ ,\ +\infty)=[۲\ ,\ +\infty)$$

$$g(x)=x+x=۲x$$

بنابراین نمودار گزینهٔ «۲» صحیح است.

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۶۲ (علی کردی)

در تابع نمایی $f(x)=a^x+b$، اگر با افزایش مقدار x، مقادیر تابع f افزایش یابند، آنگاه $a>1$ می‌باشد. بنابراین:

$$۲m^۲-m>۱\Rightarrow ۲m^۲-m-۱>۰\Rightarrow (۲m+۱)(m-۱)>۰$$

$$\Rightarrow m\in(-\infty\ ,\ -\frac{۱}{۲})\cup(۱\ ,\ +\infty)$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۶۴ (علی کردی)

$$A=\log^{(۵-۲\sqrt{۶})}_{\frac{۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}}=\log^{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^۲}_{(\frac{۱}{\sqrt{۳}+\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}-\sqrt{۲}})}=۲\log^{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})}_{(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})}=۲$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

راه‌حل اول: قرار می‌دهیم $\log_۲ x = \log_y ۱۶ = k$، بنابراین داریم:

$$\log_۲ x = k \Rightarrow x = ۲^k$$

$$\log_y ۱۶ = k \Rightarrow y^k = ۱۶ = ۲^۴ \Rightarrow y = ۲^{\frac{۴}{k}}$$

با جای‌گذاری مقدارهای به‌دست آمده برای x و y در رابطهٔ $xy = ۶۴$ داریم:

$$xy = ۶۴ \Rightarrow ۲^k \times ۲^{\frac{۴}{k}} = ۲^۶ \Rightarrow ۲^{k+\frac{۴}{k}} = ۲^۶$$

$$\Rightarrow k + \frac{۴}{k} = ۶ \Rightarrow k^۲ - ۶k + ۴ = ۰$$

با حل این معادله به جواب‌های $k = ۳ \pm \sqrt{۵}$ می‌رسیم. بنابراین:

$$(\log_۲ \frac{x}{y})^۲ = (\log_۲ x - \log_۲ y)^۲ = (k - \frac{۴}{k})^۲$$

$$= (۳ \pm \sqrt{۵} - \frac{۴}{۳ \pm \sqrt{۵}})^۲ = (۳ \pm \sqrt{۵} - (۳ \mp \sqrt{۵}))^۲ = (\pm ۲\sqrt{۵})^۲ = ۲۰$$

راه‌حل دوم:

$$\log_۲^x = \log_y^{۱۶} = \log_y^{۲^۴} = ۴\log_y^۲ = \frac{۴}{\log_۲^y}$$

$$\Rightarrow \log_۲^x \cdot \log_۲^y = ۴ \qquad (۱)$$

$$xy = ۶۴ = ۲^۶ \Rightarrow \log_۲^{xy} = ۶ \Rightarrow \log_۲^x + \log_۲^y = ۶$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (\log_۲^x)^۲ + ۲\log_۲^x \cdot \log_۲^y + (\log_۲^y)^۲ = ۳۶$$

$$\xrightarrow{(۱)} (\log_۲^x)^۲ + (\log_۲^y)^۲ = ۳۶ - ۸ = ۲۸ \qquad (۲)$$

$$(\log \frac{x}{y})^۲ = (\log_۲^x - \log_۲^y)^۲$$

$$= (\log_۲^x)^۲ + (\log_۲^y)^۲ - ۲\log_۲^x \cdot \log_۲^y \xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} ۲۸ - ۸ = ۲۰$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۶۹- (مسعود درویشی)

اگر جرم اولیهٔ مادهٔ هسته‌ای، M و نیمه عمر آن T باشد، جرم مادهٔ هسته‌ای پس از t سال برابر است با:

$$m(t) = M(\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{T}} \Rightarrow m(t) = ۳۰ \times (\frac{۱}{۲})^{\frac{t}{۵}} = ۳۰ \times ۲^{-\frac{t}{۵}}$$

$$m(t) = ۶ \Rightarrow ۳۰ \times ۲^{-\frac{t}{۵}} = ۶ \Rightarrow ۲^{-\frac{t}{۵}} = \frac{۱}{۵} = ۵^{-۱}$$

$$\Rightarrow \log ۲^{-\frac{t}{۵}} = \log ۵^{-۱} \Rightarrow -\frac{t}{۵}\log ۲ = -\log ۵$$

۱ ✓۲ ۳ ۴

۷۰- (ایمان چینی‌فروشان)

فرض کنید انرژی آزاد شده در شهر منجیل $E_۱$ و در شهر بم $E_۲$ باشد، آن‌گاه:

$$\log E_۱ - \log E_۲ = (۱۱/۸ + ۱/۵M_۱) - (۱۱/۸ + ۱/۵M_۲)$$

$$= ۱/۵(M_۱ - M_۲) = ۱/۵(۰/۸) = ۱/۲$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_۱}{E_۲} = ۱/۲ \Rightarrow \frac{E_۱}{E_۲} = ۱۰^{۱/۲}$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۸۱- (امیرحسین ابومحبوب)

انتقال T تحت بردار غیرصفر $\vec{v}$ فاقد نقطهٔ ثابت تبدیل است و در دوران R به مرکز نقطهٔ ثابت O و زاویهٔ α $(\alpha \neq ۲k\pi \ , \ k \in Z)$، تنها نقطهٔ ثابت تبدیل، نقطهٔ O (مرکز دوران) است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۲ *(امیرهوشنگ خمسه)*

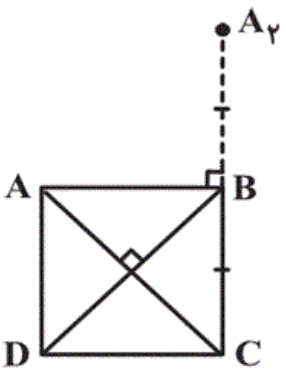
می‌دانیم ترکیب دو بازتابی که محورهای بازتاب متقاطع باشند، یک دوران است. همچنین اگر زاویهٔ بین دو محور بازتاب θ باشد، زاویهٔ دوران 2θ خواهد بود پس زاویهٔ دوران 60° خواهد بود و در نتیجه شیب ضلع‌ها تغییر می‌کند ولی دوران تبدیلی طولپاست، پس طول ضلع‌ها ثابت می‌ماند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۲ تا ۴۵)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

-۸۳ *(رضا عباسی‌اصل)*

قطرهای یک مربع عمودمنصف یکدیگرند، پس تحت بازتاب نسبت به قطر BD، تصویر A یعنی A_1 بر رأس C منطبق می‌شود. مطابق شکل فرض کنید نقطهٔ A_2 بازتاب C نسبت به AB باشد. با توجه به‌اینکه $AB = A_2B$ و $A\hat{B}A_2 = 90^\circ$ است، پس A_2 تصویر نقطهٔ A تحت دورانی به مرکز B و زاویهٔ 90° است.



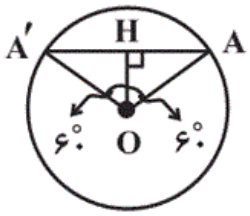
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۴- (معصومه اکبری‌صحت)

می‌دانیم طول ضلع روبه‌رو به زاویهٔ ۶۰° در مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ طول وتر است، بنابراین داریم:



$$AH = A'H = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۶ = ۳\sqrt{۳}$$

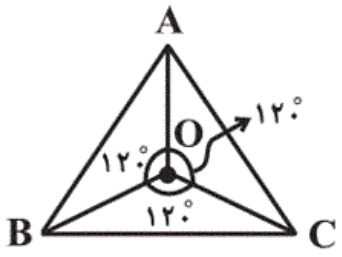
$$AA' = AH + A'H = ۶\sqrt{۳}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱) ۲) ۳) ۴) ✓

۸۵- (رحیم مشتاق‌نظم)

اگر O محل همرسی نیمسازهای یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشند، مثلث‌های AOB، AOC و BOC به حالت تساوی دو زاویه و ضلع بین هم‌نهشت هستند. بنابراین $OA = OB = OC$ است. از طرفی نیمسازهای مثلث متساوی الاضلاع در نقطهٔ همرسی با یکدیگر زاویهٔ ۱۲۰° می‌سازند، پس زاویهٔ دوران باید ۱۲۰° یا مضربی از آن باشد.



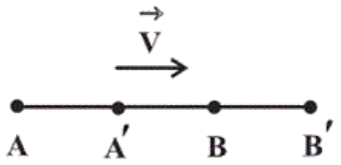
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۶ (علیرضا نصرالهی)

می‌دانیم انتقال یک تبدیل طولپاست. حال با توجه به شکل داریم:



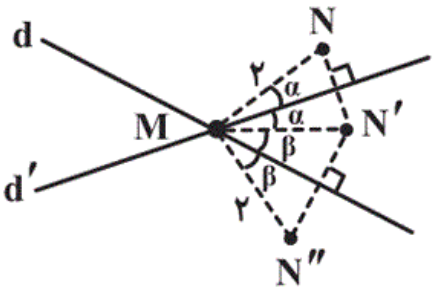
$$\begin{cases} AA' = BB' = b \\ A'B = AB - AA' \end{cases} \Rightarrow A'B = a - b$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۷ (احسان خیراللهی)

مطابق شکل اگر زاویهٔ NM با خط d' برابر α و زاویهٔ $N'M$ با خط d برابر β باشد، آن‌گاه داریم:



$$\alpha + \beta = ۴۵^\circ \Rightarrow ۲(\alpha + \beta) = ۹۰^\circ$$

بنابراین مثلث MNN'' قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین است و داریم:

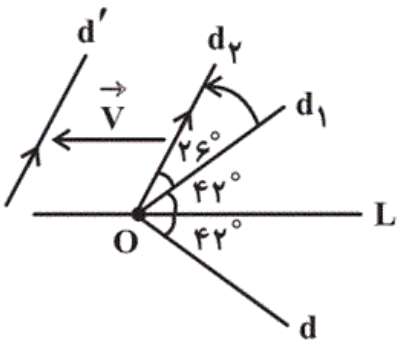
$$NN''^۲ = MN^۲ + MN''^۲ = ۲^۲ + ۲^۲ = ۸ \Rightarrow NN'' = ۲\sqrt{۲}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

ابتدا هر یک از مراحل تبدیل را رسم می‌کنیم:



همان‌طور که از شکل پیداست زاویهٔ بین d و d_2 برابر $۴۲^\circ + ۴۲^\circ + ۲۶^\circ = ۱۱۰^\circ$ می‌باشد. خط d' با d_2 موازی است، زیرا انتقال شیب خط را حفظ می‌کند، بنابراین زاویهٔ بین d و d' نیز ۱۱۰° می‌باشد و به جهت بردار $\vec{V}$ بستگی ندارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۵)

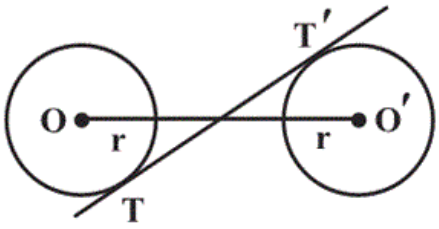
۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- (علی فتح‌آبادی)

چون انتقال یک تبدیل طولپاست، پس شعاع دایرهٔ C'، برابر r می‌باشد.

طول خط‌المرکزین دو دایره، برابر طول بردار انتقال، یعنی ۳ برابر شعاع دایره است، بنابراین داریم:



$$d = OO' = ۳r$$

$$TT' = \sqrt{d^۲ - (r+r)^۲} = \sqrt{۹r^۲ - ۴r^۲} = \sqrt{۵}r$$

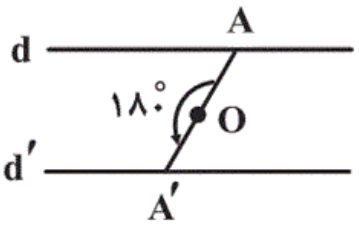
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

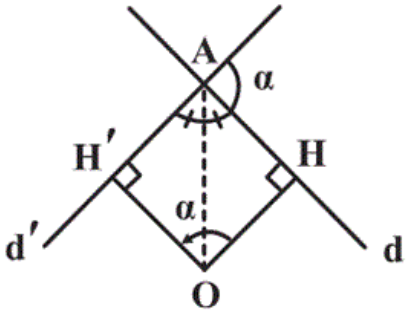
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰– *(محمدطاهر شعاعی)*

اگر دو خط با زاویهٔ α متقاطع باشند، هر نقطه روی نیمساز زاویهٔ بین دو خط، مرکز دورانی با زاویهٔ α است که در آن d' تصویر خط d است. اگر دو خط d و d' موازی باشند، آن‌گاه d' در بی‌شمار دوران به زاویهٔ 180° تصویر خط d است و مرکز این دوران‌ها روی خطی موازی و به فاصلهٔ مساوی از خطوط d و d' قرار دارند.





(هندسه ۲– صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۱ *(کتاب آبی)*

ابتدا دامنهٔ تابع f^{-1} را که برابر با برد تابع f است می‌یابیم:

$$f(x) = -\sqrt{x+۳}$$

$$\sqrt{x+۳} \geq ۰ \Rightarrow -\sqrt{x+۳} \leq ۰$$

$$\Rightarrow R_f = D_{f^{-۱}} = (-\infty , ۰]$$

برای به دست آوردن ضابطهٔ تابع وارون، x را برحسب y نوشته، سپس جای x و y را عوض می‌کنیم:

$$y = -\sqrt{x+۳} \Rightarrow \sqrt{x+۳} = -y \Rightarrow x+۳ = (-y)^۲$$

$$\Rightarrow x = y^۲ - ۳ \xrightarrow{\text{تعویض جای } x \text{ و } y} y = x^۲ - ۳ \ ، \ x \leq ۰$$

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۲ *(کتاب آبی)*

با توجه به نمودار توابع، مقادیر را جایگزین می‌کنیم:

$$(f+g)(۲) = f(۲) + g(۲) = -۱ + ۰ = -۱$$

$$(\frac{f}{g})(۳) = \frac{f(۳)}{g(۳)} = \frac{۳}{۴}$$

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$f(g(x)) = x^2 + x \xrightarrow{g(x)=\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) = x^2 + x$$

اگر $\sqrt{x} = t$، آنگاه $x = t^2$ و خواهیم داشت:

$$f(t) = (t^2)^2 + t^2 = t^4 + t^2 \Rightarrow f(x) = x^4 + x^2$$

حال مقادیر $f(2g(1))$ و $g(2f(1))$ را می‌یابیم:

$$\begin{cases} f(2g(1)) = f(2\times\sqrt{1}) = f(2) = 2^4 + 2^2 = 20 \\ g(2f(1)) = g(2\times(1^4 + 1^2)) = g(4) = \sqrt{4} = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(2g(1)) + g(2f(1)) = 20 + 2 = 22$$

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۷۴ (کتاب آبی)

$$f(g(x)) = 4 - (g(x))^2$$

دامنهٔ تابع g بازهٔ $[-2,2]$ است، لذا:

$$-2 \le x \le 2 \Rightarrow 0 \le x^2 \le 4 \Rightarrow -4 \le -x^2 \le 0$$

$$\Rightarrow 0 \le 4 - x^2 \le 4 \Rightarrow 0 \le \sqrt{4 - x^2} \le 2 \Rightarrow 0 \le g(x) \le 2$$

باید حدود تغییرات تابع f را در این بازه بیابیم:

$$\Rightarrow 0 \le g^2(x) \le 4 \Rightarrow -4 \le -g^2(x) \le 0$$

$$\Rightarrow 0 \le 4 - g^2(x) \le 4$$

(حسابان ۱-تابع- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

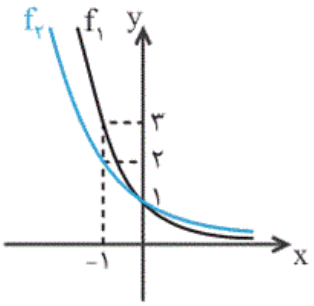
۱ ۲ ۳ ۴✓

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۵ *(کتاب آبی)*

با توجه به اینکه $c > ۱$ است، پس تابع $f_۳(x) = c^x$ افزایشی است؛ بنابراین گزینهٔ (۲) یا (۳) صحیح است.



با فرض $a = \frac{۱}{۳}$ و $b = \frac{۱}{۲}$، نمودار $f_۱(x) = (\frac{۱}{۳})^x$ و $f_۲(x) = (\frac{۱}{۲})^x$ به صورت فوق خواهد بود. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۶

ابتدا ضابطهٔ تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = ۴^{-x+۲} - ۳\times ۲^{-۲x+۳} + ۹$$

$$= ۴^{-x}\times ۴^{۲} - ۳\times ۲^{-۲x}\times ۲^{۳} + ۹$$

$$= ۱۶\times ۴^{-x} - ۲۴\times (۲^{۲})^{-x} + ۹$$

$$= ۱۶\times ۴^{-x} - ۲۴\times ۴^{-x} + ۹ = -۸\times ۴^{-x} + ۹$$

$$\Rightarrow y = -۸(\frac{۱}{۴})^{x} + ۹$$

به ازای $x = ۰$، عرض از مبدأ نمودار به‌دست می‌آید:

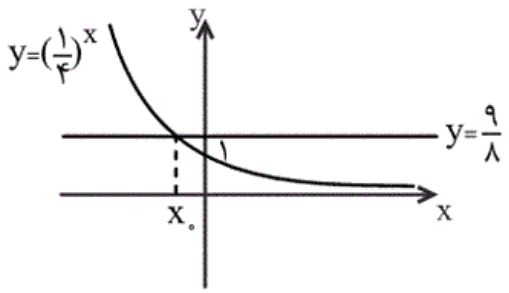
$$y = -۸(\frac{۱}{۴})^{x} + ۹ \xrightarrow{x=۰} y = -۸(\frac{۱}{۴})^{۰} + ۹ = -۸ + ۹ = ۱$$

همچنین به ازای $y = ۰$، طول از مبدأ نمودار به‌دست می‌آید:

$$y = -۸(\frac{۱}{۴})^{x} + ۹ \xrightarrow{y=۰} ۰ = -۸(\frac{۱}{۴})^{x} + ۹$$

$$\Rightarrow (\frac{۱}{۴})^{x} = \frac{۹}{۸} \qquad (۱)$$

مطابق شکل زیر، نمودار تابع $y = (\frac{۱}{۴})^{x}$، خط $y = \frac{۹}{۸}$ را در $x_۰ < ۰$ قطع می‌کند، پس مقدار x در معادلهٔ (۱) عددی منفی است.

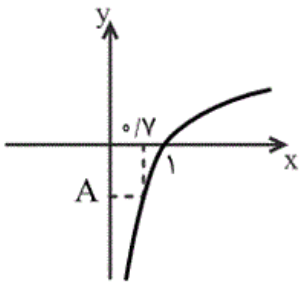


در نتیجه نمودار تابع $y = -۸(\frac{۱}{۴})^{x} + ۹$، محور xها را در نقطه‌ای با طول منفی و محور yها را در نقطه‌ای با عرض مثبت قطع می‌کند.

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

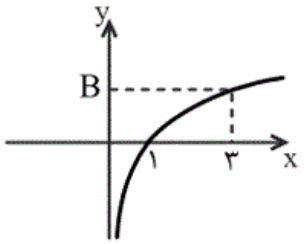
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



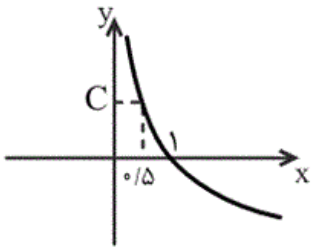
برای $B = \log_{\frac{۳}{۴}}^{۳}$ در تابع $y = \log_{\frac{۳}{۴}}^{x}$ به ازای $x = ۳$ می‌بینیم

که $\log_{\frac{۳}{۴}}^{۳} < ۰$، پس $B < ۰$.



برای $C = \log_{۰/۴}^{۰/۵}$ در تابع $y = \log_{۰/۴}^{x}$ به ازای $x = ۰/۵$ می‌بینیم

که $\log_{۰/۴}^{۰/۵} > ۰$، پس $C > ۰$.



(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۷۸ *(کتاب آبی)*

با توجه به وجود لگاریتم، داریم:

$$\log(x^۲ - ۳x) : x^۲ - ۳x > ۰ \Rightarrow x(x-۳) > ۰$$

$$\Rightarrow x < ۰ \text{ یا } x > ۳ \quad (*)$$

با توجه به وجود رادیکال با فرجهٔ زوج، باید عبارت زیر رادیکال، بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

$$۱ - \log(x^۲ - ۳x) \geq ۰ \Rightarrow \log(x^۲ - ۳x) \leq ۱$$

$$\Rightarrow x^۲ - ۳x \leq ۱۰^۱ \Rightarrow x^۲ - ۳x - ۱۰ \leq ۰$$

$$\Rightarrow (x-۵)(x+۲) \leq ۰ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۵ \quad (**)$$

از اشتراک (*) و (**) خواهیم داشت:

$$D_f = [-۲ , ۰) \cup (۳ , ۵]$$

(حسابان ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰ و ۸۰ تا ۸۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۷۹ *(کتاب آبی)*

با استفاده از قانون $\log_a^{a^b} = b$، خواهیم داشت:

$$\log_۵(\sqrt{۱۲۵})^۳ = \log_۵(۵^{\frac{۳}{۲}})^۳ = \log_۵(۵)^{\frac{۹}{۲}}$$

$$= \frac{۹}{۲}\log_۵ ۵ = ۴/۵$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۰

$$\log_x^{(3x+8)} = 2 - \log_x^{(x-6)}$$

عبارت $\log_x^{(x-6)}$ را به سمت چپ تساوی منتقل کرده و از رابطهٔ $\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \log_x^{(3x+8)} + \log_x^{(x-6)} = 2$$
$$\Rightarrow \log_x^{(3x+8)(x-6)} = 2 \quad (*)$$

می‌دانیم اگر $\log_v^u = t$، آنگاه $u = v^t$، پس می‌توان از (*) نتیجه گرفت:

$$(3x+8)(x-6) = x^2 \Rightarrow 3x^2 - 18x + 8x - 48 = x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 10x - 48 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -3 < 0 \quad \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

(به ازای $x = -3$ عبارت‌های لگاریتمی معادلهٔ اولیه تعریف نمی‌شوند.)

$$x = 8 \Rightarrow \log_4^x = \log_4^8$$

با استفاده از $\log_{v^n}^{u^m} = \frac{m}{n}\log_v^u$، داریم:

$$\log_4^8 = \log_{2^2}^{2^3} = \frac{3}{2}\log_2^2 = \frac{3}{2} \times 1 = \frac{3}{2}$$

(حسابان ۱-توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- *(ندا صالح‌پور)*

چون گفته شده سالاد یا دسر، پس تعداد حالت‌های آن‌ها جمع می‌شود:

$$۲+۳=۵$$

تعداد حالت‌های فضای نمونه برابر است با:

$$n(S)=۵\times۵\times۳=۷۵$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- (سروش موئینی)

$$P(A\cup B)=۲P(A\cup C)=\frac{۳}{۲}P(B\cup C)=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow P(A\cup C)=\frac{۱}{۴}\ ,\quad P(B\cup C)=\frac{۱}{۳}\ ,\quad P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}$$

اگر X و Y دو پیشامد ناسازگار باشند، آن‌گاه $P(X\cup Y)=P(X)+P(Y)$ است. در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{array}{l}P(A\cup B)=\frac{۱}{۲}=P(A)+P(B)\\ P(A\cup C)=\frac{۱}{۴}=P(A)+P(C)\\ P(B\cup C)=\frac{۱}{۳}=P(B)+P(C)\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{جمع طرفین سه رابطه}}$$

$$۲P(A)+۲P(B)+۲P(C)=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲(P(A)+P(B)+P(C))=\frac{۱۳}{۱۲}$$

$$\Rightarrow P(A)+P(B)+P(C)=\frac{۱۳}{۲۴}\Rightarrow P(A\cup B\cup C)=\frac{۱۳}{۲۴}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶– (مرتضی فهیم‌علوی)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = ۰/۸$$

$$\Rightarrow ۴P(A \cap B) + \frac{۴}{۳}P(A \cap B) - P(A \cap B) = ۰/۸$$

$$\Rightarrow \frac{۱۳}{۳}P(A \cap B) = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱۲}{۶۵}$$

حال برای محاسبهٔ $P(A - B)$ داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = ۴P(A \cap B) - P(A \cap B)$$

$$= ۳P(A \cap B) = ۳ \times \frac{۱۲}{۶۵} = \frac{۳۶}{۶۵}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۷– (امیرحسین ابومحبوب)

$$A \cup B = \{a , b , c\} \Rightarrow A' \cap B' = (A \cup B)' = \{d , e\}$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = \frac{۱}{۳} + \frac{۲}{۵} + \frac{۳}{۵} = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow ۳P(a) + P(b) + P(c) + P(d) + P(e) = \frac{۴}{۳}$$

$$\Rightarrow ۲P(a) + \underbrace{P(\{a , b , c , d , e\})}_{۱} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۲P(a) = \frac{۱}{۳} \Rightarrow P(a) = \frac{۱}{۶}$$

$$P(A' \cap B') = P(\{d , e\}) = P(\{a , d , e\}) - P(a) = \frac{۳}{۵} - \frac{۱}{۶} = \frac{۱۳}{۳۰}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹– *(ندا صالح‌پور)*

احتمال رخ دادن هر عدد مربع کامل را x و احتمال رخ دادن هر عدد اول را $۲x$ در نظر می‌گیریم. پس داریم:

$$P(۱) = P(۴) = x$$

$$P(۲) = P(۳) = P(۵) = ۲x$$

$$P(S) = ۱ \Rightarrow P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = ۱$$

$$\Rightarrow ۶x + ۲x + P(۶) = ۱ \Rightarrow P(۶) = ۱ - ۸x$$

$$۰ \le P(۶) \le ۱ \Rightarrow ۰ \le ۱ - ۸x \le ۱ \Rightarrow ۰ \le x \le \frac{۱}{۸} = ۰/۱۲۵$$

پس احتمال رخ دادن عدد یک، حداکثر می‌تواند ۰/۱۲۵ یا $\frac{۱}{۸}$ باشد. در نتیجه احتمال رخ دادن عدد یک نمی‌تواند برابر ۰/۱۳ باشد.

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۲– *(سامان اسپهرم)*

اگر $P(b) = x$ فرض شود، آن‌گاه $P(a) = ۴x$ ، $P(c) = \frac{x}{۲}$ و $P(d) = ۲x$ است. در این صورت داریم:

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = ۱ \Rightarrow ۴x + x + \frac{x}{۲} + ۲x = ۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱۵x}{۲} = ۱ \Rightarrow P(b) = x = \frac{۲}{۱۵}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۳- (مسعود درویشی)

فضای نمونهٔ کاهش یافته شامل تمام اعداد دو رقمی است که حداقل یکی از ارقام آن‌ها برابر ۷ است. اگر این فضای نمونه را با S_1 نمایش دهیم، داریم:

$$S_1 = \{۱۷ , ۲۷ , ۳۷ , ۴۷ , ۵۷ , ۶۷ , ۸۷ , ۹۷\}$$

$$\cup \{۷۰, ۷۱ , ۷۲ , ۷۳ , ۷۴ , ۷۵ , ۷۶ , ۷۷ , ۷۸ , ۷۹\}$$

اگر در این فضای نمونهٔ کاهش‌یافته، پیشامد آن که رقم دهگان عدد انتخابی برابر ۷ باشد را با A نمایش دهیم، آن‌گاه داریم:

$$A = \{۷۰ , ۷۱ , ۷۲ , ۷۳ , ۷۴ , ۷۵ , ۷۶ , ۷۷ , ۷۸ , ۷۹\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S_1)} = \frac{۱۰}{۱۸} = \frac{۵}{۹}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۴- (احسان خیراللهی)

$$P(\{a , b , c\}) = \frac{۲}{۳} \Rightarrow P(d) = ۱ - \frac{۲}{۳} = \frac{۱}{۳}$$

$$P(a) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow P(\{b , c , d\}) = ۱ - \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۴}$$

$$P(\{d\} | \{b , c , d\}) = \frac{P(\{d\} \cap \{b , c , d\})}{P(\{b , c , d\})} = \frac{P(d)}{P(\{b , c , d\})}$$

$$= \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴}{۹}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۰– *(مسعود درویشی)*

می‌دانیم تعداد جایگشت‌های یک مجموعهٔ n عضوی برابر با $n!$ است. فضای نمونهٔ اولیه شامل جایگشت‌های حروف a، b، c، d و e است، اما چون می‌دانیم که جایگشت انتخاب شده با حرف a آغاز نمی‌شود، تعداد حالت‌های فضای نمونه از $5!$ به $4 \times 4!$ کاهش می‌یابد. فرض کنید در این فضای نمونه، A پیشامد آن باشد که حرف دوم در جایگشت این حروف، حرف b باشد. با توجه به این‌که حرف اول جایگشت نمی‌تواند a باشد، داریم:

$$\overset{\circ}{\square}\ \overset{\circ}{\square}\ \overset{\circ}{\square}\ \overset{\circ}{\square}\ \overset{\circ}{\square}$$

$$n(A) = ۳ \times ۱ \times ۳ \times ۲ \times ۱ = ۳ \times ۳!$$

$$P(A) = \frac{۳ \times ۳!}{۴ \times ۴!} = \frac{۳}{۴} \times \frac{۱}{۴} = \frac{۳}{۱۶}$$

(آمار و احتمال- صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۸– *(ندا صالح‌پور)*

A : هومن در سمینار شرکت کند.

B : مازیار در سمینار شرکت کند.

C : پارسا در سمینار شرکت کند.

$$P(A \cap B \cap C) = ۰/۳۶ \quad , \quad P(C \mid (A \cap B)) = ۰/۸$$

$$P(A \mid B) = ۰/۷۵ \quad , \quad P(B) = ?$$

طبق قانون ضرب احتمال برای سه پیشامد A، B و C داریم:

$$P(A \cap B \cap C) = P(B)P(A \mid B)P(C \mid (A \cap B))$$

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا