



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)      **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، **متنم یک مجموعه** - ۱ سوال -

۶۸- اگر  $n(A) = 2x + 4$ ،  $n(B) = x$  و  $n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 20$  باشد، مقدار  $n(B - A)$  کدام است؟

- (۱)  $x$   
(۲) ۸  
(۳)  $x + 12$   
(۴) ۴

ریاضی ۱، **دنباله های حسابی و هندسی** - ۲ سوال -

۵۶- یک نوع داروی شیمی درمانی در هر بار انجام، ۶۰ درصد سلول های سرطانی را از بین می برد. اگر توده سرطانی در ابتدا  $10^{12}$  سلول داشته باشد، پس از ۶ بار شیمی درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن فرد باقی می ماند؟

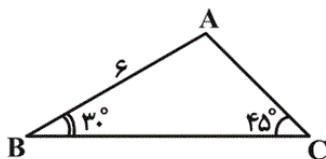
- (۱)  $2^{12} \times 10^5$   
(۲)  $2^{12} \times 10^6$   
(۳)  $2^{12} \times 7^{10}$   
(۴)  $2^{12} \times 7^6$

۵۷- مجموع پنج جمله اول یک دنباله حسابی برابر ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگتر ۳ برابر مجموع سه جمله کوچکتر است. قدرنسبت دنباله کدام است؟ (قدرنسبت دنباله مثبت است.)

- (۱) ۵  
(۲) ۶  
(۳) ۷  
(۴) ۸

ریاضی ۱، **نسبت های مثلثاتی** - ۱ سوال - دبیر عزیز اسدی

۶۲- مساحت مثلث روبه رو کدام است؟



- (۱)  $9(\sqrt{3} + 3)$   
(۲)  $\frac{9}{2}(\sqrt{3} + 3)$   
(۳)  $9(\sqrt{3} + 1)$   
(۴)  $\frac{9(\sqrt{3} + 1)}{2}$

ریاضی ۱، **روابط بین نسبت های مثلثاتی** - ۱ سوال -

۶۱- اگر  $A = \frac{\cot^2 x + 1}{\tan^2 x + 1} - \frac{1}{\sin^2 x}$  باشد، کدام گزینه صحیح است؟ (عبارت‌ها تعریف شده هستند).

(۲)  $\sin^2 x + \cos^2 x = A$

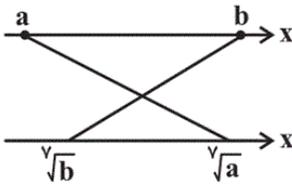
(۱)  $A \cdot \cos^2 x = \sin^2 x$

(۴)  $A \cdot \sin^2 x = \cos^2 x$

(۳)  $\sin^2 x + A = A \cdot \cos^2 x$

ریاضی ۱، ریشه و توان - ۲ سوال

۵۴- با توجه به شکل روبه‌رو، مقادیر  $a$  و  $b$  کدام دو عدد می‌تواند باشد؟



(۱)  $a = -\frac{1}{2}$  و  $b = \frac{1}{2}$

(۲)  $a = -\frac{1}{2}$  و  $b = \frac{3}{2}$

(۳)  $a = \frac{1}{2}$  و  $b = -\frac{3}{2}$

(۴)  $a = -\frac{3}{2}$  و  $b = -\frac{1}{2}$

۵۵- ریشه ششم مثبت  $8^{2(x+1)}$  با ریشه دوم مثبت  $(\frac{1}{4})^{2x}$  برابر است. مقدار  $x$  کدام است؟

(۲)  $-\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $-2$

(۳)  $2$

ریاضی ۱، ریشه نام - ۱ سوال

۶۵- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۱) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی غیر ۱ باشند و  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$  باشند، آن‌گاه  $a > b$  است.

(۲) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد حقیقی مثبت باشند و  $a^2 > b^2$  باشد، آن‌گاه  $a > b$  است.

(۳) اگر  $0 < a < b$  باشد، آن‌گاه  $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$  است.

(۴) اگر  $a$  و  $b$  دو عدد طبیعی باشند و  $a^b < b^a$  باشد، آن‌گاه  $a < b$  است.

ریاضی ۱، توان های گویا - ۳ سوال

۵۱- عدد  $A = \left(\frac{2}{45}\right)\left(\frac{1}{128}\right)^{-7}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$  را به صورت  $2^n$  نوشته‌ایم. مقدار  $n$  کدام است؟

۴۳ (۲)

۴۱ (۱)

۴۷ (۴)

۴۵ (۳)

۵۹- اگر  $A = \sqrt{\sqrt{3}-1}$  و  $B = \sqrt[4]{4+2\sqrt{3}}$  باشند، حاصل  $A \times B$  کدام است؟

$\sqrt[4]{2}$  (۲)

$\sqrt[4]{4}$  (۱)

۱ (۴)

$\sqrt[4]{2}$  (۳)

۶۳- اگر عدد  $A$  برابر ریشه پنجم عدد  $9\sqrt[3]{81}$  و عدد  $B$  برابر ریشه هفتم عدد  $16\sqrt[3]{4}$  باشد، آن‌گاه حاصل  $(AB)^2$  کدام است؟

۴۸ (۲)

۶ (۱)

۳۶ (۴)

۲۱۶ (۳)

ریاضی ۱، عبارت های جبری - ۲ سوال

۶۴- اگر  $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = 9$  و  $A = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$  باشد، حاصل  $A^2$  کدام است؟

$11 + 2A$  (۴)

$3 + 2A$  (۳)

$3 + A^2$  (۲)

$7 + 2A$  (۱)

۵۳- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 + 5x - 6}{2x - 6}$  کدام است؟

$\frac{2}{x-1}$  (۲)

$\frac{1}{x-2}$  (۱)

$\frac{2}{x-2}$  (۴)

$\frac{1}{x-1}$  (۳)

ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - ۷ سوال

۶۹- اگر قدر مطلق اختلاف ریشه‌های  $4x^2 - 4x - 3 = 0$  برابر  $m$  باشد، حاصل ضرب ریشه‌های  $mx^2 - 5x + m + 1$  کدام است؟

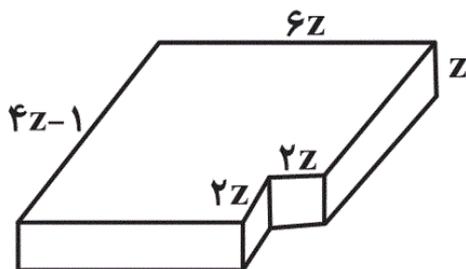
$\frac{1}{2}$  (۲)

$\frac{3}{2}$  (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

۷۰- شکل زیر، مکعب مستطیلی است که بخشی از آن بریده شده است. اگر حجم باقیمانده برابر با  $۳۶z$  باشد، مقدار  $z$  کدام است؟



(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{7}{2}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{5}{2}$

۶۰- می‌خواهیم بر روی یک میز ناهارخوری یک سفره را طوری قرار دهیم که میزان آویزان شدن سفره از هر چهار طرف برابر باشد. اگر ابعاد میز ناهارخوری

$۱ \times ۳$  و مساحت سفره  $۱۵m^2$  باشد، سفره از هر طرف چند متر آویزان شده است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

۵۸- چند مربع وجود دارد که اندازه مساحت آن ۵ واحد از اندازه محیط آن بیشتر باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

۵۲- به ازای کدام مقدار  $k$ ، معادله  $k^2x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$  جواب مضاعف دارد؟

(۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۲ (۴) -۲

۶۶- اگر  $\cot x = ۲ - a$  و  $\sin x = \frac{1}{\sqrt{a+1}}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۴ (۳) ۱ (۴) ۵

۶۷- اگر  $(x^2 - y^2 + 11)^2 + (x^2 - 5)^2 = 0$  باشد، مقدار  $y$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱)  $\sqrt{5}$  (۲)  $-6$  (۳)  $-4$  (۴)  $\sqrt{6}$

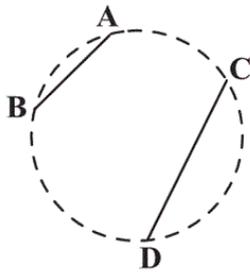
هندسه ۱، ترسیم های هندسی - ۲ سوال -

۷۱- برای رسم عمودمنصف پاره خط  $AB$  به کمک خطکش و پرگار، ابتدا به مرکزهای  $A$  و  $B$  دایره‌هایی مساوی رسم

می‌کنیم؛ شعاع این دایره‌ها باید لزوماً چگونه باشد؟

- (۱) دلخواه (۲) بیش‌تر از نصف طول  $AB$  (۳) کم‌تر از نصف طول  $AB$  (۴) برابر با طول  $AB$

۷۲- مطابق شکل، از دایره‌ای دو وتر غیرموازی  $AB$  و  $CD$  معلوم‌اند. کدام گزینه مرکز این دایره را مشخص می‌کند؟



- (۱) محل تلاقی دو پاره خط  $AD$  و  $BC$  (۲) وسط پاره خطی که وسط‌های  $AB$  و  $CD$  را به هم وصل می‌کند. (۳) محل تلاقی عمودمنصف‌های  $AB$  و  $CD$  (۴) وسط  $AD$

هندسه ۱، استدلال - ۲ سوال -

۷۴- برای مثلث  $ABC$ ، کدام یک از گزاره‌های زیر مثال نقض ندارد؟

- (۱) روی ارتفاع  $AH$  نقطه‌ای وجود ندارد که از  $B$  و  $C$  به یک فاصله باشد. (۲) ارتفاع وارد بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث، داخل آن قرار دارد. (۳) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها داخل یا بیرون مثلث است. (۴) طول میانه  $AM$  با طول ضلع  $BC$  برابر نیست.

۷۵- چند متوازی‌الاضلاع با طول قطرهای ۴ و ۶ وجود دارد که طول یک ضلع آن ۵ باشد؟

- (۱) بی‌شمار (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) صفر

هندسه ۱، نسبت و تناسب در هندسه - ۱ سوال

۷۶- اگر  $\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{5} = \frac{\sqrt{5}-5}{5}$  آن‌گاه حاصل  $x+y+z$  کدام است؟

۱۰ (۴)

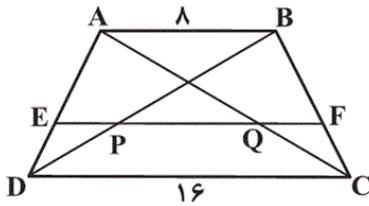
۵ (۳)

$2\sqrt{5}$  (۲)

$\sqrt{5}$  (۱)

هندسه ۱، قضیه تالس - ۲ سوال

۷۷- مطابق شکل، در دوزنقه  $ABCD$  داریم  $\frac{DE}{EA} = \frac{1}{3}$  و  $EF \parallel AB$ . اندازه  $PQ$  کدام است؟



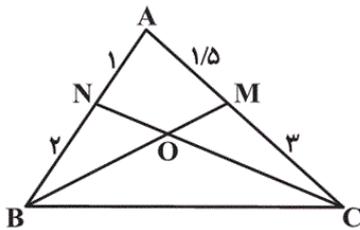
۹ (۱)

۷ (۲)

۸ (۳)

۱۰ (۴)

۷۸- در شکل مقابل، مساحت مثلث  $NBC$  چند برابر مساحت  $MBC$  است؟



$\frac{4}{5}$  (۱)

$\frac{5}{6}$  (۲)

۱ (۳)

$\frac{6}{5}$  (۴)

هندسه ۱، تشابه مثلث ها - ۱ سوال -

۷۹- اگر دو قطر دوزنقه قائم‌الزاویه‌ای بر هم عمود باشند، ارتفاع دوزنقه واسطه هندسی ... است.

(۴) ساق غیرقائم و قاعده کوچک‌تر

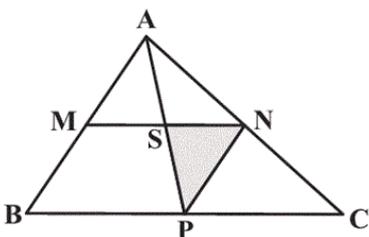
(۳) ساق قائم و قاعده بزرگ‌تر

(۲) قاعده‌ها

(۱) قطر‌ها

هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها - ۲ سوال -

۸۰- در شکل زیر  $M$ ،  $N$  و  $P$  وسط اضلاع مثلث  $ABC$  هستند. مساحت مثلث  $SNP$  چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



$\frac{1}{6}$  (۱)

$\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{1}{9}$  (۳)

$\frac{1}{12}$  (۴)

۷۳- در مثلث ABC از هر یک از نقاط A، B و C خطی موازی ضلع مقابل آن رسم می‌کنیم تا از تلاقی این سه خط، مثلث A'B'C' ایجاد شود. اگر O

محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع مثلث A'B'C' باشد، کدام گزینه درست نیست؟

(۱)  $A'O = B'O = C'O$  (۲) محیط  $\Delta A'B'C'$ ، دو برابر محیط  $\Delta ABC$  است.

(۳) O محل برخورد نیم‌سازهای داخلی  $\Delta ABC$  است. (۴) مساحت  $\Delta A'B'C'$ ، چهار برابر مساحت  $\Delta ABC$  است.

هندسه ۱ - گواه، **ترسیم های هندسی** - سوال ۳ -

۸۱- نقطه A به فاصله ۴ سانتی‌متر از نقطه B قرار دارد. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ۷ سانتی‌متر و از B به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۲- خط موربی دو خط موازی d و d' را به ترتیب در نقاط B و C قطع می‌کند. اگر نقطه O از هر سه خط به یک فاصله باشد، زاویه BOC چند درجه است؟

(۱) ۱۰۵ (۲) ۶۰ (۳) ۹۰ (۴) ۷۵

۸۳- روی محیط مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) نقطه‌ای وجود دارد که از رأس‌های B و C به فاصله ۵ سانتی‌متر و از رأس A به فاصله ۳ سانتی‌متر است. اندازه وتر این مثلث چند سانتی‌متر است؟

(۱)  $3\sqrt{20}$  (۲)  $4\sqrt{5}$  (۳) ۲۰ (۴)  $5\sqrt{20}$

هندسه ۱ - گواه، **استدلال** - سوال ۱

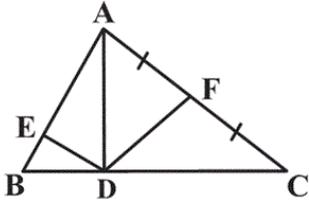
۸۴- اگر a، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند، کدام گزینه ممکن است درست نباشد؟

(۱)  $2a$ ،  $2b$  و  $2c$  طول سه ضلع مثلثی هستند. (۲)  $a^2$ ،  $ab$  و  $ac$  طول سه ضلع مثلثی هستند.

(۳)  $\frac{a}{2}$ ،  $\frac{b}{2}$  و  $\frac{c}{2}$  طول سه ضلع مثلثی هستند. (۴)  $a+2$ ،  $b+4$  و  $c+7$  طول سه ضلع مثلثی هستند.

هندسه ۱ - گواه، **نسبت و تناسب در هندسه** - سوال ۱ -

۸۵- در شکل مقابل  $AE = 2EB$ ،  $DC = 2BD$  و  $F$  وسط  $AC$  است. مساحت چهارضلعی  $AEDF$  چه کسری از مساحت مثلث  $ABC$  است؟



(۱)  $\frac{1}{4}$

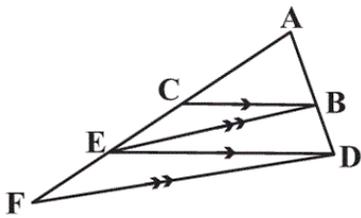
(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{5}{12}$

(۴)  $\frac{7}{12}$

هندسه ۱ - گواه ، قضیه تالس - سوال ۱ -

۸۶- در شکل زیر دو جفت پاره‌خط موازی مشخص شده‌اند. اگر  $\frac{BE}{DF} = \frac{2}{5}$ ، آن‌گاه نسبت  $\frac{AC}{CE}$  کدام است؟



(۱)  $\frac{2}{5}$

(۲)  $\frac{3}{5}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{2}$

هندسه ۱ - گواه ، تشابه مثلث ها - سوال ۳ -

۸۷- در مثلث  $ABC$ ، زاویه  $A$  قائمه است، اگر فاصله وسط وتر از اضلاع زاویه قائمه  $1/5$  و  $2$  باشد، آن‌گاه فاصله نقطه  $A$  از وتر کدام است؟

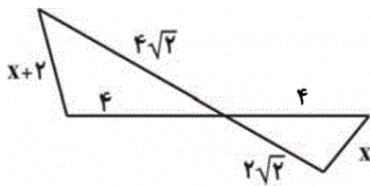
(۴)  $2/5$

(۳)  $1/8$

(۲)  $2$

(۱)  $2/4$

۸۸- با توجه به شکل زیر،  $x$  کدام است؟



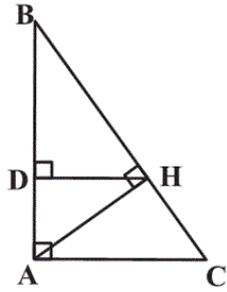
(۱)  $2$

(۲)  $\sqrt{2}$

(۳)  $\sqrt{2} - 1$

(۴)  $2(\sqrt{2} + 1)$

۸۹- در شکل زیر اگر  $\frac{BD}{AD} = \frac{3}{2}$ ، آن گاه نسبت  $\frac{AB}{AC}$  کدام است؟



(۱)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۲)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{9}{4}$

(۴)  $\frac{9}{2}$

هندسه ۱ - گواه ، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها - ۱ سوال -

۹۰- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت‌ها  $\frac{2}{3}$  نسبت اضلاع است. مساحت مثلث بزرگتر چند برابر مساحت مثلث کوچکتر است؟

(۴) ۳

(۳)  $\frac{2}{75}$

(۲)  $\frac{2}{25}$

(۱)  $\frac{1}{5}$

-۶۸

(زهرا ممتازی)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A \cup B) + n(A \cap B) = 3x + 4 \\ n(A \cup B) - n(A \cap B) = x + 20 \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{هم کم کنیم}]{\text{دو طرف تساوی را از}} 2n(A \cap B) = 2x - 16 \Rightarrow n(A \cap B) = x - 8$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = x - x + 8 = 8$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۵۶

(مهروی تک)

می‌دانیم ۶۰ درصد سلول‌ها از بین می‌روند و ۴۰ درصد باقی می‌مانند؛ یعنی:

$$a_1 = 10^{12}, a_r = 10^{12} \times \frac{40}{100} \Rightarrow r = \frac{a_r}{a_1} = \frac{2}{5} \Rightarrow a_n = 10^{12} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$$

پس از ۶ بار شیمی درمانی یعنی جمله هفتم دنباله را می‌خواهیم:

$$\Rightarrow a_7 = 10^{12} \times \left(\frac{2}{5}\right)^6 = 10^{12} \times \frac{2^6}{5^6} = 2^{12} \times 5^{12} \times \frac{2^6}{5^6} = 2^{12} \times 10^6$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

قدرنسبت دنباله مثبت و جملات دنباله صعودی است، یعنی جمله اول از دوم و دوم از سوم و ... کوچکتر است؛ پس:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 60$$

$$\Rightarrow 5a_1 + 10d = 60 \Rightarrow a_1 + 2d = 12$$

$$a_4 + a_5 = 3(a_1 + a_2 + a_3)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 7d = 3(3a_1 + 3d) \Rightarrow 7a_1 + 2d = 0$$

$$\begin{cases} a_1 + 2d = 12 \\ 7a_1 + 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow d = 7 \text{ و } a_1 = -2$$

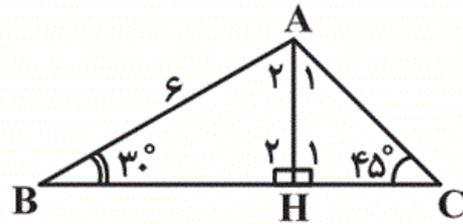
(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



با رسم ارتفاع  $AH$  دو مثلث  $AHB$  و  $AHC$  پدید می‌آید. در مثلث  $AHC$

داریم:

$$\hat{C} = 45^\circ, \hat{H}_1 = 90^\circ \Rightarrow A_1 = 45^\circ$$

در نتیجه مثلث  $AHC$ ، قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.

در مثلث  $AHB$  داریم:

$$\begin{cases} \hat{B} = 30^\circ \\ \hat{H}_2 = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A}_2 = 60^\circ \Rightarrow \frac{1}{2} = \sin 30^\circ = \frac{AH}{6} \Rightarrow AH = 3 \Rightarrow HC = 3$$

$$BH = AB \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} S_{\Delta ABC} &= S_{\Delta AHC} + S_{\Delta AHB} = \frac{AH \times BH}{2} + \frac{AH \times HC}{2} \\ &= \frac{3 \times 3\sqrt{3}}{2} + \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9\sqrt{3} + 9}{2} = \frac{9(\sqrt{3} + 1)}{2} \end{aligned}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

ابتدا عبارت  $A$  را ساده می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \xrightarrow{+\sin^2 x} 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \\ \sin^2 x + \cos^2 x &= 1 \xrightarrow{+\cos^2 x} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{\cot^2 x + 1}{\tan^2 x + 1} = \frac{\frac{1}{\sin^2 x}}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = \frac{\cos^2 x - 1}{\sin^2 x}$$

$$= \frac{-(1 - \cos^2 x)}{\sin^2 x} = -\frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = -1$$

حال داریم:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x - 1 = -\cos^2 x$$

$$\Rightarrow \sin^2 x + A = A \cos^2 x$$

(مثلاً، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$\sqrt{a} > a$  است، بنابراین  $a$  باید عددی بین صفر و ۱ یا کوچک‌تر از ۱- باشد.

(گزینه «۳» یا «۴»)

$\sqrt{b} < b$  است، بنابراین  $b$  باید عددی بزرگ‌تر از ۱ یا بین ۱- و صفر باشد.

(گزینه «۲» و «۴»)

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهروی تک)

-۵۵

$$\sqrt[6]{8^{2(x+1)}} = \sqrt[6]{2^{6(x+1)}} = 2^{x+1}$$

$$\sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x} \quad \Rightarrow 2^{-x} = 2^{x+1}$$

$$\Rightarrow -x = x+1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

گزینه «۱»: نادرست است. مثلاً  $\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4}$  است در حالی که  $3 > 4$ .

$$\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \xrightarrow[\text{برسانیم}]{\text{به توان ۶}} 3^2 > 2^3 \Rightarrow 9 > 8$$

گزینه «۲»: نادرست است. مثلاً اگر  $a = \sqrt{\frac{1}{20}}$  و  $b = \sqrt{\frac{1}{21}}$  در این صورت

$a^2 > b^2$  است اما  $a > b$  نیست: زیرا:

$$\sqrt{\frac{1}{20}} < \sqrt{\frac{1}{21}} \Leftrightarrow 21^2 < 20^2$$

گزینه «۳»: درست است. زیرا از  $0 < a < b$  داریم  $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ . بنابراین:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$$

گزینه «۴»: نادرست است. اگر  $a = 5$  و  $b = 2$  آن گاه  $5^2 < 2^5$  ولی  $a < b$ .

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا ذاکر)

-۵۱

$$A = \left(\frac{2}{210}\right) \left(\frac{1}{27}\right)^{-7} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = (2^{-9})(2^{-7})^{-7} (2^{-1})^{-3}$$

$$= (2^{-9})(2^{49})(2^3) = 2^{43}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه اول: ابتدا فرجه‌ها را یکی می‌کنیم:

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} = \sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[6]{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}}$$

$$A.B = \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt[6]{16-12} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$$

راه دوم:

$$B = \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(1+\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{1+\sqrt{3}}$$

$$A.B = \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} = \sqrt[3]{3-1} = \sqrt[3]{2}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$A = \sqrt[5]{9^3 \sqrt{81}} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^4} = \sqrt[5]{3^6} = 3^{\frac{6}{5}}$$

$$B = \sqrt[7]{16^3 \sqrt[3]{4}} = \sqrt[7]{2^4 \times 2^{\frac{2}{3}}} = \sqrt[7]{2^{\frac{14}{3}}} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (A \times B)^3 = (2^{\frac{2}{3}} \times 3^{\frac{6}{5}})^3 = (6^{\frac{2}{5}})^3 = 6^{\frac{6}{5}} = 36$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x} \times \frac{1}{\sqrt{x}} = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 7$$

$$A^3 = (\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^3 = x + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x} \times \frac{1}{\sqrt{x}} \underbrace{(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})}_A$$

$$\Rightarrow A^3 = 7 + 3A$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$\frac{(x-2)(x+6)}{(x-3)(x-2)} \times \frac{2(x-3)}{(x+6)(x-1)} = \frac{2}{x-1}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

$$4x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

قدرمطلق اختلاف ریشه‌های معادله برابر ۲ است.

$$\Rightarrow mx^2 - 5x + m + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 25 - 24 = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{3}{2}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\text{حجم مکعب مستطیل کامل} = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = (۶z)(۴z - ۱)z$$

$$\text{حجم قسمت بریده شده} = (۲z)(۲z)(z) = ۴z^۳$$

$$\Rightarrow \text{حجم شکل مانده} = (۶z)(۴z - ۱)z - ۴z^۳ = ۳۶z$$

$$\xrightarrow{+z} ۲۴z^۲ - ۶z - ۴z^۳ = ۳۶$$

$$\Rightarrow ۲۰z^۲ - ۶z - ۳۶ = ۰ \xrightarrow{+۲} ۱۰z^۲ - ۳z - ۱۸ = ۰$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{20} = \frac{3 \pm 27}{20} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} z = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \\ z = -\frac{24}{20} = -\frac{6}{5} \end{array} \right. \text{ غرق}$$

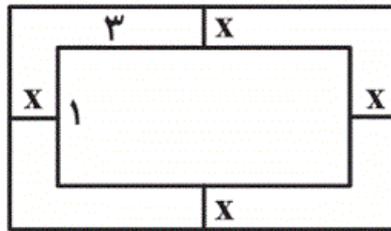
(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



طول سفره:  $3 + 2x$   
 عرض سفره:  $1 + 2x$   
 $\Rightarrow$  مساحت سفره  $= (3 + 2x)(1 + 2x) = 15$

$$\Rightarrow 3 + 6x + 2x + 4x^2 = 15 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -3 \text{ غقق}$$

پس  $x = 1$  است.

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضلع مربع را با  $x$  نشان می‌دهیم. پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت مربع} = x^2 \\ \text{محیط مربع} = 4x \end{array} \right. \xrightarrow[\text{از محیط بیش‌تر است}]{\text{مساحت ۵ واحد}} x^2 = 4x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

عبارت  $x^2 - 4x - 5$  را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$x = -1$  قابل قبول نیست، چون طول ضلع مربع نمی‌تواند منفی باشد. پس فقط

$x = 5$  قابل قبول است؛ یعنی فقط یک مربع وجود دارد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(پرستو مظاهری)

-۵۲

برای آن که معادله جواب مضاعف داشته باشد، باید دلتای آن صفر باشد:

$$\Delta = 0 \Rightarrow (k - 1)^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 - k^2 = 0 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 4 \end{cases} \text{ غقوق} \xrightarrow[\cot x > 0]{\text{زیرا}} \cot x = 2 - a > 0 \Rightarrow a < 2$$

توجه کنید که انتهای کمان  $x$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی قرار دارد و در این ناحیه نسبت‌های مثلثاتی مثبت هستند.

(مثلثات و معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ و صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۷

(مبتنی مباحثی)

عبارت‌های  $(x^2 - 5)^2 = 0$  و  $(x^2 - y^2 + 11)^2 = 0$  چون به توان‌های زوج رسیده‌اند پس حاصل آن‌ها عددی مثبت یا صفر است. اما چون جمع آن‌ها صفر شده است پس هر عبارت باید صفر باشد.

$$\Rightarrow (x^2 - 5)^2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه دوم}} x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5$$

$x^2 = 5$  را در عبارت دیگر قرار داده تا  $y$  به دست آید.

$$(x^2 - y^2 + 11)^2 = 0 \xrightarrow{x^2 = 5} (5 - y^2 + 11)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5 - y^2 + 11 = 0 \Rightarrow -y^2 + 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm \sqrt{16}$$

$y = \pm 4$ ، پس گزینه «۳» می‌تواند درست باشد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

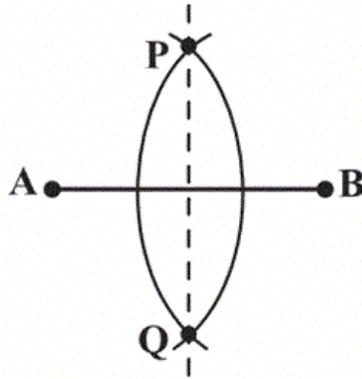
۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به روش رسم عمودمنصف یک پاره خط، باید ابتدا به مرکز دو سر پاره خط، دو کمان با شعاع‌های برابر رسم کنیم که هم‌دیگر را در دو نقطه قطع کنند، برای این منظور، شعاع این دو کمان باید بیش‌تر از نصف طول پاره خط **AB** باشد.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۴

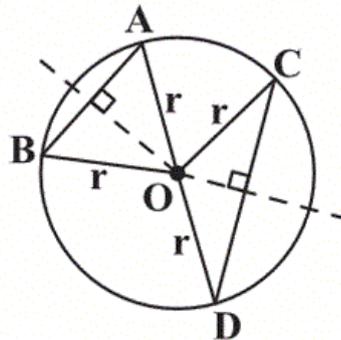
۳

۲✓

۱

(علی فتح آبادی)

مرکز دایره نقطه‌ای است که از چهار نقطه **A**، **B**، **C** و **D** به فاصله ثابت **r** (شعاع دایره) باشد. بنابراین:



$OA = OB = r \Rightarrow O$  از دو سر **AB** به یک فاصله  $\Rightarrow O$  روی عمودمنصف **AB**

$OC = OD = r \Rightarrow O$  از دو سر **CD** به یک فاصله  $\Rightarrow O$  روی عمودمنصف **CD**

پس **O** محل تلاقی عمودمنصف‌های **AB** و **CD** است.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۶ کتاب درسی)

۴

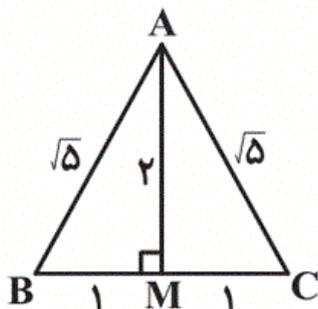
۳✓

۲

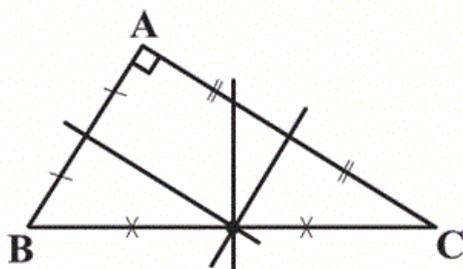
۱

مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» را در شکل‌های زیر می‌بینید.

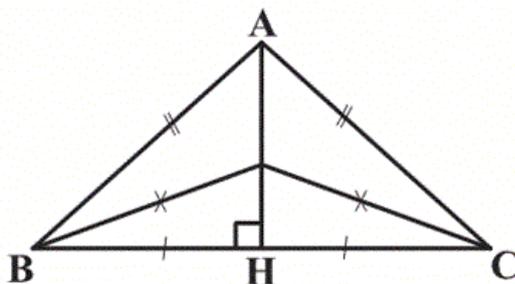
گزینه «۴»:



گزینه «۳»:



گزینه «۱»:



اما گزینه «۲» همیشه درست است، اگر مثلث حاده الزاویه باشد، هر سه ارتفاع آن داخل مثلث و اگر قائم‌الزاویه یا منفرجه الزاویه باشد، ارتفاع وارد بر ضلع بزرگتر همواره داخل مثلث قرار دارد.

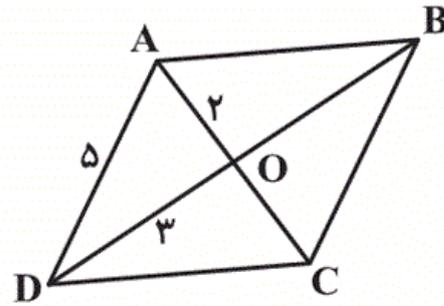
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



قطرهای متوازی‌الاضلاع هم‌دیگر را نصف می‌کنند. با توجه به شکل بالا اگر چنین متوازی‌الاضلاعی وجود داشته باشد، در مثلث  $OAD$  داریم  $AD = OA + OD$  که چنین چیزی امکان پذیر نیست (در هر مثلث، مجموع طول هر دو ضلع، باید بیش‌تر از طول ضلع سوم باشد). پس فرض اولیه غلط بوده و چنین متوازی‌الاضلاعی وجود ندارد.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ریم مشتاق‌نظم)

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

ترکیب نسبت در صورت

$$\xrightarrow{\text{خواص تناسب}} \frac{x+y+z}{10} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\Rightarrow x+y+z = 2\sqrt{5}$$

(قضیهٔ تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۲ و ۳۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد رضا وکیل‌الرعایا)

$$\Delta ABD : EP \parallel AB \Rightarrow \frac{EP}{AB} = \frac{DE}{AD} \Rightarrow \frac{EP}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow EP = 2$$

$$\Delta ACD : EQ \parallel CD \Rightarrow \frac{EQ}{CD} = \frac{AE}{AD} \Rightarrow \frac{EP + PQ}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{2 + PQ}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow PQ = 10$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AN}{BN} = \frac{1}{2} \\ \frac{AM}{CM} = \frac{1/5}{3} = \frac{1}{6} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN \parallel BC$$

دو مثلث  $NBC$  و  $MBC$  در قاعده  $BC$  مشترک‌اند و به دلیل موازی بودن  $MN$  با  $BC$ ، طول ارتفاع وارد بر ضلع  $BC$  در آن‌ها یکسان است، پس هم مساحت‌اند.

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷ کتاب درسی)

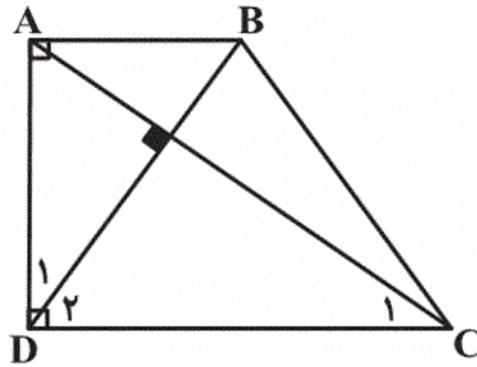
۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به شکل، داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ \\ \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \sim \triangle BDC \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BD}{DC}$$

$$\Rightarrow AD^2 = AB \times DC$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمم بفرای)

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} = 1 \Rightarrow MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$$

از متشابه بودن دو مثلث  $AMN$  و  $ABC$  می‌توان نتیجه گرفت اگر  $P$  نقطه وسط  $BC$  باشد،  $S$  نقطه وسط  $MN$  است و چون نسبت تشابه برابر ۲ است، پس  $S$  وسط  $AP$  نیز است.

بنابراین در مثلث  $APN$ ،  $NS$  میانه  $AP$  است، پس اگر مساحت مثلث  $SNP$  را  $S$  بنامیم، داریم:

$$S_{\triangle ANP} = 2S \xrightarrow{\text{PN میانه AC است}} S_{\triangle APC} = 2S_{\triangle ANP} = 2(2S) = 4S$$

$$\xrightarrow{\text{AP میانه BC است}} S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle APC} = 2(4S) = 8S$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle SNP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{8}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱ و ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

به ترتیب عمود منصف‌های  $B'C'$ ،  $A'C'$  و  $A'B'$  و در نتیجه ارتفاع‌های مثلث  $ABC$  هستند، پس نقطه  $O$  محل هم‌رسی ارتفاع‌های مثلث  $ABC$  خواهد بود، نه محل برخورد نیمسازها.

نقطه هم‌رسی عمود منصف‌های اضلاع هر مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است. (درستی گزینه «۱»)

طول اضلاع مثلث  $A'B'C'$  دو برابر طول اضلاع مثلث  $ABC$  هستند (درستی گزینه‌های «۲» و «۴»).

(ترسیم‌های هندسی و استدلال و قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۱۹ و ۴۵ کتاب درسی)

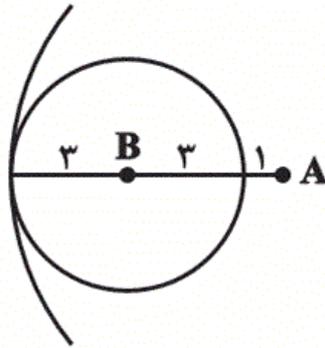
۴

۳✓

۲

۱

نقطه مشترک دو دایره یکی به مرکز  $A$  و به شعاع  $۷$  سانتی متر و دیگری به مرکز  $B$  و شعاع  $۳$  سانتی متر، تنها جواب مسئله است.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۱ کتاب درسی)

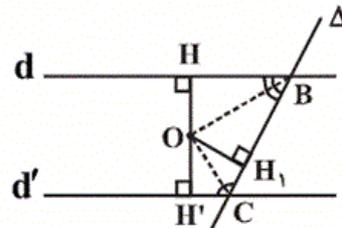
۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به مفروضات مسئله، مطابق شکل  $OH = OH' = OH_1$ ، بنابراین:



$$\left\{ \begin{array}{l} OH = OH_1 \Rightarrow \text{نیمساز } HBH_1 \text{ است. } BO \Rightarrow \widehat{OBH_1} = \frac{\widehat{B}}{2} \\ OH_1 = OH' \Rightarrow \text{نیمساز } H'CH_1 \text{ است. } CO \Rightarrow \widehat{OCH_1} = \frac{\widehat{C}}{2} \end{array} \right.$$

در مثلث  $OBC$ ، می‌توانیم بنویسیم:

$$\widehat{BOC} = 180^\circ - (\widehat{OBH_1} + \widehat{OCH_1}) \quad (۱)$$

چون  $d$  و  $d'$  موازی‌اند، پس  $\widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$  و در نتیجه:

$$\begin{aligned} (۱) \Rightarrow \widehat{BOC} &= 180^\circ - \left( \frac{\widehat{B}}{2} + \frac{\widehat{C}}{2} \right) \\ &= 180^\circ - \left( \frac{\widehat{B} + \widehat{C}}{2} \right) = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \end{aligned}$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Delta ACN : AC = \sqrt{25 - 9} = 4$$

$$\Delta ABC : BC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۴

(کتاب آبی)

اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  طول اضلاع یک مثلث باشند، هر مضرب مثبتی از آن‌ها هم طول اضلاع یک مثلث است، بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳» می‌توانند طول اضلاع یک مثلث باشند (مثلاً در گزینه «۲»، طول همه اضلاع ضرب در  $a$  شده است)، اما گزینه «۴» لزوماً درست نیست، مثال نقض زیر را در نظر بگیرید:

$$(a = 2, b = 1, c = 2)$$

$$\Rightarrow \underbrace{(a + 2 = 4, b + 4 = 5, c + 7 = 9)}_{9 = 4 + 5}$$

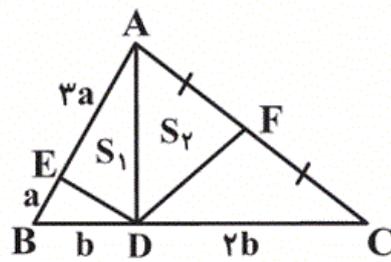
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۲۷ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\frac{S_1}{S(\triangle ABD)} = \frac{AE}{AB} = \frac{2a}{4a}$$

$$\Rightarrow \frac{S_1}{\frac{1}{3}S(\triangle ABC)} = \frac{2}{4}$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{1}{6}S(\triangle ABC)$$

$$\frac{S_2}{S(\triangle ACD)} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{S_2}{\frac{2}{3}S(\triangle ABC)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{3}S(\triangle ABC)$$

$$S_1 + S_2 = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)S(\triangle ABC) = \frac{1}{2}S(\triangle ABC)$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به قضیه تالس داریم:

$$BE \parallel DF \Rightarrow \frac{BE}{DF} = \frac{AB}{AD} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{2}{3}$$

$$BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AC}{CE} = \frac{AB}{BD} = \frac{2}{3}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

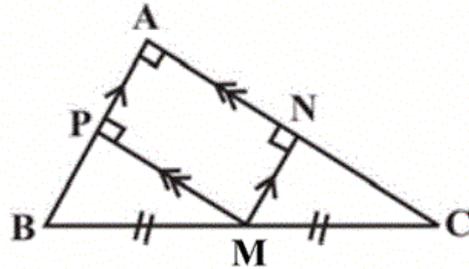
 ۲

 ۱

مطابق شکل، از آن جا که  $MN$  و  $BA$  هر دو بر  $AC$  عمودند، با هم موازیند، بنابراین از آن جا که  $M$  وسط  $BC$  است، طبق نتیجه قضیه تالس  $N$  نیز وسط  $AC$  و  $AB = 2MN = 3$  . به طریق مشابه  $AC = 2MP = 4$  .

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

اگر  $AH$  ارتفاع وارد بر وتر باشد، آنگاه:



$$S(\triangle ABC) = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{AB \times AC}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = 2.4$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۵ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{cases} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \\ \frac{AC}{AC'} = \frac{AB}{AB'}, \left( \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \end{cases}$$

پس نسبت  $\frac{BC}{B'C'}$  نیز برابر نسبت تشابه است و داریم:

$$\frac{BC}{B'C'} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \sqrt{2}x + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = 2(\sqrt{2} + 1)$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۸۹

$$DH \parallel AC \Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{BH}{HC} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AB^2}{AC^2} = \frac{BH \cdot BC}{HC \cdot BC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر نسبت تشابه را با  $k$  نشان دهیم، نسبت مساحت‌ها برابر  $k^2$  و نسبت اضلاع متناظر برابر  $k$  است، طبق فرض مسئله، داریم:

$$k^2 = \frac{2}{3}k \Rightarrow k^2 - \frac{2}{3}k = 0 \Rightarrow k\left(k - \frac{2}{3}\right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \text{ (غیرقابل قبول)} \\ k = \frac{2}{3} \end{cases}$$

حال اگر مساحت مثلث کوچک را با  $S$  و مساحت مثلث بزرگ را با  $S'$  نشان

دهیم، با توجه به این که  $k = \frac{2}{3}$ ، داریم:

$$\frac{S}{S'} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{4}{9} \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{9}{4} = 2/25$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۴۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱