



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      سایت ویژه ریاضیات

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

هندسه ۱ دهم، ترسیم های هندسی و استدلال - ۳ سوال -

۱۱۲- خط  $d$  و دو نقطه  $A$  و  $B$  در یک صفحه مفروض اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط  $d$  وجود دارد که از  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد؟

- (۱) خط  $d$  از نقطه  $A$  عبور کند.  
 (۲) خط  $d$ ، امتداد پاره خط  $AB$  را قطع کند.  
 (۳) خط  $d$ ، پاره خط  $AB$  را در نقطه‌ای بین  $A$  و  $B$  قطع کند.  
 (۴) خط  $d$  موازی پاره خط  $AB$  باشد.

۱۱۳- در چهارضلعی  $ABCD$ ، بین اندازه‌های زاویه‌های داخلی رابطه  $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4}$  برقرار است. در این چهارضلعی نیم‌سازهای داخلی دو زاویه... و... بر هم عمودند.

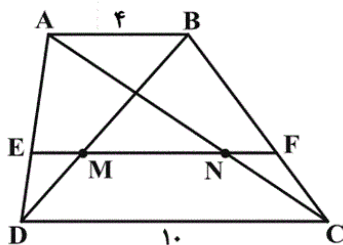
- (۱)  $D-A$       (۲)  $C-A$       (۳)  $A-B$       (۴)  $D-B$

۱۱۴- در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $E$  روی ضلع  $AB$  طوری قرار دارد که از دو ضلع  $AC$  و  $BC$  به یک فاصله است. کدام نامساوی همواره درست است؟

- (۱)  $CE < AC$       (۲)  $BC < CE$       (۳)  $AE < AC$       (۴)  $BE < CE$

هندسه ۱ دهم، قضیه‌ی تالس، تشابه و کاربردهای آن - ۲ سوال -

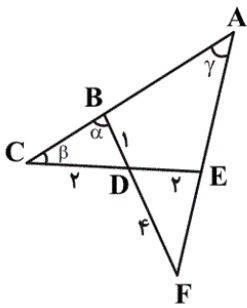
۱۱۵- در دوزنقه شکل زیر به طول قاعده‌های ۴ و ۱۰، پاره خط  $EF$  موازی قاعده‌ها، دو قطر را در نقاط  $M$  و  $N$  قطع کرده است. اگر



$MN = 3EM$  باشد، آنگاه  $\frac{AE}{ED}$  کدام است؟

- (۱)  $1/6$   
 (۲)  $1/8$   
 (۳)  $2/2$   
 (۴)  $2$

۱۱۶- با توجه به شکل زیر، کدام رابطه درست است؟



(۱)  $\gamma = \alpha - \beta$

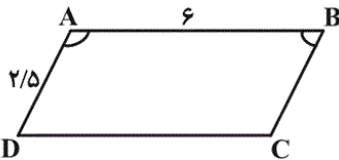
(۲)  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

(۳)  $\alpha + \beta = 90^\circ + \gamma$

(۴)  $2\gamma = \alpha + \beta$

هندسه ۱ دهم، چند ضلعي ها - ۳ سوال -

۱۱۷- متوازی الاضلاع ABCD مطابق شکل زیر مفروض است. کدام گزینه درباره محل برخورد نیمسازهای زوایای A و B درست است؟



(۱) داخل متوازی الاضلاع

(۲) روی ضلع CD

(۳) خارج متوازی الاضلاع

(۴) هر سه حالت امکان پذیر است.

۱۱۸- در مثلث قائم الزاویه‌ای که یکی از زاویه‌های حاده آن  $75^\circ$  است، فاصله نقطه هم‌رسی میانه‌ها از ارتفاع وارد بر وتر، چه کسری از طول وتر است؟

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

(۳)  $\frac{1}{4}$

(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۱)  $\frac{1}{3}$

۱۱۱- روی محیط یک چندضلعی شبکه‌ای، ۱۸ نقطه و درون آن ۳ نقطه قرار دارد. مساحت این چندضلعی کدام است؟

(۴)  $18/5$

(۳) ۱۱

(۲)  $13/5$

(۱) ۱۵

هندسه ۱ دهم، تجسم فضایی - ۲ سوال -

۱۱۹- از دوران مثلث قائم الزاویه‌ای به طول وتر ۵ حول وتر آن، شکلی با حجم  $\frac{20\pi}{3}$  ایجاد شده است. مجموع طول اضلاع قائم در این مثلث کدام است؟

(۴)  $4\sqrt{5}$

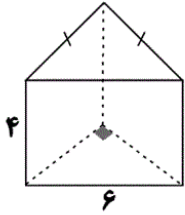
(۳)  $3\sqrt{5}$

(۲)  $2\sqrt{5}$

(۱)  $\sqrt{5}$

۱۲۰- در شکل زیر، مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶، یکی از وجه‌های منشوری است که قاعده‌های آن مثلث‌های قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. مساحت سطح مقطع صفحه شامل رأس قائمه قاعده بالایی و وتر قاعده پایینی، با این منشور کدام

است؟



۱۲ (۱)

۱۳ (۲)

۱۴ (۳)

۱۵ (۴)

آمار و احتمال، آشنایی با مبانی ریاضی - ۱۰ سوال -

۱۲۱- اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$  با کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟

$p \wedge r$  (۱)  $q \wedge r$  (۲)

$p \vee r$  (۳)  $q \vee r$  (۴)

۱۲۲- نقیض گزاره «عدد طبیعی  $n$  وجود دارد به طوری که  $n$  عددی اول باشد و عددی فرد نباشد.» کدام است؟

(۱) عدد طبیعی  $n$  وجود دارد که  $n$  عددی اول نیست و  $n$  عددی فرد است.

(۲) عدد طبیعی  $n$  وجود دارد به طوری که  $n$  عددی اول نیست یا  $n$  عددی فرد است.

(۳) برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n$  عددی اول نیست و  $n$  عددی فرد است.

(۴) برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n$  عددی اول نیست یا  $n$  عددی فرد است.

۱۲۳- به ازای چند عدد صحیح  $x$ ، دو مجموعه  $A = \{x^2 + x, 1, 1 + x^2\}$  و  $B = \{1 + x, x\}$  می‌توانند با هم مساوی باشند؟

هیچ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۱۲۴- متمم مجموعه  $[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')]$  کدام است؟

$A$  (۱)  $A'$  (۲)  $A \cup B$  (۳)  $A' \cap B'$  (۴)

۱۲۵- نمودار کدام یک از مجموعه‌های زیر، شامل نیم‌خط‌هایی موازی محور  $x$ ها در ربع سوم دستگاه مختصات است؟

$(-\mathbb{N}) \times (-\infty, 0]$  (۱)  $(-\mathbb{N}) \times [0, +\infty)$  (۲)

$(-\infty, 0] \times (-\mathbb{N})$  (۳)  $(-\infty, 0] \times \mathbb{N}$  (۴)

۱۳۱- گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$  با کدام یک از گزاره‌های زیر هم ارز است؟

$p$  (۱)  $q$  (۲)

$\sim p$  (۳)  $\sim q$  (۴)

۱۳۲- گزاره سوری  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; P(x,y)$  با کدام گزاره نمای  $P(x,y)$  دارای ارزش درست است؟

$y - x = 6$  (۱)  $x - y = 6$  (۲)

$x + y = 6$  (۳)  $xy = 6$  (۴)

۱۳۳- مجموعه اعداد طبیعی را به سه مجموعه  $A$ ،  $B$  و  $C$  افراز کرده‌ایم. اگر  $A = \{n | n = 6k + 1, k \in \mathbb{N}\}$  و

$B = \{n | n = 6k - 1, k \in \mathbb{N}\}$  باشد، کدام عدد طبیعی به مجموعه  $C$  تعلق دارد؟

۱۱ (۱) ۲۹ (۲) ۳۳ (۳) ۳۷ (۴)

۱۳۴- مجموعه  $A$  دارای ۵۱۲ زیرمجموعه و مجموعه  $A \cap B$  دارای ۳ عضو است. تعداد زیرمجموعه‌های  $(B \cup A)'$  کدام است؟

۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)

۱۳۵- اگر برای دو مجموعه  $A$  و  $B$ ، رابطه  $A' \cup B = A' \cap B'$  برقرار باشد، کدام گزینه لزوماً درست است؟

$A = \emptyset$  (۱)  $A = B$  (۲)  $B = \emptyset$  (۳)  $A = B'$  (۴)

آمار و احتمال، احتمال - ۱۰ سوال -

۱۳۶- در کیسه‌ای ۵ مهره سفید، ۳ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام

احتمال فقط دو مهره خارج شده هم‌رنگ هستند؟

$\frac{41}{120}$  (۱)  $\frac{37}{60}$  (۲)  $\frac{79}{120}$  (۳)  $\frac{31}{60}$  (۴)

۱۳۷- در یک آزمایش تصادفی، فضای نمونه  $S = \{a, b, c, d\}$  است. اگر  $P(a)$ ،  $P(b)$ ،  $P(c)$  و  $P(d)$  به ترتیب از راست به چپ،

یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{3}$  تشکیل دهند، مقدار  $P(\{a, d\})$  کدام است؟

$0/5$  (۱)  $0/6$  (۲)  $0/7$  (۳)  $0/8$  (۴)

۱۳۸- یک فضای نمونه متشکل از ۵ برآمد  $a, b, c, d, e$  است. اگر  $P(a) = \frac{1}{4}$  و  $P(\{a, b, c\}) = \frac{2}{3}$  باشد، احتمال

$P(\{b, c, e\} | \{a, b, c\})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{5}{12}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۱۳۹- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو بیاید، تاس می‌ریزیم. اگر پشت بیاید، سه سکه دیگر را با هم می‌ریزیم. در این آزمایش،

احتمال اینکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{9}{16}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{11}{16}$

۱۴۰- در دو پیشامد مستقل  $A$  و  $B$ ، اگر  $P(A \cap B) = 0/6$  و  $P(A \cap B') = 0/2$  باشد، آنگاه  $P(A \cup B')$  کدام است؟

- (۱)  $0/7$  (۲)  $0/75$  (۳)  $0/85$  (۴)  $0/9$

۱۴۶- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$ ،  $P(A) = 0/25$  و  $P(B) = 0/8$  باشد، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای

$P(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱)  $0/1$  (۲)  $0/2$  (۳)  $0/3$  (۴)  $0/4$

۱۴۷- در پرتاب یک تاس، احتمال رو شدن عدد ۶،  $\frac{1}{3}$  احتمال رو نشدن آن است و احتمال رو شدن هر یک از اعداد ۱ تا ۵، برابر

یکدیگر می‌باشد. در یک بار پرتاب این تاس، احتمال اینکه عددی زوج ظاهر شود، کدام است؟

- (۱)  $\frac{13}{20}$  (۲)  $\frac{7}{20}$  (۳)  $\frac{9}{20}$  (۴)  $\frac{11}{20}$

۱۴۸- در ظرفی شش مهره با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ ریخته‌ایم. به تصادف ۲ مهره با هم از این ظرف خارج می‌کنیم. اگر مجموع

ارقام روی این دو مهره زوج باشد، احتمال آنکه مهره با شماره ۲ نیز خارج شده باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{1}{4}$

۱۲۹- در یک پروژه ساختمانی به دلیل کمبود نقدینگی، احتمال اعتصاب کارگران  $0/6$  می‌باشد. اگر اعتصاب شود به احتمال  $0/3$  و

اگر اعتصاب نشود به احتمال  $0/8$  کار پروژه به موقع تمام می‌شود. احتمال اینکه کارگران اعتصاب کرده باشند در صورتی که

بدانیم کار به موقع تمام شده است، کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $\frac{9}{25}$

(۳)  $\frac{11}{25}$

(۴)  $\frac{8}{25}$

۱۳۰- احتمال بارش باران در یک روز مشخص در شهرهای تهران، اصفهان و شیراز به ترتیب  $0/5$ ،  $0/4$  و  $0/3$  است. احتمال اینکه

در این روز حداقل در یکی از این سه شهر باران ببارد، کدام است؟

(۱)  $0/79$

(۲)  $0/84$

(۳)  $0/89$

(۴)  $0/94$

ریاضی پایه - دوازدهم، تابع، ۸ سوال -

۸۷- به ازای هر  $k$  در بازه  $[a, b]$ ، خط  $y = k$  نمودار تابع  $y = x - 1 + \frac{|3x|}{x}$  را قطع نمی‌کند. حداکثر مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۴

(۳) ۲

(۴) ۶

۸۸- اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$  زیرمجموعه بازه  $(k, k+4)$  باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای  $k$  کدام است؟

(۱)  $(-1, \frac{3}{4})$

(۲)  $(0, \frac{3}{4})$

(۳)  $(-1, -\frac{3}{4})$

(۴)  $(-\frac{4}{3}, -1)$

۸۹- اگر  $[\frac{2x+1}{3}] = 5$  باشد، مجموع مقادیر ممکن برای  $[-x]$  کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

(۱) -۱۳

(۲) -۱۵

(۳) -۲۴

(۴) -۱۷

۹۰- تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  با کدام دامنه وارون پذیر است؟

(۱)  $(0, 3)$

(۲)  $(-8, -6)$

(۳)  $(1, 4)$

(۴)  $(-3, 3)$

۹۱- اگر  $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-1}$  و  $g(x) = \frac{x}{x^2-1}$  باشد، چند عدد طبیعی در برد تابع  $h(x) = \frac{xf(x)}{g(x)}$  قرار ندارد؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۹۲- اگر  $f(x) = \sqrt{x+2}\sqrt{x-1}$  و  $g(x) = 6+4x-x^2$  باشد، دامنه تابع  $g \circ f$  کدام است؟

(۱)  $[1, +\infty)$

(۲)  $(-\infty, 10)$

(۳)  $(-\infty, 9]$

(۴)  $[6, 10]$

۹۳- اگر  $f(x) = \sqrt{5-x^2}$  باشد، دامنه تابع  $f \circ f$  بازه  $[a, b]$  است. مساحت سطح محصور بین نمودار تابع  $f \circ f$ ، محور  $x$  ها و خطوط  $x=a$  و  $x=b$  کدام است؟

$2\sqrt{5}$  (۴)

$1/25$  (۳)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$  (۲)

۵ (۱)

۹۴- برای دو تابع  $f = \{(1, 4), (5, 2), (-1, b), (4, 5)\}$  و  $g = \{(a, 3), (-2, 10), (2, 6), (1, -6)\}$ ، اگر  $g \circ f^{-1} \in \{(5, 3)\}$  و  $f \circ g \in \{(-1, 10)\}$  باشد، مقدار  $g^{-1}(a-b)$  کدام است؟

-۲ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

ریاضی پایه - دوازدهم، **توان های گویا و عبارت های جبری** - سوال ۳ -

۸۴- اگر اختلاف ریشه های ششم عدد ۱۶ برابر با  $A$  باشد، مقدار  $x$  در رابطه  $2^x = \sqrt[5]{A} \times \sqrt[3]{4}$  کدام است؟

$\frac{3}{4}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{4}{3}$  (۲)

۱ (۱)

۸۵- حاصل عبارت  $\frac{\sqrt[5]{8 + (2\sqrt[5]{4}\sqrt{2})^3}}{(\sqrt[5]{4})^3 - \sqrt[3]{16}}$  کدام است؟

$\sqrt[5]{2}$  (۴)

$\sqrt[5]{2}$  (۳)

$\sqrt[3]{2^8}$  (۲)

$\sqrt[5]{2}$  (۱)

۸۶- اگر  $\frac{3a-b}{50} = \frac{1}{b^2}$  و  $\frac{a-3b}{14} = \frac{1}{a^2}$  باشد، حاصل  $a-b$  کدام است؟

۸ (۴)

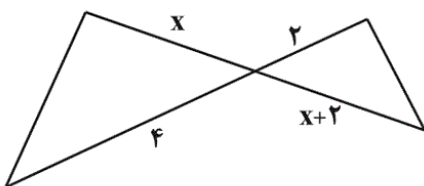
۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

ریاضی پایه - دوازدهم، **مثلثات** - سوال ۶ -

۹۵- نسبت مساحت های مثلث های شکل زیر برابر  $\frac{6}{5}$  است. مقدار  $x$  کدام می تواند باشد؟



۲ (۱)

$\frac{5}{7}$  (۲)

$\frac{5}{2}$  (۳)

$\frac{10}{7}$  (۴)



۹۶- مساحت شکل گسترده قیفی مخروطی شکل به شعاع قاعده ۳، برابر  $45\pi$  است. اندازه زاویه شکل گسترده (قطاع) این قیف

چند درجه است؟

۷۲ (۴)

۹۰ (۳)

۸۰ (۲)

۶۰ (۱)

۹۷- اگر  $f(x) = \frac{2 + \sin 4x}{3 - \cos 4x}$  و  $k$  عددی صحیح باشد، حاصل  $f\left(\frac{k\pi}{2}\right)$  کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$  (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

۹۸- حاصل  $\frac{-\tan 20^\circ (3 \sin 70^\circ + 5 \cos 160^\circ)}{\sin 340^\circ - 2 \sin(-20^\circ)}$  کدام است؟

۲ (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

-۲ (۲)

$-\sqrt{3}$  (۱)

۹۹- اگر  $\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = 2$  باشد، حاصل  $\cos^4 x - \sin^4 x$  کدام است؟

$-\frac{1}{5}$  (۴)

$\frac{1}{5}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$-\frac{3}{5}$  (۱)

۱۰۰- اگر  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$  و  $\alpha$  در ربع دوم باشد، مقدار  $50 \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)$  کدام است؟

$-24\sqrt{3} - 7$  (۲)

$24\sqrt{3} - 7$  (۱)

$12\sqrt{3} + 7$  (۴)

$12\sqrt{3} - 7$  (۳)

ریاضی پایه - دوازدهم، مجموعه، الگو و دنباله - ۲ سوال -

۸۱- از ۵۶ نفر دانش آموز دبیرستانی، ۳۱ نفر در کلاس ریاضی و ۲۸ نفر در کلاس فیزیک ثبت نام کرده اند. اگر ۱۰ نفر در هیچ کدام از

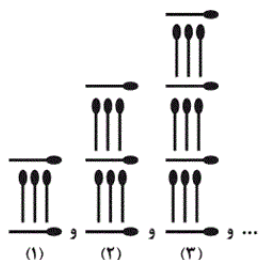
کلاس ها ثبت نام نکرده باشند، چند نفر از این دانش آموزان فقط در یک کلاس ثبت نام کرده اند؟

۳۵ (۴)

۳۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۹ (۱)



۸۲- با توجه به الگوی مقابل، تعداد چوب کبریت ها در شکل دهم کدام است؟

۴۱ (۱)

۴۳ (۲)

۴۵ (۳)

۴۷ (۴)

ریاضی پایه - دوازدهم، جبر و معادله - ۱ سوال -

۸۳- در یک دنباله هندسی با جملات متمایز، جمله اول برابر ۲- و جمله چهارم مربع جمله دوم است. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله

کدام است؟

۸۴۲ (۴)

۴۲۲ (۳)

۶۸۲ (۲)

۳۴۲ (۱)

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، تابع - ۴ سوال -

۱۰۴- اگر  $f$  تابع همانی و  $g$  تابعی ثابت باشد و داشته باشیم:  $\frac{2f(2)+g(2)}{2g(2)+f(1)} = \frac{10}{9}$ ، مقدار  $g(0)$  کدام است؟

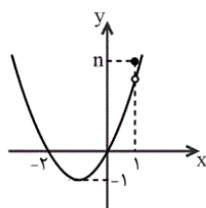
-۲ (۴)

-۴ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

۱۰۵- نمودار تابع  $g(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & ; x \neq 1 \\ 4 & ; x = 1 \end{cases}$  در شکل زیر رسم شده است. حاصل  $n + b + c$  کدام است؟



۴ (۱)

۶ (۲)

۳ (۳)

۵ (۴)

۱۰۶- اگر  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 1 \\ 1 & ; x < 1 \end{cases}$  و  $g(x) = \sqrt{2-x^2}$ ، آنگاه تعداد صفرهای تابع  $f + g$  کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۰۷- دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  و  $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$  مفروض‌اند. اگر  $g^{-1}(f(a)) = 3$  باشد،

$a$  کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۴ (۱)

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، توان های گویا و عبارت های جبری - ۱ سوال -

۱۰۱- ساده شده عبارت  $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+3}$  کدام است؟

$\sqrt{3}+1$  (۴)

$\sqrt{3}-1$  (۳)

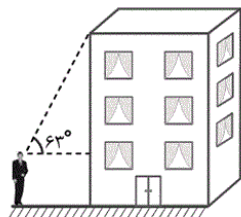
$\sqrt{3}+\sqrt{2}$  (۲)

$\sqrt{3}-\sqrt{2}$  (۱)

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، مثلثات - ۳ سوال -

۱۰۸- مطابق شکل زیر، شخصی با قد ۲۰۰cm در فاصله افقی ۵m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه ۶۳° نسبت به

افق، لبه بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ( $\tan 63^\circ \approx 2$ )



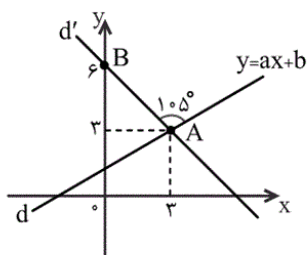
(۱) ۱۰

(۲) ۱۲

(۳) ۷/۵

(۴) ۴/۵

۱۰۹- با توجه به خطوط  $d$  و  $d'$  در شکل زیر، حاصل  $b(a+1)$  کدام است؟



(۱) -۶

(۲)  $\frac{15}{4}$

(۳) ۲

(۴)  $\frac{3}{4}$

۱۱۰- اگر  $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} = 2$  باشد،  $\tan x$  کدام است؟

(۲)  $\frac{1}{3}$

(۱) -۳

(۴) ۳

(۳)  $\frac{2}{3}$

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۱ سوال -

۱۰۲- اگر اشتراک مجموعه‌های  $A = (-\infty, \frac{2a-5}{3}]$  و  $B = [a, +\infty)$  مجموعه‌ای تک‌عضوی باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۴) -۵

(۳) -۴

(۲) -۳

(۱) -۲

ریاضی پایه - گواه- دوازدهم ، جبر و معادله - ۱ سوال -

۱۰۳- در یک دنباله حسابی با جملات متمایز، جمله هفتم نصف جمله سوم است. مجموع چند جمله اول این دنباله، برابر صفر است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۲۰

(۲) ۱۹

(۱) ۱۸

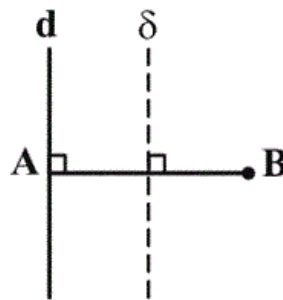
(امیر حسین ابومحبوب)

در صورتی که خط  $d$  در هر نقطه‌ای غیر از وسط پاره خط  $AB$  بر این پاره خط یا امتداد آن عمود باشد، موازی عمودمنصف  $AB$  خواهد بود و در نتیجه نقطه‌ای روی آن به فاصله برابر از  $A$  و  $B$  وجود ندارد ولی اگر خط  $d$  موازی پاره خط  $AB$  باشد، آن گاه عمودمنصف پاره خط  $AB$  را قطعاً در یک نقطه قطع می‌کند، پس همواره نقطه‌ای روی آن وجود دارد که از نقاط  $A$  و  $B$  به یک فاصله باشد.

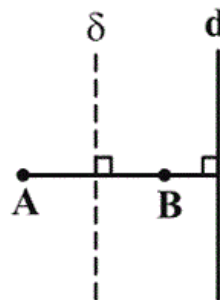
برای رد گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» شکل‌های زیر را ببینید (  $\delta$ : عمودمنصف

$AB$

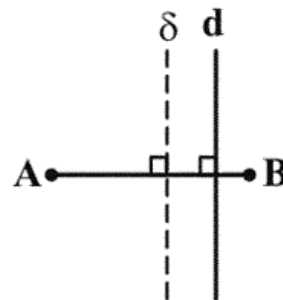
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



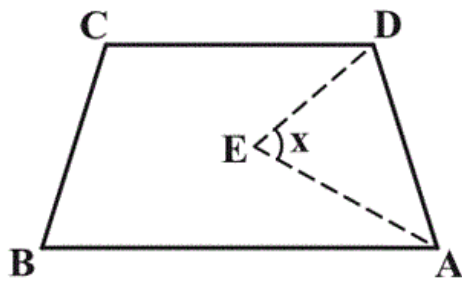
(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استرلال: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱



$$\triangle ADE : x + \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - \frac{\hat{A}}{2} - \frac{\hat{D}}{2} = \frac{360^\circ - (\hat{A} + \hat{D})}{2} \Rightarrow x = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}$$

نتیجه این که زاویه بین نیمسازهای داخلی هر دو زاویه مجاور یک چهارضلعی برابر با میانگین دو زاویه داخلی دیگر آن چهارضلعی است.

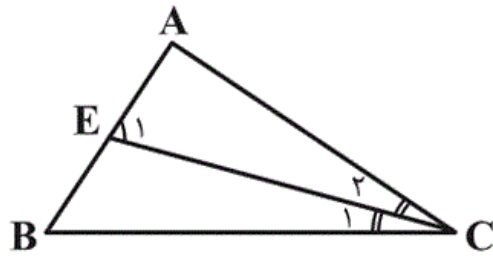
از آن جا که  $\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{72^\circ + 108^\circ}{2} = 90^\circ$  پس نیمسازهای دو زاویه داخلی A و D بر هم عمودند.

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۱۸)

- ۱ ✓    
  ۲    
  ۳    
  ۴

(امیرحسین ابومحبوب)

۱۱۴ - هندسه ۱



نقطه E از دو ضلع AC و BC به یک فاصله است، پس روی نیمساز زاویه ACB قرار دارد، پس در شکل مقابل  $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ .

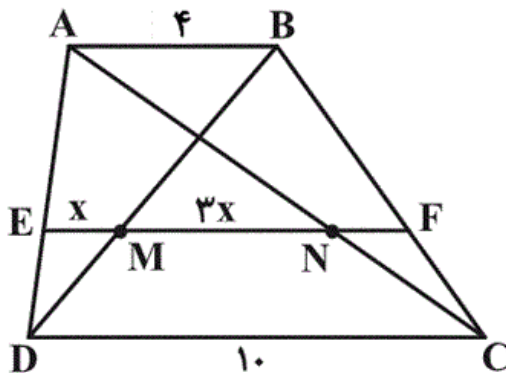
با توجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BEC : \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_1 \\ \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{B} + \hat{C}_2 \Rightarrow \hat{E}_1 > \hat{C}_2$$

در مثلث AEC، زاویه  $E_1$  بزرگتر از زاویه  $C_2$  است، پس:  $AE < AC$

(هندسه ۱- ترسیم‌های هندسی و استدلال: صفحه ۲۲)

- ۱    
  ۲    
  ۳ ✓    
  ۴



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta ABD : EM \parallel AB \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{x}{4} = \frac{EM}{AD} \\ \Delta ADC : EN \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{3x}{10} = \frac{EN}{AD} \end{array} \right.$$

از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{4}}{\frac{3x}{10}} = \frac{EM}{EN} \Rightarrow \frac{10}{12} = \frac{EM}{EN} \Rightarrow \frac{EM}{EN} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{EM}{MN} = \frac{5}{1} = 5/1$$

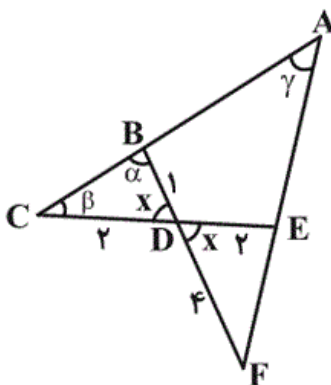
(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۳۴ تا ۳۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓



با توجه به شکل، زاویه  $x$  در دو مثلث  $BCD$  و  $DEF$  برابر است و  $\frac{BD}{DE} = \frac{CD}{DF}$  پس این دو مثلث به حالت تناسب دو ضلع و تساوی زاویه بین آنها با هم متشابه‌اند بنابراین  $\hat{D}EF = \alpha$ ؛ حال در مثلث  $ACE$  داریم:

$$\beta + \gamma + \hat{A}EC = 180^\circ \Rightarrow \beta + \gamma + (180 - \alpha) = 180^\circ \Rightarrow \gamma = \alpha - \beta$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه ۳۳۹)

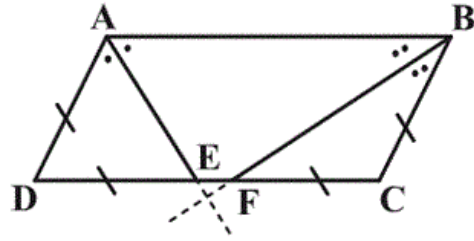
۴

۳

۲

۱ ✓

نیمساز زاویه  $A$  را رسم می‌کنیم تا ضلع  $CD$  را در نقطه  $E$  قطع کند.



$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DC \text{ و } AE \text{ مورب} \Rightarrow \hat{BAE} = \hat{AED} \\ \hat{DAE} = \hat{EAB} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{AED} = \hat{DAE}$$

$$\Rightarrow \triangle ADE \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow AD = DE = 2/5$$

نیمساز زاویه  $B$  را رسم می‌کنیم تا ضلع  $DC$  را در نقطه  $F$  قطع کند. به طریق مشابه می‌توان نشان داد  $BC = CF = 2/5$ ، در نتیجه داریم:

$$CF + DE = 5 < DC = 6$$

بنابراین نیمسازهای زوایای  $A$  و  $B$  یکدیگر را در خارج متوازی‌الاضلاع قطع می‌کنند.

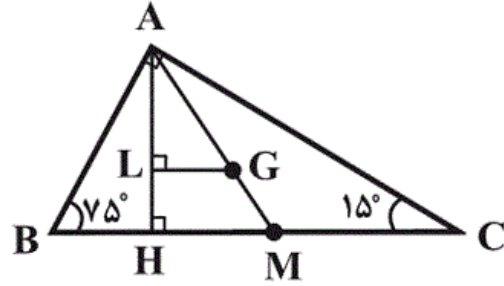
(هندسه ۱- پنذصلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



می‌دانیم نقطه هم‌رسی میانه‌ها، هر میانه را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند. در نتیجه داریم:

$$\triangle AHM : LG \parallel HM \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{LG}{HM} = \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow LG = \frac{2}{3} HM \quad (1)$$

از طرفی در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه  $15^\circ$ ، طول ارتفاع وارد بر وتر،  $\frac{1}{4}$  طول وتر است. همچنین در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:

$$\triangle AHM : HM^2 = AM^2 - AH^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 - \left(\frac{BC}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow HM^2 = \frac{BC^2}{4} - \frac{BC^2}{16} = \frac{3BC^2}{16}$$

$$\Rightarrow HM = \frac{\sqrt{3}}{4} BC \quad (2)$$

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی شبکه‌ای به ترتیب  $b = 18$  و  $i = 3$  است. طبق فرمول پیک داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{18}{2} + 3 - 1 = 11$$

(هندسه ۱- چندضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴

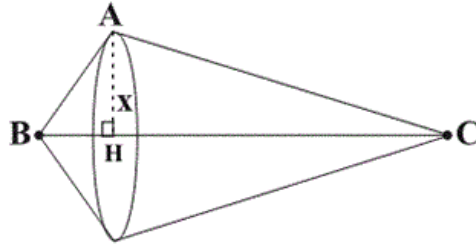
۳

۲

۱

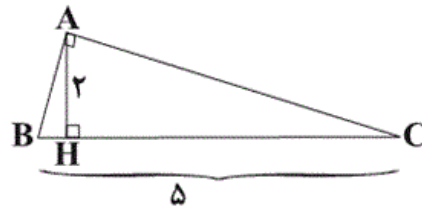


شکل حاصل، دو مخروط مشترک در قاعده است. شعاع قاعده مخروطها برابر  $x$  و مجموع ارتفاعهای آنها  $BC = 5$  است و داریم:



$$V = \frac{1}{3} \pi x^2 (BH) + \frac{1}{3} \pi x^2 (CH) = \frac{1}{3} \pi x^2 (BC)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi x^2 (5) = \frac{5}{3} \pi x^2 = \frac{20\pi}{3} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = 2$$



حال با استفاده از روابط مثلث قائم الزاویه داریم:

الف)  $AB \cdot AC = BC \cdot AH = 10$

ب)  $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow (AB + AC)^2 - 2 \frac{AB \cdot AC}{10} = 25$

$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 45 \Rightarrow AB + AC = 3\sqrt{5}$$

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

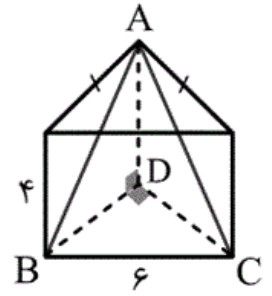
۴

۳ ✓

۲

۱

از آنجا که مثلث  $DBC$  قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به طول وتر ۶ است، داریم:



$$BD^2 + CD^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + x^2 = 36$$

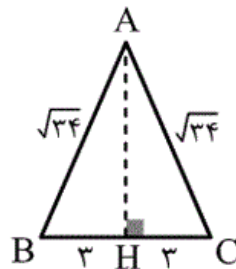
$$\Rightarrow x^2 = 18 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

در مثلث  $ABD$  بنا به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \Rightarrow AB^2 = 16 + 18 = 34$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{34}$$

برای پیدا کردن مساحت مثلث  $ABC$ ، طول ارتفاع وارد بر  $BC$  را حساب می‌کنیم.



$$\Delta \text{ فیثاغورس } ABH \rightarrow AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{34 - 9} = 5$$

$$S(ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$$

بنابراین:

(هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

ارزش گزاره  $(q \vee r) \Rightarrow p$  تنها در صورتی نادرست است که گزاره  $p$  درست و گزاره  $q \vee r$  نادرست باشد. همچنین از نادرستی گزاره  $q \vee r$ ، نادرست بودن گزاره‌های  $q$  و  $r$  نتیجه می‌شود. بنابراین گزاره  $(\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r))$  به انتهای مقدم درست است. از بین گزاره‌های داده شده، تنها گزاره  $p \vee r$  دارای ارزش درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم نقیض سور وجودی، سور عمومی است. از طرفی نقیض گزاره

$(p \wedge q)$  برابر با گزاره  $(\sim p \vee \sim q)$  است. پس داریم:

$n$  عددی فرد نیست :  $q$      $n$  عددی اول است:  $p$

$$\sim (\exists n \in \mathbb{N}; p \wedge q) \equiv (\forall n \in \mathbb{N}; \sim p \vee \sim q)$$

بنابراین نقیض گزاره صورت سؤال به صورت «برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n$  عددی اول نیست یا  $n$  عددی فرد است» می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای تساوی دو مجموعه داده شده، باید عضو ۱ از مجموعه  $A$  با یکی از

اعضای مجموعه  $B$  برابر باشد. داریم:

$$x = 1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 1, 2\} = \{1, 2\} \\ B = \{2, 1\} = \{1, 2\} \end{cases}$$

در نتیجه  $A = B$ .

$$1 + x = 1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0, 1, 1\} = \{0, 1\} \\ B = \{1, 0\} = \{0, 1\} \end{cases}$$

پس در این حالت نیز  $A = B$  است، پس به ازای دو مقدار صحیح صفر و

یک برای  $x$ ، دو مجموعه  $A$  و  $B$  مساوی هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا شریف فطیعی)

طبق قانون جذب،  $A \cap (A \cup B) = A$  است. از طرفی  $(A - B)$  و $(B - A)$  دو مجموعه جدا از هم هستند، بنابراین داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B - A)]$$

$$= A \cup (A - B) = \underbrace{A \cup (A \cap B')}_{\text{قانون جذب}} = A \xrightarrow{\text{متمم}} A'$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

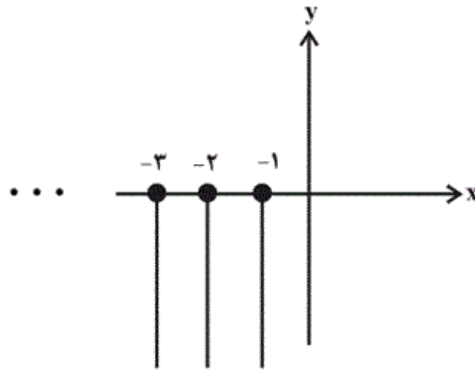
۴

۳

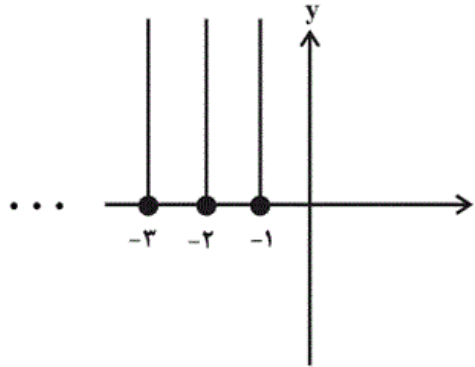
۲ ✓

۱

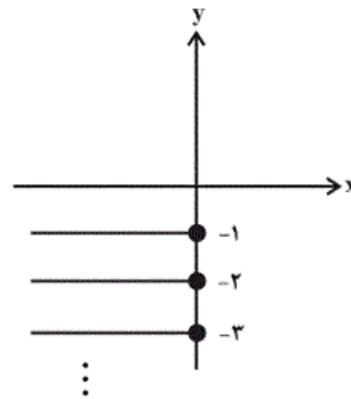
گزینه «۱»:



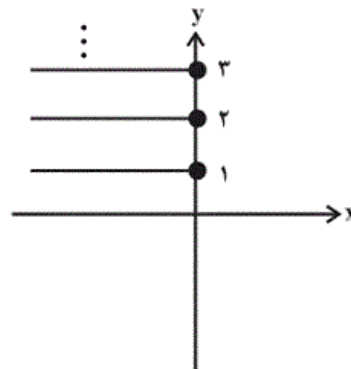
گزینه «۲»:



گزینه «۳»:



گزینه «۴»:



همان طور که مشاهده می شود تنها مجموعه گزینه «۳» شامل نیم خط هایی موازی محور Xها در ربع سوم دستگاه مختصات است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (p \vee q)$$

$$\equiv \underbrace{(\sim p \wedge p)}_F \vee q \equiv q$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

مثال نقض گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» عبارت‌اند از:

گزینه «۲»:  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; x - y = 6$

اگر  $x = 1$  باشد، آنگاه  $y = -5$  است، که عددی طبیعی نیست.

گزینه «۳»:  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; x + y = 6$

اگر  $x = 6$  باشد، آنگاه  $y = 0$  است، که عددی طبیعی نیست.

گزینه «۴»:  $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}; xy = 6$

اگر  $x = 4$  باشد، آنگاه  $y = \frac{3}{2}$  است، که عددی طبیعی نیست.

در گزینه «۱» به ازای هر عدد طبیعی  $x$ ، عدد  $y = x + 6$  نیز عددی طبیعی

بوده و  $y - x = 6$  می‌باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

در مجموعه  $A$ ، اعداد طبیعی‌ای وجود دارند که باقی‌مانده تقسیم آنها بر ۶ برابر ۱ است و در مجموعه  $B$ ، اعدادی طبیعی وجود دارند که باقی‌مانده تقسیم آنها بر ۶ برابر ۵ است.

پس در مجموعه  $C$  باید اعدادی قرار گیرند که باقی‌مانده تقسیم آنها بر ۶، یکی از اعداد ۰، ۲، ۳ و ۴ باشند.

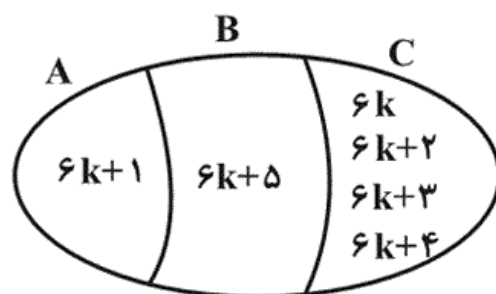
با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$11 = 6(1) + 5 \in B$$

$$29 = 6(4) + 5 \in B$$

$$33 = 6(5) + 3 \in C$$

$$37 = 6(6) + 1 \in A$$



(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۸)

تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه  $A$ ، برابر  $2^9 = 512$  است، پس  $|A| = 9$  بوده و داریم:

$$|(B \cup A')'| = |A \cap B'| = |A - B| = |A| - |A \cap B| = 9 - 3 = 6$$

در نتیجه تعداد زیرمجموعه‌های این مجموعه برابر  $2^6 = 64$  است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۰، ۲۹ و ۳۲)

۴

۳

۲

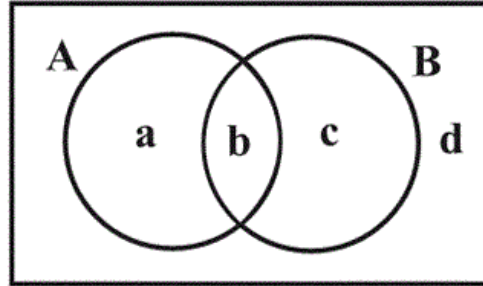
۱

روش اول:

$$A' \cup B = A' \cap B' \Rightarrow A' \cup B = (A \cup B)'$$

اگر ناحیه‌های موجود در نمودار ون را مطابق شکل با  $a, b, c, d$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$\{b, c, d\} = \{d\} \Rightarrow \{b, c\} = \emptyset \Rightarrow B = \emptyset$$



روش دوم:

$$x \in B \Rightarrow x \in A' \cup B \xrightarrow{A' \cup B = A' \cap B'} x \in A' \cap B' \Rightarrow x \in B'$$

بنابراین  $B \in B'$  است که با توجه به اینکه  $B$  و  $B'$  دو مجموعه جدا از هم هستند، تنها در حالتی امکان‌پذیر است که  $B = \emptyset$  باشد.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

۴

۳ ✓

۲

۱



فضای نمونه شامل تمام حالت‌های انتخاب ۳ مهره از میان ۱۰ مهره است.

$$n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad \text{داریم:}$$

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، آنگاه:

$$n(A) = \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} + \binom{3}{2} \times \binom{7}{1}$$

$\downarrow$  مهره سفید ۲     $\downarrow$  مهره سیاه یا قرمز ۱     $\downarrow$  مهره سیاه ۲     $\downarrow$  مهره سفید یا قرمز ۱

$$+ \binom{2}{2} \times \binom{8}{1} = 10 \times 5 + 3 \times 7 + 1 \times 8 = 79$$

$\downarrow$  مهره قرمز ۲     $\downarrow$  مهره سفید یا سیاه ۱

$$P(A) = \frac{79}{120}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$$

$$\Rightarrow x + \frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} = 1 \Rightarrow \frac{40x}{27} = 1 \Rightarrow x = \frac{27}{40}$$

$$P(\{a, d\}) = P(a) + P(d) = \frac{27}{40} + \frac{1}{40} = \frac{28}{40} = 0.7$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۶)

$$P(\{b, c\}) = P(\{a, b, c\}) - P(a) = \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$$

$$P(\{b, c, e\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر سکه رو بیاید، تاس می‌ریزیم، بنابراین صرف‌نظر از نتیجه پرتاب تاس، همواره دقیقاً یک سکه رو ظاهر می‌شود. اگر سکه پشت بیاید، سه سکه دیگر پرتاب می‌کنیم که حالت مطلوب آن است که فقط یکی از این سه سکه رو ظاهر شود. اگر پیشامد آنکه دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود را  $A$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{3}{1}}{2^3}$$

$\downarrow$   
سکه اول رو
 $\downarrow$   
سکه اول پشت
 $\downarrow$   
از سه سکه دیگر یکی رو بیاید

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{2} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل از یکدیگر باشند، آنگاه دو پیشامد  $A$  و  $B'$  نیز مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$\frac{P(A \cap B)}{P(A \cap B')} = \frac{0/6}{0/2} \Rightarrow \frac{P(A)P(B)}{P(A)P(B')} = 3$$

$$\Rightarrow \frac{1 - P(B')}{P(B')} = 3 \Rightarrow 3P(B') = 1 - P(B')$$

$$\Rightarrow P(B') = \frac{1}{4} = 0/25$$

$$P(A)P(B') = 0/2 \Rightarrow P(A) \times 0/25 = 0/2 \Rightarrow P(A) = 0/8$$

$$P(A \cup B') = P(A) + P(B') - P(A \cap B')$$

$$= 0/8 + 0/25 - 0/2 = 0/85$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مرتنقی فویم علوی)

می‌دانیم  $P(A \cap B) \leq P(A)$  و  $P(A \cap B) \leq P(B)$ ، بنابراین در صورتی که  $P(A) = ۰/۲۵$  و  $P(B) = ۰/۸$  باشد، حداکثر مقدار  $P(A \cap B)$  برابر با  $۰/۲۵$  خواهد بود. (حالتی که  $A \subseteq B$  باشد.)  
برای محاسبه حداقل  $P(A \cap B)$  داریم:

$$P(A \cup B) \leq ۱ \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq ۱$$

$$\Rightarrow ۰/۲۵ + ۰/۸ - P(A \cap B) \leq ۱ \Rightarrow P(A \cap B) \geq ۰/۰۵$$

بنابراین اختلاف حداقل و حداکثر  $P(A \cap B)$  برابر است با:

$$۰/۲۵ - ۰/۰۵ = ۰/۲$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$P(۶) = \frac{1}{3}(P(۱) + \dots + P(۵)) = \frac{1}{3} \times ۵x = \frac{۵x}{3}$$

$$P(۱) + \dots + P(۶) = ۱ \Rightarrow ۵x + \frac{۵x}{3} = ۱$$

$$\xrightarrow{\times 3} ۱۵x + ۵x = ۳$$

$$\Rightarrow ۲۰x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲۰}$$

$$P(\text{زوج بودن}) = P(۲) + P(۴) + P(۶) = \frac{۳}{۲۰} + \frac{۳}{۲۰} + \frac{۵}{۳} \times \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۱}{۲۰}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

فضای نمونه تقلیل یافته به صورت زیر است:

$$S = \{(1, 3), (1, 5), (3, 5), (2, 4), (2, 6), (4, 6)\}$$

اگر  $A$  پیشامد خارج شدن مهره با شماره ۲ در این فضای نمونه جدید باشد،  
آنگاه داریم:

$$A = \{(2, 4), (2, 6)\}$$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رحمت عین‌علیان)

اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب پیشامدهای «اعتصاب شدن» و «به موقع تمام شدن کار» باشند، آنگاه بر اساس قانون بیز داریم:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B | A)}{P(A)P(B | A) + P(A')P(B | A')}$$

$$= \frac{0/6 \times 0/3}{(0/6 \times 0/3) + (0/4 \times 0/8)} = \frac{0/18}{0/18 + 0/32} = \frac{9}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی بهرمندپور)

فرض کنید پیشامد بارش باران در روز مورد نظر در شهرهای تهران، اصفهان و شیراز را به ترتیب با  $A$ ،  $B$  و  $C$  نمایش دهیم. با توجه به اینکه پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  دوجه دو مستقل از یکدیگرند، پس پیشامدهای  $A'$ ،  $B'$  و  $C'$  نیز دوجه دو مستقل اند و در نتیجه داریم:

$$\begin{aligned} P(A \cup B \cup C) &= 1 - P[(A \cup B \cup C)'] \\ &= 1 - P(A' \cap B' \cap C') = 1 - P(A')P(B')P(C') \\ &= 1 - 0/5 \times 0/6 \times 0/7 = 1 - 0/21 = 0/79 \end{aligned}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۴

۳

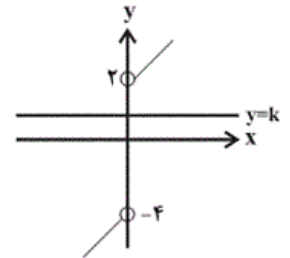
۲

۱ ✓

(سعید علم‌پور)

تابع را به صورت دو ضابطه‌ای می‌نویسیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$y = \begin{cases} x - 4; & x < 0 \\ x + 2; & x > 0 \end{cases}$$



ملاحظه می‌شود که خط  $y = k$  با شرط  $k \in [-4, 2]$ ، نمودار تابع را قطع نمی‌کند، پس بیشترین مقدار  $b - a$  برابر است با:  $2 - (-4) = 6$ .

(ریاضی ۱ - تابع: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۴)

۴ ✓

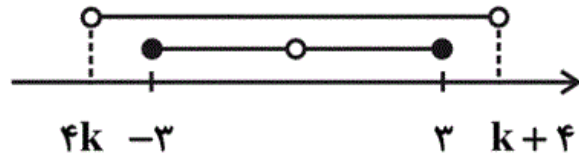
۳

۲

۱

(کازم ابلالی)

دامنه تابع  $f$  به صورت  $\{0\} - [-3, 3]$  است که باید زیرمجموعه بازه  $(4k, k+4)$  باشد. پس باید داشته باشیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} k+4 > 3 \Rightarrow k > -1 \\ 4k < -3 \Rightarrow k < -\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow k \in \left(-1, -\frac{3}{4}\right)$$

(مسئله ۱ - تابع: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کازم ابلالی)

$$\left[\frac{2x+1}{3}\right] = 5 \Rightarrow 5 \leq \frac{2x+1}{3} < 6 \Rightarrow 15 \leq 2x+1 < 18$$

$$\Rightarrow 14 \leq 2x < 17 \Rightarrow 7 \leq x < \frac{17}{2} \Rightarrow -\frac{17}{2} < -x \leq -7$$

بنابراین  $[-x]$  می‌تواند مقادیر  $-9$ ،  $-8$  و  $-7$  را داشته باشد که مجموع آن‌ها برابر  $-24$  است.

(مسئله ۱ - تابع، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(بهانفش نیکنام)

تابع  $f$  یک سهمی است. سهمی با دامنه  $\mathbb{R}$  غیر یک‌به‌یک و وارون‌ناپذیر است. برای وارون‌پذیری آن دامنه را باید به بازه‌ای تقلیل دهیم که طول رأس سهمی جزو نقاط درونی بازه نباشد.

در این سؤال  $x_S = \frac{-(-4)}{2} = 2$  است. بنابراین بازه‌ای قابل قبول است که

$x = 2$  جزو نقاط درونی آن نباشد.

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کاملاً اجلائی)

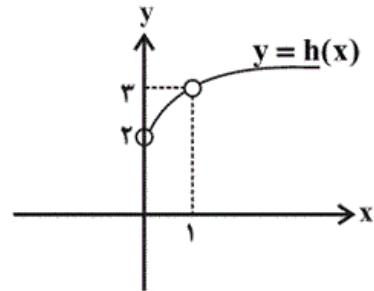
دامنه تابع  $f$  به صورت  $(0, +\infty) - \{1\}$  و دامنه تابع  $g$  به صورت  $\mathbb{R} - \{1\}$  است. بنابراین داریم:

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = (0, +\infty) - \{1\}$$

دقت کنید که از  $g(x) = 0$  نتیجه می‌شود که  $x = 0$  است. از طرف دیگر داریم:

$$h(x) = \frac{xf(x)}{g(x)} = \frac{x(\frac{\sqrt{x}+2}{x^3-1})}{\frac{x}{x^3-1}} = \sqrt{x} + 2$$

بنابراین نمودار تابع  $h$  به صورت زیر است.



$$\Rightarrow R_h = (2, +\infty) - \{3\}$$

اعداد طبیعی ۱، ۲ و ۳ در برد  $h$  قرار ندارند.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱

(عمید مام‌قارری)

$$f(x) = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} = |\sqrt{x-1}+1| = \sqrt{x-1}+1$$

دامنه تابع  $f$  بازه  $D_f = [1, +\infty)$  است.دامنه تابع  $g$ ،  $\mathbb{R}$  است و برای دامنه تابع  $g \circ f$  داریم:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$$

چون  $D_g = \mathbb{R}$  است،  $D_{g \circ f} = D_f$  خواهد بود.

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = [1, +\infty)$$

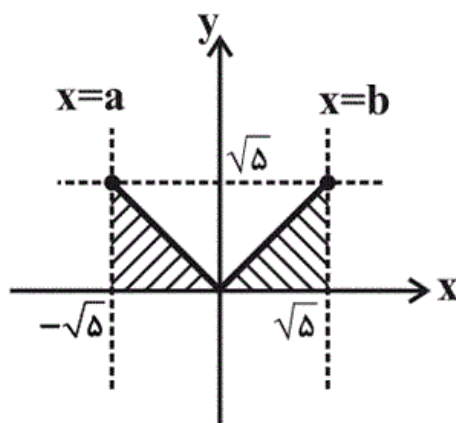
(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱ ✓



مثلث‌های هاشورخورده، ناحیه موردنظر هستند که مساحت آن برابر مجموع

$$\text{مساحت‌های مثلث‌ها یعنی } 2 \times \left(\frac{5}{2}\right) = 5 \text{ است.}$$

(مسئله ۱- تابع، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی سلامت)

$$(\Delta, 3) \in \text{gof}^{-1} \Rightarrow g(f^{-1}(\Delta)) = g(4) = 3 \Rightarrow g^{-1}(3) = a = 4$$

$$(-1, 10) \in \text{gof} \Rightarrow g(f(-1)) = g(b) = 10$$

$$\Rightarrow b = g^{-1}(10) = -2 \Rightarrow g^{-1}(a-b) = g^{-1}(6) = 2$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۵۴ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱ ✓



(علی شهرابی)

ریشه‌های ششم عدد ۱۶، عبارت‌اند از  $\sqrt[6]{16}$  و  $-\sqrt[6]{16}$ . اختلاف این دو عدد برابر A است:

$$\Rightarrow A = \sqrt[6]{16} - (-\sqrt[6]{16}) = 2^{\frac{2}{3}} \times 2 = 2^{\frac{5}{3}}$$

$$2^x = \sqrt[5]{A} \times \sqrt[3]{4} \Rightarrow 2^x = \sqrt[5]{2^{\frac{5}{3}}} \times \sqrt[3]{2^2} \Rightarrow 2^x = 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱✓

(عادل مسینی)

$$\frac{\sqrt[5]{8} + (2\sqrt[5]{4}\sqrt{2})^{\frac{5}{3}}}{(\frac{1}{54})^{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{16}} = \frac{(2^3)^{\frac{1}{6}} + (2(2^{\frac{1}{2}+1} \cdot 2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{5}{3}}}{(2 \times 3^3)^{\frac{1}{3}} - (2^4)^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{2^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{5}{2}}}{3 \times 2^{\frac{1}{3}} - 2 \times 2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}(1 + 2^2)}{2^{\frac{1}{3}}} = 5 \times 2^{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = 5 \times 2^{\frac{1}{6}} = 5\sqrt[6]{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱✓

(کامران اجلائی)

تساوی‌های داده شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{a-3b}{14} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow a^3 - 3a^2b = 14$$

$$\frac{3a-b}{50} = \frac{1}{b^2} \Rightarrow 3ab^2 - b^3 = 50$$

از جمع طرفین تساوی‌های بالا داریم:

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3 = 64 \Rightarrow a-b = 4$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

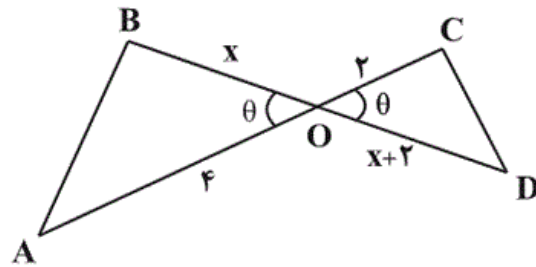
۴

۳

۲✓

۱

(کامظم اجلالی)



$$S_1 = S_{\Delta AOB} = \frac{1}{2}(4)(x) \sin \theta = 2x \sin \theta$$

$$S_2 = S_{\Delta COD} = \frac{1}{2}(2)(x+2) \sin \theta = (x+2) \sin \theta$$

حالت‌های زیر برای نسبت مساحت‌های این دو مثلث امکان‌پذیر است:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{S_1}{S_2} = \frac{2x}{x+2} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = 3 \\ \frac{S_2}{S_1} = \frac{x+2}{2x} = \frac{6}{5} \Rightarrow x = \frac{10}{7} \end{array} \right.$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$S = \frac{1}{2} \theta \left( \frac{6\pi}{\theta} \right)^2 = \frac{18\pi^2}{\theta} = 45\pi \Rightarrow \theta = \frac{18\pi^2}{45\pi} = \frac{2\pi}{5} \text{ rad} = 72^\circ$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه ۹۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید مام‌قادر)

$$f\left(\frac{k\pi}{2}\right) = \frac{2 + \sin 4\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{3 - \cos 4\left(\frac{k\pi}{2}\right)} = \frac{2 + \sin(2k\pi)}{3 - \cos(2k\pi)}$$

$$= \frac{2+0}{3-1} = 1$$

(مسایان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید مامقاری)

$$\begin{aligned} & \frac{-\tan 20^\circ (3 \sin 70^\circ + 5 \cos 160^\circ)}{\sin 34^\circ - 2 \sin(-20^\circ)} \\ &= \frac{-\tan 20^\circ (3 \cos 20^\circ - 5 \cos 20^\circ)}{2 \sin 20^\circ - \sin 20^\circ} \\ &= \frac{-\tan 20^\circ (-2 \cos 20^\circ)}{\sin 20^\circ} = 2 \tan 20^\circ \cot 20^\circ = 2 \end{aligned}$$

(مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(عرفان صادقی)

ابتدا عبارت مطلوب را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} \cos^2 x - \sin^2 x &= (\cos^2 x - \sin^2 x) \underbrace{(\cos^2 x + \sin^2 x)}_1 \\ &= \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = 2 &\Rightarrow \sin x = 2 \sin x + 2 \cos x \\ \Rightarrow -\sin x = 2 \cos x &\Rightarrow \tan x = -2 \end{aligned}$$

راه حل اول:

$$\begin{aligned} 1 + \tan^2 x &= \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\tan x = -2} \cos^2 x = \frac{1}{5} \\ \xrightarrow{\sin^2 x + \cos^2 x = 1} \sin^2 x &= \frac{4}{5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{3}{5}$$

راه حل دوم:

به سادگی می‌توان درستی رابطه  $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$  را اثبات کرد:

$$\Rightarrow \cos 2x = \frac{1 - 4}{1 + 4} = -\frac{3}{5}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۴۳ و مسابان ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کامظم ابلالی)

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

چون  $\alpha$  در ربع دوم است،  $\cos \alpha$  منفی و برابر  $-\frac{3}{5}$  است.

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(\frac{4}{5}\right)\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{24}{25} \\ \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(-\frac{3}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) = \cos \frac{\pi}{3} \cos 2\alpha - \sin \frac{\pi}{3} \sin 2\alpha$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{7}{25}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(-\frac{24}{25}\right) = \frac{24\sqrt{3} - 7}{50}$$

$$\Rightarrow 50 \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right) = 24\sqrt{3} - 7$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

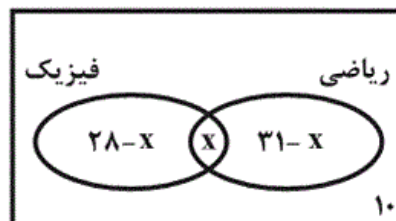
۲

۱ ✓

(یاسین سپهر)

-۸۱

اگر  $x$  نفر در هر دو کلاس ثبت‌نام کرده باشند، نمودار ون زیر را برای این کلاس می‌توان در نظر گرفت:



$$28 - x + x + 31 - x + 10 = 56 \Rightarrow 69 - x = 56$$

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow x = 13$$

تعداد دانش‌آموزانی که فقط در کلاس ریاضی ثبت‌نام کرده‌اند،  $31 - x$  نفر یعنی ۱۸ نفر و تعداد دانش‌آموزانی که فقط در کلاس فیزیک ثبت‌نام کرده‌اند،  $28 - x$  نفر یعنی ۱۵ نفر می‌باشند.

بنابراین تعداد دانش‌آموزانی که فقط در کلاس ریاضی یا فقط در کلاس فیزیک ثبت‌نام کرده‌اند، برابر  $18 + 15 = 33$  نفر است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد چوب کبریت‌ها	۵	۹	۱۳		$4n+1$

دقت کنید که چون اختلاف تعداد چوب کبریت‌ها در مراحل متوالی برابر ۴ است، الگوی مربوط به آن خطی می‌باشد. بنابراین داریم:

$$t_n = 4n + 1 \Rightarrow t_{10} = 41$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$a_1 = -2$$

$$a_4 = (a_2)^2 \Rightarrow a_1 q^3 = a_1^2 q^2 \xrightarrow{a_1 = -2, q \neq 0} a_1 = q = -2$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{a_1(1-q^{10})}{1-q} = \frac{-2(1-(-2)^{10})}{1+2} = \frac{-2(-1023)}{3} = 682$$

(مسئله ۱- جبر و معادله، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

f تابعی همانی است، پس ضابطه آن به صورت  $f(x) = x$  است.

$$\Rightarrow f(2) = 2 \text{ و } f(1) = 1$$

g تابعی ثابت است، پس ضابطه آن به صورت  $g(x) = k$  است.

$$\Rightarrow g(0) = g(3) = g(7) = k$$

$$\Rightarrow \frac{3f(2) + g(3)}{2g(7) + f(1)} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{3 \times 2 + k}{2k + 1} = \frac{10}{9} \Rightarrow \frac{6 + k}{2k + 1} = \frac{10}{9}$$

$$\Rightarrow 54 + 9k = 20k + 10 \Rightarrow 11k = 44 \Rightarrow k = 4$$

(ریاضی ۱- تابع، صفحه‌های ۱۰۹ و ۱۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به نمودار، تابع  $g$  برای  $x \neq 1$  یک سهمی است که محور  $x$  ها را در  $x = 0$  و  $x = -2$  قطع کرده است و  $g(1) = n$  می باشد. پس ضابطه آن به صورت زیر است:

$$g(x) = \begin{cases} a(x-0)(x-(-2)) & ; x \neq 1 \\ n & ; x = 1 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} x^2 + bx + c & ; x \neq 1 \\ 4 & ; x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 4 \\ ax(x+2) = x^2 + bx + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ x^2 + 2x = x^2 + bx + c \\ \Rightarrow b = 2, c = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n + b + c = 4 + 2 + 0 = 6$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه های ۱۱۱ و ۱۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا دامنه تابع  $f + g$  را می یابیم:

$$D_g : 2 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 2 \Rightarrow |x| \leq \sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$$

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \mathbb{R} \cap [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

ضابطه تابع  $f + g$  را تشکیل می دهیم:

$$(f + g)(x) = \begin{cases} x + \sqrt{2 - x^2} & ; 1 \leq x \leq \sqrt{2} \\ 1 + \sqrt{2 - x^2} & ; -\sqrt{2} \leq x < 1 \end{cases}$$

با توجه به ضابطه ها و محدوده های تعریف، مقادیر این تابع همواره مثبت اند و هیچ گاه صفر نمی شوند.

(حسابان ۱، تابع: صفحه های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$g^{-1}(f(a)) = 3 \Rightarrow g(g^{-1}(f(a))) = f(a) = g(3) = -2$$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(a) = \begin{cases} \sqrt{a} & ; a \geq 0 \\ -\sqrt{-a} & ; a < 0 \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{2}+\sqrt{6})+(3+\sqrt{3})} &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})+\sqrt{3}(1+\sqrt{3})} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{(1+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}-\sqrt{2} \end{aligned}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارات‌های جبری: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

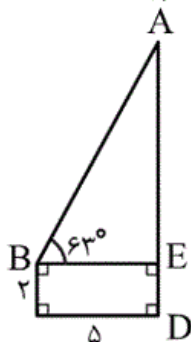
۴

۳

۲

۱ ✓

در شکل زیر، با استفاده از تعریف تانژانت زاویه  $B$  در مثلث قائم‌الزاویه  $ABE$ ، داریم:



$$\tan \hat{B} = \frac{AE}{BE}$$

$$\frac{\hat{B}=63^\circ}{\tan 63^\circ \approx 2} \rightarrow AE = 5 \times 2 = 10 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \text{ارتفاع ساختمان} = AD = AE + ED = 10 + 2 = 12 \text{ m}$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

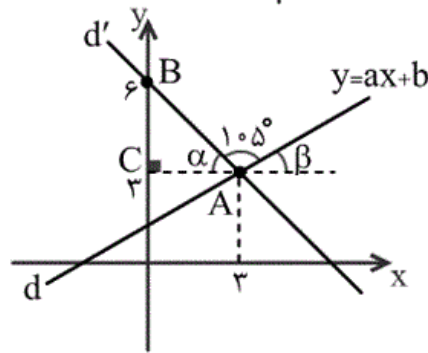
۳

۲ ✓

۱



مطابق شکل روبه‌رو، در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:



$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{3} = 1$$

زاویه‌ای را که خط  $d$  با جهت مثبت محور  $x$  ها می‌سازد به دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{\text{حاده است}} \alpha = 45^\circ$$

$$\alpha + 105^\circ + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\alpha = 45^\circ} \beta = 30^\circ$$

شیب خط  $d$  برابر است با:

$$m_d = \tan \beta = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

خط  $d: y = ax + b$  از نقطه  $(3, 3)$  عبور می‌کند، پس:

$$3 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 3 + b \Rightarrow b = 3 - \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow b(a + 1) = (3 - \sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{3} + 1\right) = 2$$

(ریاضی ۱- مثلثات: صفحه ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{\sin(x - \frac{\pi}{4})}{\sin(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{\frac{\sin x}{\sqrt{2}} - \frac{\cos x}{\sqrt{2}}}{\frac{\sin x}{\sqrt{2}} + \frac{\cos x}{\sqrt{2}}} = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x} = 2$$

با تقسیم صورت و مخرج کسر اخیر بر  $\cos x$  داریم:

$$\frac{\tan x - 1}{\tan x + 1} = 2 \Rightarrow \tan x = -3$$

(مسئله ۱- مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

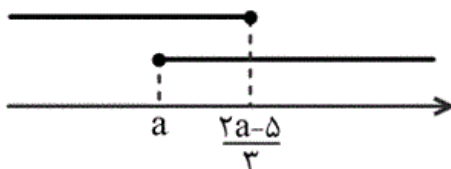
۳

۲

۱ ✓



نمایش هندسی دو بازه می‌تواند به صورت زیر باشد:



برای اینکه اشتراک دو بازه یک مجموعه تک‌عضوی باشد، دو بازه فقط باید در یک نقطه اشتراک داشته باشند، بنابراین داریم:

$$a = \frac{2a-5}{3} \Rightarrow 3a = 2a-5 \Rightarrow a = -5$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۳ تا ۵)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

جمله هفتم، نصف جمله سوم است، پس داریم:

$$a_7 = \frac{1}{2} a_3 \Rightarrow a_1 + 6d = \frac{1}{2} (a_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12d = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 = -10d$$

می‌دانیم  $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$  است.

$$\frac{S_n=0}{a_1=-10d} \rightarrow \frac{n}{2} (2(-10d) + (n-1)d) = 0$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱