



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

حسابان ۱، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی - ۱ سوال -

۸۱- در یک دنباله حسابی، جمله اول ۸ و جمله دهم ۲۲ است. مجموع ۱۰ جمله اول این دنباله کدام است؟

۱۰۰ (۱)      ۱۵۰ (۲)      ۲۰۰ (۳)      ۳۰۰ (۴)

حسابان ۱، معادلات گویا و گنگ - ۱ سوال -

۸۲- مجموع جواب های معادله  $\frac{10}{\sqrt{x+3}} = \frac{1}{\sqrt{x-3}} + 3$  کدام است؟

۱ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۱۳ (۴)

حسابان ۱، قدر مطلق و ویژگی های آن - ۱ سوال -

۸۳- مجموع جواب های معادله  $|\sqrt{x^2+1} + |x-2|| = 6$  کدام است؟

-۲ (۱)      ۲ (۲)      -۴ (۳)      ۴ (۴)

حسابان ۱، آشنایی با هندسه تحلیلی - ۱ سوال -

۸۴- نقطه  $A(-1, 4)$  یکی از رئوس مربعی است که معادله یکی از اضلاع آن  $3x + 4y = k$  می باشد. اگر محیط این مربع ۲۰ باشد، مقدار مثبت  $k$  کدام است؟ ( $k \neq 13$ )

۳۲ (۱)      ۳۴ (۲)      ۳۶ (۳)      ۳۸ (۴)

حسابان ۱، آشنایی بیشتر با تابع - ۱ سوال

۸۵- در کدام گزینه، دو تابع با هم برابر نیستند؟

$$g(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x-1}} \text{ و } f(x) = \frac{|x|}{\sqrt{x-1}} \quad (1)$$

$$g(x) = \frac{x^5}{x^6} \text{ و } f(x) = \frac{x^2}{x^3} \quad (2)$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x > 1 \\ -1 & x < 1 \end{cases} \text{ و } f(x) = \frac{x-1}{|x-1|} \quad (3)$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x} \text{ و } f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (4)$$

حسابان ۱، انواع تابع - ۲ سوال

۸۶- اشتراک دامنه و برد تابع  $f(x) = -\sqrt{x+1} + 2$  شامل چند عدد صحیح است؟

۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۹۰- تعداد جواب‌های صحیح معادله  $[\sqrt{2x}][x+1] = 1$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.)  
 (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

حسابان ۱، وارون تابع - ۳ سوال -

۸۷- تابع  $y = (x-1)(3-x) + 1$  با کدام دامنه، تابعی یک‌به‌یک است؟  
 (۱)  $[1, 4]$  (۲)  $[0, 3]$  (۳)  $[-1, 2]$  (۴)  $\mathbb{R} - \{2\}$

۸۸- وارون تابع  $y = x^2 - 2x - 3$  با دامنه  $[1, +\infty)$  به صورت  $y = \sqrt{x+a} + b$  است. مقدار  $2b - a$  کدام است؟  
 (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۶ (۴) ۶

۸۹- نمودار وارون تابع  $f: (-\infty, -1) \rightarrow \mathbb{R}$   $f(x) = 2 - |x+1|$  در چند نقطه با نمودار تابع  $y = \frac{1}{x}$  متقاطع است؟  
 (۱) در یک نقطه با طول مثبت  
 (۲) در یک نقطه با طول منفی  
 (۳) در یک نقطه با طول مثبت و یک نقطه با طول منفی  
 (۴) تقاطع ندارند.

حسابان ۱، اعمال روی توابع - ۴ سوال -

۹۱- اگر  $f = \{(4, 3), (3, 1), (5, 4)\}$  و  $g = \{(3, 6), (4, 4)\}$  باشد، تابع  $\frac{f}{g}$  کدام است؟  
 (۱)  $\{(3, -\frac{1}{4}), (4, \frac{3}{2})\}$  (۲)  $\{(3, -\frac{1}{4})\}$   
 (۳)  $\{(3, \frac{3}{8}), (4, \frac{3}{2})\}$  (۴)  $\{(4, \frac{3}{2})\}$

۹۲- اگر  $g(x) = \sqrt{x-2}$  و  $D_f = [-3, 7]$  باشد، دامنه تابع  $f \circ g$  شامل چند عدد صحیح است؟  
 (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۹۳- اگر  $f^{-1} = \{(-1, 2), (a, 1), (4, a+1)\}$  و مجموع اعضای برد تابع  $f \circ f^{-1}$  برابر ۱۰ باشد، مقدار  $a$  کدام است؟  
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۹۴- اگر  $(f \circ g)(x) = x+1$  و  $g(x) = \frac{x-3}{x+1}$  باشد، مقدار  $f^{-1}(2)$  کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

حسابان ۱، تابع نمایی - ۶ سوال -

۹۵- تابع  $f(x) = (m-6)^x$  یک تابع نمایی است.  $m$  چند عدد طبیعی را نمی‌تواند اختیار کند؟  
 (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

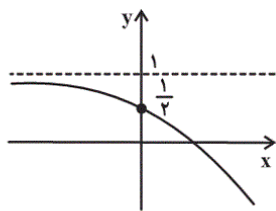
۹۶- جواب‌های معادله  $3^x + |x| = 3$  چگونه است؟

- (۱) دو جواب مثبت  
 (۲) یک جواب مثبت و یک جواب منفی  
 (۳) فقط یک جواب مثبت  
 (۴) بدون جواب

۹۷- دو تابع  $y = 4^x$  و  $y = 4^{x+1} - \frac{4}{3}$  در نقطه‌ای به طول  $a$  متقاطع‌اند. در کدام بازه قرار دارد؟

- (۱)  $(-1, -\frac{1}{2})$  (۲)  $(-\frac{1}{2}, 0)$  (۳)  $(0, \frac{1}{2})$  (۴)  $(\frac{1}{2}, 1)$

۹۸- نمودار زیر مربوط به تابع  $y = -(2^{x+a}) + b$  است. مقدار تابع به ازای  $x = 1$  کدام است؟

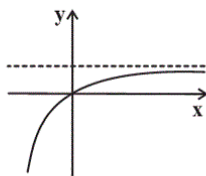


- (۱)  $-\frac{1}{2}$   
 (۲)  $-1$   
 (۳)  $\frac{1}{4}$   
 (۴) صفر

۹۹- نمودار تابع  $f(x) = 2^{ax} - b$  از نقاط  $(0, -7)$  و  $(\frac{1}{3}, 24)$  می‌گذرد. صفر تابع  $f$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $1$  (۳)  $2$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۰۰- اگر نمودار تابع نمایی  $f(x) = 1 - (\frac{\alpha}{1+3\alpha})^x$  به صورت زیر باشد، آن‌گاه مجموعه مقادیر  $\alpha$  به صورت  $\mathbb{R} - [a, b]$  خواهد بود.

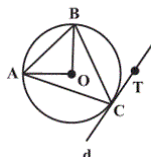


حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲)  $1$   
 (۳)  $\frac{1}{4}$   
 (۴)  $\frac{1}{2}$

هندسه ۲، مفاهیم اولیه و زاویه‌ها در دایره - ۱۰ سوال -

۱۰۴- در شکل زیر، مثلث  $ABC$  متساوی‌الساقین است ( $AC = BC$ ) و خط  $d$  در نقطه  $C$  بر دایره مماس است. اگر  $\widehat{OBA} = 35^\circ$  باشد،



اندازه زاویه  $\widehat{TCB}$  کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

- (۱)  $65^\circ$  (۲)  $72/5^\circ$   
 (۳)  $75^\circ$  (۴)  $62/5^\circ$

هندسه ۲، تبدیل‌های هندسی - ۴ سوال -

۱۰۵- پاره خط  $MN$  به طول ۴، خط  $d$  را در نقطه‌ای بین  $M$  و  $N$  با زاویه  $30^\circ$  قطع می‌کند. اگر  $M'$  و  $N'$  به ترتیب بازتاب نقاط  $M$  و  $N$  نسبت به خط  $d$  باشند، آن‌گاه مجموع فاصله‌های نقاط  $M'$  و  $N'$  از خط  $d$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{3}$  (۴)  $3$

- ۱۰۶- نقاط A و B در یک طرف خط d قرار دارند. اگر A' و B' به ترتیب تصویرهای A و B تحت بازتاب نسبت به خط d باشند، در مورد چهارضلعی ABB'A' کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟  
 (۱) قطرهای آن با هم برابرند.  
 (۲) زوایای مجاور آن با هم برابر یا مکمل اند.  
 (۳) قطرهای آن منصف همدیگر هستند.  
 (۴) محاطی است.

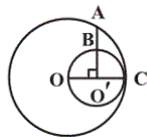
- ۱۰۹- پاره خط MN به طول ۲ و خط d که همواره از نقطه N می‌گذرد، مفروض هستند. هرگاه M' بازتاب M نسبت به d باشد، در این صورت با تغییر d، مجموعه نقاط M' چه شکلی را به وجود می‌آورند؟  
 (۱) دو خط موازی به فاصله ۲ از هم  
 (۲) دایره‌ای به قطر ۲  
 (۳) دو خط موازی به فاصله ۴ از هم  
 (۴) دایره‌ای به قطر ۴

- ۱۰۲- چه تعداد از ویژگی‌های زیر همواره برقرار است؟  
 الف) بازتاب طول پاره خطها را ثابت نگه می‌دارد.  
 ب) بازتاب اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.  
 پ) بازتاب شیب خطها را ثابت نگه می‌دارد.  
 ت) بازتاب جهت شکلها را حفظ می‌کند.  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

### هندسه ۲، رابطه های طولی در دایره - سوال ۲ -

- ۱۰۳- دو دایره C و C'، سه مماس مشترک دارند. اگر شعاع یکی از دایره‌ها، ۴ برابر شعاع دایره دیگر باشد، آن گاه طول مماس مشترک خارجی دو دایره، چند برابر شعاع دایره بزرگ تر است؟  
 ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

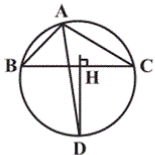
- ۱۰۸- در شکل زیر نقاط O و O' به ترتیب مراکز دایره‌های بزرگ تر و کوچک تر هستند. اگر AO' عمود بر OC و  $AB = \sqrt{3} + 1$  باشد، شعاع دایره بزرگ تر کدام است؟



- ۱ (۱)  $2 + \sqrt{3}$   
 ۲ (۲)  $4 + \sqrt{3}$   
 ۳ (۳)  $2 + 2\sqrt{3}$   
 ۴ (۴)  $4 + 2\sqrt{3}$

### هندسه ۲، چندضلعی محاطی و محیطی - سوال ۳ -

- ۱۱۰- مطابق شکل مقابل عمود منصف ضلع BC از مثلث ABC، دایره را در نقطه D قطع می‌کند. اگر  $\hat{BAD} = 60^\circ$  و  $\hat{ADH} = 10^\circ$  باشد، اندازه زاویه C کدام است؟



- ۱ (۱)  $10^\circ$   
 ۲ (۲)  $20^\circ$   
 ۳ (۳)  $30^\circ$   
 ۴ (۴)  $40^\circ$

- ۱۰۷- شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر ۸ است. اگر  $AB = 10$  و  $AC = 12$  باشد، طول ارتفاع وارد بر ضلع BC در این مثلث کدام است؟  
 ۱ (۱)  $7/5$  ۲ (۲) ۹ ۳ (۳) ۱۵ ۴ (۴)  $4/5$

- ۱۰۱- در مثلثی به طول اضلاع ۲،  $2\sqrt{2}$  و  $2\sqrt{3}$ ، شعاع دایره محیطی مثلث کدام است؟  
 ۱ (۱)  $\sqrt{2}$  ۲ (۲)  $\sqrt{3}$  ۳ (۳)  $\sqrt{6}$  ۴ (۴)  $\sqrt{6}$

### آمار و احتمال، آشنایی با منطق ریاضی - سوال ۱

۱۱۳- اگر ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  نادرست باشد، ارزش گزاره  $(\sim q \Rightarrow r)$  با ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر یکسان است؟

- (۱)  $p \vee r$       (۲)  $q \wedge r$       (۳)  $p \wedge r$       (۴)  $q \vee r$

آمار و احتمال ، **مبانی احتمال** - ۴ سوال -

۱۱۷- از میان اعداد طبیعی دو رقمی یک عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال اینکه این عدد مضرب ۷ باشد اما مضرب ۳ نباشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{6}$       (۲)  $\frac{2}{15}$       (۳)  $\frac{1}{9}$       (۴)  $\frac{1}{10}$

۱۱۸- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  و  $P(A) = 0/25$  و  $P(B) = 0/8$  باشد، اختلاف کمترین و بیشترین مقدار ممکن برای  $P(A \cap B)$  کدام است؟

- (۱)  $0/1$       (۲)  $0/2$       (۳)  $0/3$       (۴)  $0/4$

۱۱۱- راننده یک تاکسی با ظرفیت ۴ مسافر، در ایستگاه منتظر می‌ماند تا در مسیر رفت حداکثر ۳ مسافر و در مسیر برگشت حداقل ۲ مسافر سوار کرده و حرکت کند. فضای نمونه این پدیده اگر فقط تعداد مسافرها در مسیر رفت و برگشت برای ما مهم باشد، چند عضو دارد؟

- (۱) ۶      (۲) ۵      (۳) ۱۲      (۴) ۸

۱۱۲- در یک آزمایش تصادفی،  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  فضای نمونه و  $A = \{1, 3, 5\}$  و  $B = \{1, 2, 4\}$  دو پیشامد در این فضای نمونه هستند. اگر نتیجه آزمایش عدد ۳ باشد، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف)  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار هستند.

ب) پیشامد  $A$  رخ داده است.

پ) پیشامد  $B$  رخ داده است.

- (۱) هیچ      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

آمار و احتمال ، **مجموعه - زیر مجموعه** - ۱ سوال -

۱۱۴- به‌ازای چند عدد صحیح  $x$ ، دو مجموعه  $A = \{x^3 + x, 1, 1 + x^2\}$  و  $B = \{1 + x, x\}$  می‌توانند با هم مساوی باشند؟

- (۱) هیچ      (۲) ۱      (۳) ۲      (۴) ۳

آمار و احتمال ، **احتمال غیر هم شانس** - ۲ سوال

۱۱۹- در پرتاب یک تاس، احتمال پیشامد رو شدن عدد ۶،  $\frac{1}{3}$  احتمال رو نشدن آن است و احتمال رو شدن هر یک از اعداد ۱ تا ۵ برابر یکدیگر می‌باشد. در یک بار پرتاب این تاس، احتمال این‌که عددی زوج ظاهر شود، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{13}{20}$       (۲)  $\frac{7}{20}$       (۳)  $\frac{9}{20}$       (۴)  $\frac{11}{20}$

۱۲۰- در پرتاب یک تاس، احتمال مشاهده هر عدد متناسب با همان عدد است. اگر این تاس را به هوا پرتاب کنیم، احتمال مشاهده کدام عدد ۴۰ درصد احتمال مشاهده نشدن آن است؟

- (۱) ۲      (۲) ۳      (۳) ۵      (۴) ۶

آمار و احتمال ، **قوانین اعمال بین مجموعه ها (جبرمجموعه ها)** - ۲ سوال

۱۱۵- متمم مجموعه  $[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')]$  کدام است؟

$A' \cap B'$  (۴)

$A \cup B$  (۳)

$A'$  (۲)

$A$  (۱)

۱۱۶- نمودار کدام یک از مجموعه‌های زیر، شامل نیم خط‌هایی موازی محور  $X$  ها در ربع سوم دستگاه مختصات است؟

$(-\mathbb{N}) \times [0, +\infty)$  (۲)

$(-\mathbb{N}) \times (-\infty, 0]$  (۱)

$(-\infty, 0] \times \mathbb{N}$  (۴)

$(-\infty, 0] \times (-\mathbb{N})$  (۳)

-۸۱

(میثا عبیری)

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(8 + 22) = 5 \times 30 = 150$$

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۸۲

(سید عادل حسینی)

با فرض  $\sqrt{x} = t$  داریم:

$$\frac{10}{t+3} = \frac{1}{t-3} + 3 \Rightarrow \frac{10}{t+3} = \frac{3t-8}{t-3}$$

$$\Rightarrow 3t^2 + t - 24 = 10t - 30 \Rightarrow 3t^2 - 9t + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1 \\ \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = 1 + 4 = 5$$

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۲)

۴

۳

۲

۱

-۸۳

(ایمان پینی فروشان)

از آن جا که  $\sqrt{x^2} = |x|$  داریم:

$$|x| + |x-2| = 6 \Rightarrow \begin{cases} x > 2: x+x-2=6 \Rightarrow x=4 \quad \checkmark \\ 0 \leq x \leq 2: x-x+2=6 \Rightarrow 2=6 \quad \times \\ x < 0: -x-x+2=6 \Rightarrow x=-2 \quad \checkmark \end{cases}$$

$$4 + (-2) = 2$$

مجموع جواب‌های معادله برابر است با:

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۸)

۴

۳

۲

۱



-۸۴

(علی شهبازی)

محیط مربع ۲۰ است پس طول ضلع آن ۵ است. از  $k \neq 13$  نتیجه می‌گیریم که نقطه A روی خط داده شده قرار ندارد. فاصله  $A(-1, 4)$  تا خط  $3x + 4y - k = 0$  برابر با ضلع مربع است.

$$\frac{|-3 + 16 - k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 5 \Rightarrow |13 - k| = 25 \Rightarrow \begin{cases} 13 - k = 25 \Rightarrow k = -12 \\ 13 - k = -25 \Rightarrow k = 38 \end{cases}$$

(مسئله‌های ۲۳ تا ۳۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۵

(ایمان پینی‌فروشان)

در گزینه «۱»، دامنه دو تابع برابر نیست پس دو تابع با هم مساوی نیستند.

$$D_f = (1, +\infty)$$

$$D_g = (1, +\infty) \cup \{0\}$$

(مسئله‌های ۴۱ تا ۴۸)

۴

۳

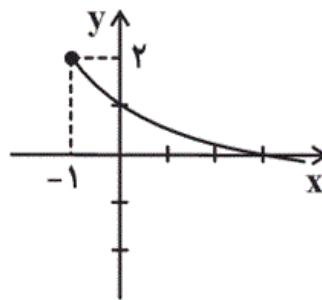
۲

۱ ✓

-۸۶

(علی شهبازی)

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



$$\left. \begin{array}{l} D_f = [-1, +\infty) \\ R_f = (-\infty, 2] \end{array} \right\} \Rightarrow D_f \cap R_f = [-1, 2]$$

شامل ۴ عدد صحیح است.

(مسئله‌های ۴۶ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

حاصل ضرب دو عدد صحیح برابر یک است. پس، هر دو عدد برابر یک یا هر دو عدد برابر منفی یک هستند. بنابراین:

$$[\sqrt{2x}] = -1 \Rightarrow -1 \leq \sqrt{2x} < 0 \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\sqrt{2x}] = 1 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{2x} < 2 \Rightarrow 1 \leq 2x < 4 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 2 \quad (1) \\ [x+1] = 1 \Rightarrow 1 \leq x+1 < 2 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [\sqrt{2x}] = 1 \Rightarrow 1 \leq \sqrt{2x} < 2 \Rightarrow 1 \leq 2x < 4 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq x < 2 \quad (1) \\ [x+1] = 1 \Rightarrow 1 \leq x+1 < 2 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \frac{1}{2} \leq x < 1$$

در این بازه، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهرداد ملونری)

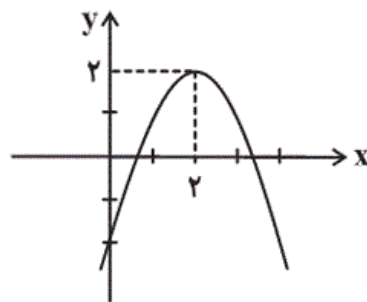
$$y = -x^2 + 4x - 2$$

ضابطه تابع را ساده می‌کنیم:

مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \Rightarrow y_S = -4 + 8 - 2 = 2$$

نمودار سهمی به شکل زیر است:



با توجه به گزینه‌ها فقط در بازه داده شده در گزینه «۳» تابع یک به یک است.

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۵ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

برای یافتن ضابطه وارون، ابتدا  $x$  را بر حسب  $y$  به دست می آوریم:

$$y = x^2 - 2x - 3 = x^2 - 2x + 1 - 4$$

$$\Rightarrow y = (x-1)^2 - 4 \Rightarrow (x-1)^2 = y+4$$

$$\xrightarrow{x \geq 1} x-1 = \sqrt{y+4} \Rightarrow x = \sqrt{y+4} + 1$$

حال جای  $x$  و  $y$  را عوض می کنیم:

$$y = \sqrt{x+4} + 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases}, \quad 2b - a = -2$$

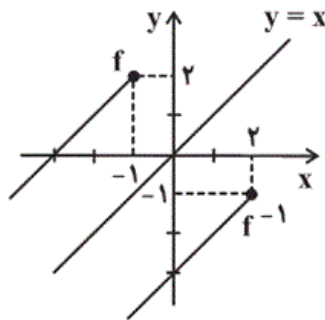
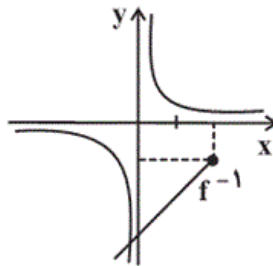
(مسئله ۱- تابع - صفحه های ۵۷ تا ۶۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

حال نمودار توابع  $f^{-1}$  و  $y = \frac{1}{x}$  را در یک دستگاه مختصات می کشیم:

دو نمودار در یک نقطه با طول منفی متقاطع هستند.

(مسئله ۱- ترکیبی - صفحه های ۲۳ تا ۲۵، ۳۱ تا ۴۰، ۴۴، ۴۵ و ۵۷ تا ۶۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شهبازی)

$$D_{2f-g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 4\}$$

$$(2f-g)(3) = 6 \Rightarrow \underbrace{2f(3)}_1 - g(3) = 6 \Rightarrow g(3) = -4$$

$$(2f-g)(4) = 4 \Rightarrow \underbrace{2f(4)}_2 - g(4) = 4 \Rightarrow g(4) = 2$$

از آنجا که تابع  $\frac{f}{g}$  روی دامنه مشترک  $f$  و  $g$  (به جز  $\{x \mid g(x) = 0\}$ )

تعریف می‌شود و  $D_f \cap D_g = \{3, 4\}$  داریم:

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left( 3, -\frac{1}{4} \right), \left( 4, \frac{3}{2} \right) \right\}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی نیفی)

$$D_{f \circ g} = \underbrace{\{x \in D_g\}}_{(1)} \mid \underbrace{\{g(x) \in D_f\}}_{(2)}$$

$$(1) \quad x \geq 2$$

$$(2) \quad -3 \leq g(x) \leq 7 \Rightarrow \underbrace{-3 \leq \sqrt{x-2} \leq 7}_{\text{برقرار}} \Rightarrow \sqrt{x-2} \leq 7$$

$$\Rightarrow x-2 \leq 49 \Rightarrow x \leq 51$$

$$D_{f \circ g} = (1) \cap (2) = [2, 51] \Rightarrow \text{شامل ۵۰ عدد صحیح}$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۳

(مهرداد ملونری)

$f \circ f^{-1}$  تابع همانی است که دامنه آن همان دامنه  $f^{-1}$  است.

$$f \circ f^{-1} = \{(-1, -1), (a, a), (4, 4)\} \Rightarrow R_{f \circ f^{-1}} = \{-1, a, 4\}$$

$$-1 + a + 4 = 10 \Rightarrow a = 7$$

پس:

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۴

(سید سروش کریمی مدایی)

$$f(g(x)) = x + 1 \xrightarrow{f(a)=b \Rightarrow f^{-1}(b)=a} f^{-1}(x+1) = g(x)$$

$$\xrightarrow{x=1} f^{-1}(2) = g(1), \quad g(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2) = g(1) = \frac{1-3}{1+1} = -1$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۵۴، ۵۷ تا ۶۲ و ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۵

(علی شهبازی)

$$\left. \begin{array}{l} m - 6 > 0 \Rightarrow m > 6 \\ m - 6 \neq 1 \Rightarrow m \neq 7 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} (6, +\infty) - \{7\}$$

پس  $m$  مقادیر طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶ و ۷ را نمی‌تواند بپذیرد.

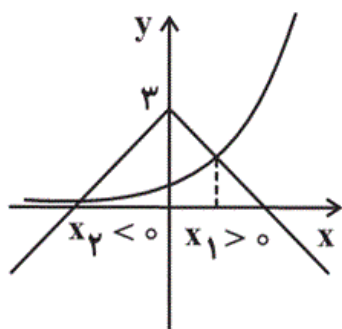
(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳ ✓

۲

۱



(مسئله ۱- ترکیبی - صفحه‌های ۱۴، ۲۳ تا ۲۵ و ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

دانلود کتابت ریاضی سرا

۱

-۹۷

(سیدسروش کریمی مداحی)

$$4^{x+1} - \frac{4}{3} = 4^x \Rightarrow 4^{x+1} - 4^x = \frac{4}{3} \Rightarrow 3 \times 4^x = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow 4^x = \frac{4}{9} \Rightarrow 2^x = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{2} < \frac{3}{2} < 2 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2^{-1} < 2^x < 2^{-\frac{1}{2}} \Rightarrow -1 < x < -\frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

-۹۸

(مهری ملایر مغانی)

نمودار تابع از نقطه  $(\frac{1}{2}, 0)$  عبور کرده است و با توجه به نمودار،

مقدار  $b$  برابر یک است. بنابراین:

$$y = -(2^{x+a}) + b \Rightarrow \frac{1}{2} = -(2^{0+a}) + 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} = -2^a \Rightarrow \frac{1}{2} = 2^a = 2^{-1} \Rightarrow a = -1$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت  $y = -(2^{x-1}) + 1$  است. مقدار تابع

$$y = -(2^{1-1}) + 1 = -(2^0) + 1 = -1 + 1 = 0 \quad \text{در } x = 1 \text{ برابر است با:}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

(سید عادل حسینی)

$$f(0) = 2^{a(0)} - b = 2^0 - b = 1 - b = -7 \Rightarrow b = 8$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = 2^{\frac{1}{3}a} - 8 = 24 \Rightarrow 2^{\frac{1}{3}a} = 32 = 2^5$$

$$\Rightarrow \frac{1 \cdot a}{3} = 5 \Rightarrow a = \frac{15}{1} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = 2^{\frac{3}{2}x} - 8$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}x} - 8 = 0 \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}x} = 2^3 \Rightarrow \frac{3}{2}x = 3 \Rightarrow x = 2$$

(مسئله ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۱۰ و ۷۲ تا ۷۹)

۴

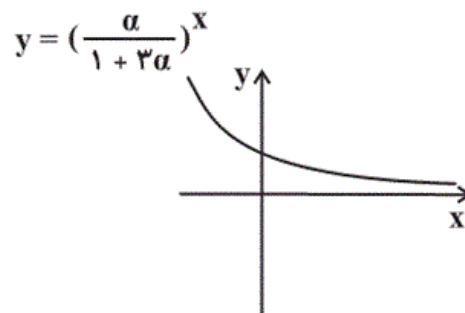
۳ ✓

۲

۱

(سید عادل حسینی)

-۱۰۰

اگر نمودار تابع  $f$  را یک واحد به سمت پایین انتقال دهیم، سپس آن رانسبت به محور  $x$  ها قرینه کنیم، به نمودار  $y = \left(\frac{\alpha}{1+3\alpha}\right)^x$  می‌رسیم:با توجه به نمودار فوق، باید  $0 < \frac{\alpha}{1+3\alpha} < 1$  باشد، بنابراین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha}{1+3\alpha} > 0 \Rightarrow \alpha > 0 \text{ یا } \alpha < -\frac{1}{3} \quad (1) \\ \frac{\alpha}{1+3\alpha} < 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{1+3\alpha} - 1 < 0 \Rightarrow \frac{-1-2\alpha}{1+3\alpha} < 0 \Rightarrow \frac{1+2\alpha}{1+3\alpha} > 0 \\ \Rightarrow \alpha > -\frac{1}{3} \text{ یا } \alpha < -\frac{1}{2} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \alpha < -\frac{1}{2} \text{ یا } \alpha > 0 \Rightarrow \alpha \in \mathbb{R} - \left[-\frac{1}{2}, 0\right] \Rightarrow b - a = \frac{1}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۷۲ تا ۷۹)

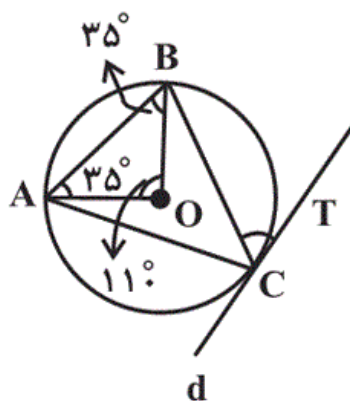
۴ ✓

۳

۲

۱

(امسان فير اللهي)



$$BC = AC \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{AC} \quad (1)$$

$$OA = OB \Rightarrow \widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 35^\circ$$

$$\xrightarrow{\Delta OAB} \widehat{AOB} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 110^\circ \quad (2)$$

$$\widehat{BC} + \widehat{AC} + \widehat{AB} = 360^\circ \xrightarrow{(1), (2)} 2\widehat{BC} + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2\widehat{BC} = 250^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 125^\circ \Rightarrow \widehat{TCB} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{125^\circ}{2} = 62.5^\circ$$

(هنر سه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴ ✓

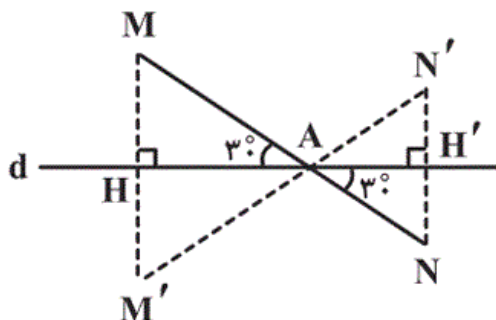
۳

۲

۱



مطابق شکل  $MH = M'H$  و  $NH' = N'H'$  است. از طرفی می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه  $۳۰^\circ$ ، نصف طول وتر است، بنابراین داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \Delta AMH : \hat{M}AH = 30^\circ \Rightarrow MH = \frac{1}{2} AM \\ \Delta ANH' : \hat{N}AH' = 30^\circ \Rightarrow NH' = \frac{1}{2} AN \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow MH + NH' = \frac{1}{2}(AM + AN) = \frac{1}{2}MN$$

$$\Rightarrow M'H + N'H' = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

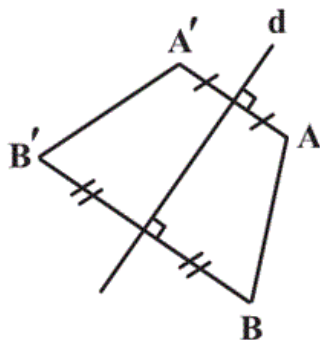
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$\left. \begin{array}{l} AA' \perp d \\ BB' \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow AA' \parallel BB' \left. \vphantom{\begin{array}{l} AA' \perp d \\ BB' \perp d \end{array}} \right\} \Rightarrow$$

$$AB = A'B' \quad (\text{بازتاب طولیا است})$$

چهارضلعی  $ABB'A'$  دوزنقه متساوی الساقین است.

طبق تمرین ۱ صفحه ۲۹، دوزنقه متساوی الساقین محاطی است (گزینه «۴»). از طرفی در دوزنقه متساوی الساقین قطرها با هم برابرند (گزینه «۱») و زوایای مجاور به قاعده برابر و زوایای مجاور به ساق مکمل همدیگر هستند (گزینه «۲»). گزینه «۳» تنها در صورتی درست است که  $AB \parallel d$  باشد که در این حالت چهارضلعی  $ABB'A'$  مستطیل خواهد بود.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

صرف نظر از تغییر  $d$ ، مجموعه نقاط  $M'$  دارای این خاصیت هستند که از  $N$  به فاصله ۲ واقع‌اند. بنابراین مجموعه نقاط  $M'$  روی دایره‌ای به مرکز  $N$  و شعاع ۲ قرار دارند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

 ۴

 ۳

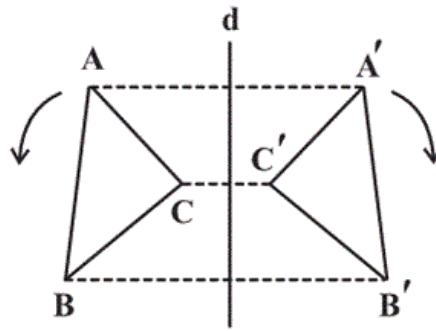
 ۲

 ۱

جهت مثلث ABC در شکل

در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت و جهت مثلث A'B'C' در

جهت حرکت عقربه‌های ساعت است.



(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها- صفحه‌های ۳۳۴ تا ۳۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

(امیرحسین ابومصوب)

-۱۰۳

دو دایره در صورتی سه مماس مشترک دارند که مماس خارج باشند. در

این حالت طول مماس مشترک خارجی از رابطه  $TT' = 2\sqrt{RR'}$

محاسبه می‌شود. اگر فرض کنیم  $R = 4R'$  باشد، آن‌گاه داریم:

$$TT' = 2\sqrt{RR'} = 2\sqrt{R \times \frac{1}{4}R} = 2\sqrt{\frac{1}{4}R^2} = 2 \times \frac{1}{2}R = R$$

بنابراین طول مماس مشترک خارجی برابر با شعاع دایره بزرگ‌تر است.

(هندسه ۲- دایره- صفحه ۲۲)

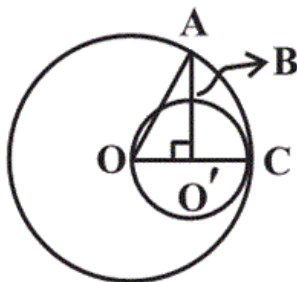
۴

۳

۲

۱✓

فرض کنید شعاع دایره‌های بزرگ‌تر و کوچک‌تر را به ترتیب با  $R$  و  $R'$  نمایش دهیم. مطابق شکل داریم:



$$OC = 2OO' \Rightarrow R = 2R'$$

$$\triangle AOO' : O'A^2 = OA^2 - OO'^2$$

$$\Rightarrow (AB + R')^2 = 4R'^2 - R'^2 \Rightarrow (AB + R')^2 = 3R'^2$$

$$\Rightarrow AB + R' = \sqrt{3}R' \Rightarrow (\sqrt{3} - 1)R' = AB = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow R' = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R = 2R' = 4 + 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- دایره- مشابه تمرین ۳ صفحه ۲۳)

 ۴

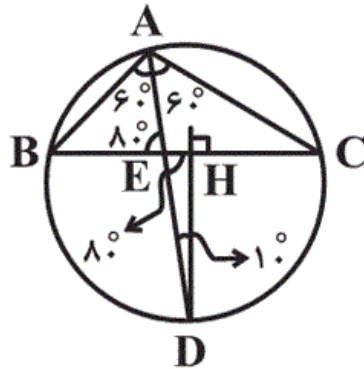
 ۳

 ۲

 ۱

(علیرضا نصرالهی)

می‌دانیم عمودمنصف یک ضلع هر مثلث و نیمساز زاویهٔ مقابل به آن، یکدیگر را روی دایرهٔ محیطی مثلث قطع می‌کنند (تمرین ۳ صفحهٔ ۲۹ کتاب درسی) عکس این مسئله هم درست است؛ یعنی اگر خطی از درون یک زاویه بگذرد و عمودمنصف ضلع مقابل به آن را روی دایرهٔ محیطی مثلث قطع کند، آن خط حتماً نیمساز آن زاویه است. بنابراین  $AD$  نیمساز زاویهٔ  $\hat{A}$  بوده و داریم:



$$\triangle ABE: \frac{\hat{A}}{2} + \hat{E} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 60^\circ + 80^\circ + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} = 40^\circ$$

$$\triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 120^\circ + 40^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 20^\circ$$

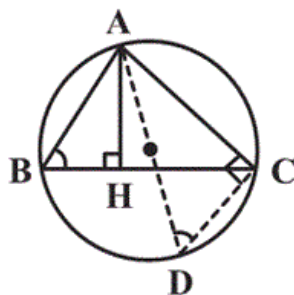
(هنر سه ۲- دایره - صفحه ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱



فرض کنید AD قطر دایره محیطی مثلث ABC باشد. در این صورت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{D} = \frac{\widehat{AC}}{2} \\ \hat{H} = \hat{ACD} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AHB \sim \triangle ACD$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AH}{12} = \frac{10}{16} \Rightarrow AH = \frac{120}{16} = 7.5$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۱۴ و ۲۵)

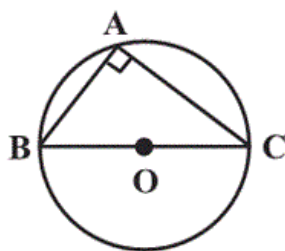
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به برقراری رابطه  $(2\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{2})^2 + 2^2$ ، مثلث قائم‌الزاویه است. در نتیجه مطابق شکل، شعاع دایره محیطی مثلث، نصف طول وتر یعنی برابر  $\sqrt{3}$  است.



(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۱۳

(فخرشاد فخرامری)

ارزش گزاره  $p \Rightarrow (q \vee r)$  تنها در صورتی نادرست است که گزاره  $p$  درست و گزاره  $q \vee r$  نادرست باشد. همچنین از نادرستی گزاره  $q \vee r$ ، نادرست بودن گزاره‌های  $q$  و  $r$  نتیجه می‌شود. بنابراین گزاره  $\sim p \Rightarrow (\sim q \Rightarrow r)$  به انتفای مقدم درست است. از بین گزاره‌های داده شده، تنها گزاره  $p \vee r$  دارای ارزش درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۱۷

(رضا پورحسینی)

اگر پیشامدهای انتخاب یک عدد دو رقمی مضرب ۷ و مضرب ۳ را به ترتیب با  $A$  و  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$n(S) = 99 - 9 = 90$$

$$n(A) = \left[ \frac{99}{7} \right] - \left[ \frac{9}{7} \right] = 14 - 1 = 13$$

$$n(A \cap B) = \left[ \frac{99}{21} \right] - \left[ \frac{9}{21} \right] = 4 - 0 = 4$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{13}{90} - \frac{4}{90} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مرتضی فویم علوی)

می‌دانیم  $P(A \cap B) \leq P(A)$  و  $P(A \cap B) \leq P(B)$ ، پس در صورتی که  $P(A) = 0/25$  و  $P(B) = 0/8$  باشد، حداکثر مقدار  $P(A \cap B)$  برابر با  $0/25$  است (حالتی که  $A \subseteq B$  باشد) برای محاسبه حداقل  $P(A \cap B)$  داریم:

$$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow 0/25 + 0/8 - P(A \cap B) \leq 1$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) \geq 0/05$$

بنابراین اختلاف حداقل و حداکثر  $P(A \cap B)$  برابر است با:

$$0/25 - 0/05 = 0/2$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(یاسین سپهر)

تعداد مسافران برای این تاکسی عددی بین صفر و چهار است. ولی تعداد مسافران برای مسیر رفت، یک عضو از مجموعه  $\{0, 1, 2, 3\}$  و تعداد مسافران برای مسیر برگشت، یک عضو از مجموعه  $\{2, 3, 4\}$  می‌باشد. بنابراین داریم:

$$S = \{0, 1, 2, 3\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$n(S) = 4 \times 3 = 12$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه ۴۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

اشتراک دو پیشامد  $A$  و  $B$  ناتهی است، پس این دو پیشامد ناسازگار نیستند. همچنین  $3 \in A$  و  $3 \notin B$ ، پس در صورتی که نتیجه آزمایش عدد ۳ باشد، پیشامد  $A$  رخ داده است ولی پیشامد  $B$  رخ نداده است.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱



برای تساوی دو مجموعه داده شده، باید عضو ۱ از مجموعه A با یکی از اعضای مجموعه B برابر باشد. بنابراین دو حالت داریم:

$$x=1 \Rightarrow \begin{cases} A = \{2, 1, 2\} = \{1, 2\} \\ B = \{2, 1\} = \{1, 2\} \end{cases}$$

در نتیجه در این حالت  $A = B$  است.

$$1+x=1 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \begin{cases} A = \{0, 1, 1\} = \{0, 1\} \\ B = \{1, 0\} = \{0, 1\} \end{cases}$$

در این حالت نیز  $A = B$  است، پس به ازای دو مقدار صحیح صفر و یک برای  $x$ ، دو مجموعه A و B مساوی هستند.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

فرض کنید احتمال رو شدن هر یک از اعداد ۱ تا ۵، برابر  $x$  باشد. در این صورت داریم:

$$P(۶) = \frac{1}{3}(P(۱) + \dots + P(۵)) = \frac{1}{3} \times ۵x = \frac{۵x}{۳}$$

$$P(۱) + \dots + P(۶) = 1 \Rightarrow ۵x + \frac{۵x}{۳} = 1 \xrightarrow{\times 3} ۱۵x + ۵x = ۳$$

$$\Rightarrow ۲۰x = ۳ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲۰}$$

$$P(\text{زوج بودن}) = P(۲) + P(۴) + P(۶) = \frac{۳}{۲۰} + \frac{۳}{۲۰} + \frac{۵}{۳} \times \frac{۳}{۲۰} = \frac{۱۱}{۲۰}$$

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۲۰

(فرشار فرامرزی)

فضای نمونه پرتاب یک تاس به صورت  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  است،  
داریم:

$$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1$$

$$x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1$$

$$\Rightarrow 21x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$$

$$P(1) = \frac{1}{21}, P(2) = \frac{2}{21}, \dots, P(6) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

اگر عدد مورد نظر را  $k$  در نظر بگیریم، داریم:

$$P(k) = \frac{40}{100}(1 - P(k)) \Rightarrow P(k) = \frac{2}{5} - \frac{2}{5}P(k)$$

$$\Rightarrow \frac{7}{5}P(k) = \frac{2}{5} \Rightarrow P(k) = \frac{2}{7}$$

پس عدد مورد نظر ۶ می‌باشد.

(آمار و احتمال - احتمال - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۱۱۵

(علیرضا شریف فطیمی)

طبق قانون جذب،  $A \cap (A \cup B) = A$  است. از طرفی  $(A - B)$  و  
 $(B \cap A')$  دو مجموعه جدا از هم هستند، بنابراین داریم:

$$[A \cap (A \cup B)] \cup [(A - B) - (B \cap A')] = A \cup (A - B)$$

$$= \underbrace{A \cup (A \cap B')}_{\text{قانون جذب}} = A \xrightarrow{\text{متمم}} A'$$

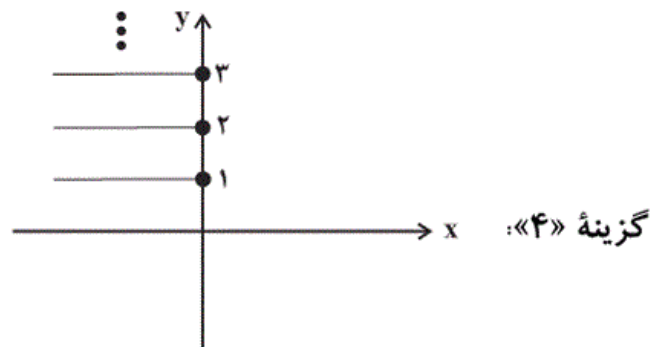
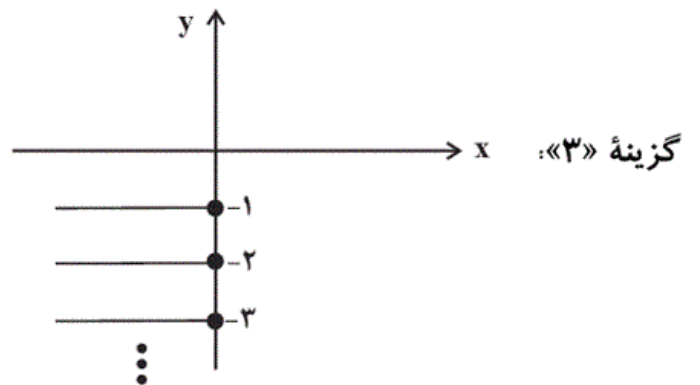
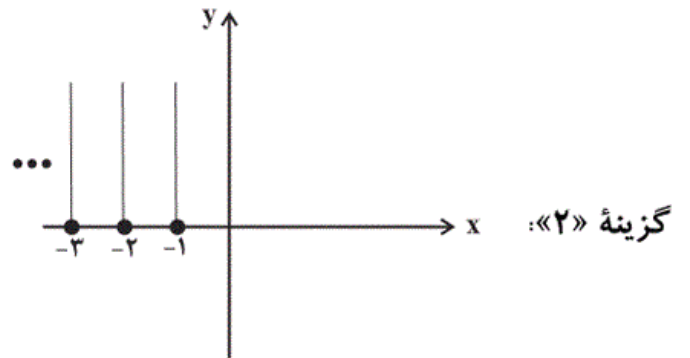
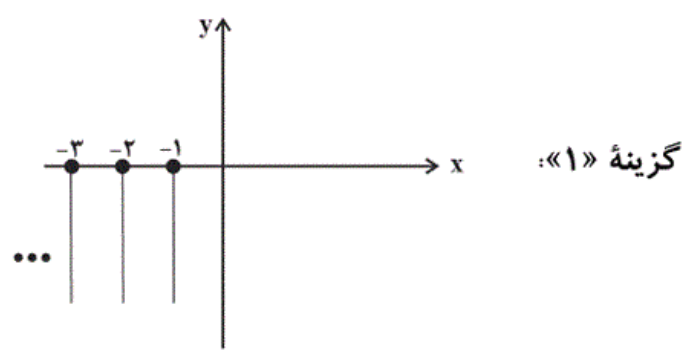
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



همان طور که مشاهده می شود تنها مجموعه گزینه «۳» شامل نیم خط‌هایی موازی محور  $x$  ها در ربع سوم دستگاه مختصات است.  
(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱