



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

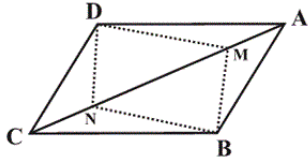
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم ، همنهشتی مثلث ها - ۲ سوال -

۴۲- در شکل زیر، $CN = AM$ و چهارضلعی $ABCD$ متوازی الاضلاع است. کدام گزینه درست است؟



(۱) $MB = MN$

(۲) $DM = DN$

(۳) $DN \parallel BM$

(۴) چهارضلعی $DMBN$ لوزی است.

۵۷- در هر کدام از شکل های زیر با رسم قطرها، چهار مثلث کوچک به وجود می آید. در کدام گزینه تنها یک جفت مثلث از این چهار مثلث کوچک همنهشتند؟

(۲) دوزنقه

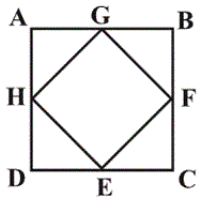
(۱) مستطیل

(۴) دوزنقه متساوی الساقین

(۳) چهارضلعی با دو جفت اضلاع برابر

ریاضی نهم ، حل مسئله در هندسه - ۵ سوال -

۵۴- در شکل زیر، $ABCD$ مربع بوده و $BG = BF = DH = DE$ است. کدام گزینه همواره درست است؟



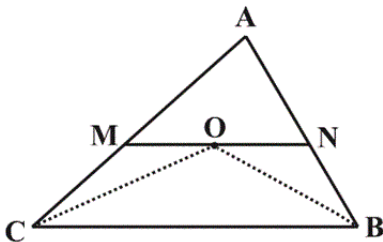
(۱) $EFGH$ لوزی است.

(۲) $EFGH$ مستطیل است.

(۳) $GF = FE$

(۴) $DE = EG$

۴۴- در مثلث شکل زیر، O محل تلاقی نیمسازهای داخلی زوایای B و C است و MN موازی BC می باشد. اگر $AB = ۲۵$ ، $AC = ۳۰$ و $BC = ۴۲$ باشد،



محیط $\triangle AMN$ کدام است؟

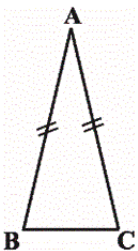
(۱) ۴۵

(۲) ۲۸

(۳) ۳۴

(۴) ۵۵

۴۸- ساق AB از مثلث متساوی الساقین ABC را از طرف رأس مثلث (A) به اندازه خودش ادامه می دهیم تا به نقطه D برسیم، مثلث ACD همواره چه نوع مثلثی است؟



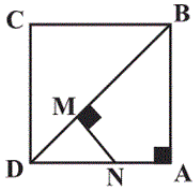
(۱) قائم الزاویه

(۲) متساوی الاضلاع

(۳) متساوی الساقین

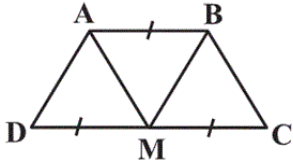
(۴) هیچ کدام

۴۹- در مربع ABCD نقطه M را طوری روی قطر قرار می‌دهیم که BM با ضلع مربع برابر شود و MN بر قطر مربع عمود باشد، اندازه زاویه $\hat{A}NB$ کدام است؟



- (۱) 65°
 (۲) $62/5^\circ$
 (۳) $72/5^\circ$
 (۴) $67/5^\circ$

۵۶- ABCD یک ذوزنقه متساوی‌الساقین است که AD و BC ساق‌های آن هستند و CD دو برابر AB است. اگر از M، نقطه وسط CD، به A و B وصل کنیم، در این صورت کدام یک از گزینه‌های زیر همواره درست است؟



- (۱) $BC = AB$
 (۲) $M\hat{B}C > A\hat{M}B$
 (۳) $AD = AM$
 (۴) $M\hat{C}B > M\hat{B}C$

ریاضی نهم، شکل‌های متشابه - ۲ سوال -

۵۰- کدام دسته از مستطیل‌های زیر همواره با هم متشابهند؟

- (۱) مستطیل‌هایی که همواره طول قطرشان ثابت است.
 (۲) مستطیل‌هایی که اندازه محیطشان ۳ برابر طولشان است.
 (۳) مستطیل‌هایی که مجموع طول و عرض آن‌ها همواره یک عدد ثابت است.
 (۴) مستطیل‌هایی که زاویه‌های بین قطرهایشان همیشه مضربی از هم باشند.

۵۵- یک مثلث متساوی‌الساقین با طول ساق x و قاعده ۳، با یک مثلث دیگر که طول دو ضلع آن x و 12 است، متشابه است ($x \neq 12$). محیط مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۱۵ (۳) ۲۴ (۴) ۳۰

ریاضی نهم، توان صحیح - ۲ سوال -

۴۲- مجموع ارقام عدد $(10^{(2n+3)} + 3)^2$ کدام است؟ (n عددی طبیعی است.) (نگاه به گزینه)

- (۱) ۹ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

۴۵- حاصل عبارت $\frac{0/25^{-3} \times 10/24^3}{10^{-8} \times 25^{-18}}$ چند رقمی است؟

- (۱) ۳۷ (۲) ۳۸ (۳) ۳۹ (۴) ۴۰

ریاضی نهم، نماد علمی - ۳ سوال -

۴۶- اگر $a = 10^{17}$ ، $b = 250000^2$ ، $c = 0/1 \times 1000000$ و $d = (160000000)^2$ باشند، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $d < b < a < c$ (۲) $c < b < d < a$ (۳) $c < d < b < a$ (۴) $c < b < a < d$

۴۱- یک ماده شیمیایی، در طی یک شبانه‌روز، مقدارش نصف می‌شود. پس از دو روز، باقی‌مانده ۰/۰۰۰۴۸۰ گرم از این ماده شیمیایی، کدام است؟ (نگاه به گذشته)

۱/۶ × ۱۰^{-۱} (۴)

۱/۶ × ۱۰^{-۴} (۳)

۱/۲ × ۱۰^{-۲} (۲)

۱/۲ × ۱۰^{-۴} (۱)

۵۲- حاصل عبارت $\frac{\left[-\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \right]^{-3}}{\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \right]^2}$ کدام است؟

$-\left(\frac{5}{2}\right)^6$ (۴)

$\left(\frac{5}{2}\right)^6$ (۳)

$-\left(\frac{2}{5}\right)^6$ (۲)

$\left(\frac{2}{5}\right)^6$ (۱)

ریاضی نهم، ریشه گیری - ۳ سوال -

۵۸- اگر $a = b = c < 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{abc}}{\sqrt{ab} + \sqrt{ac} + \sqrt{bc}}$ کدام است؟

$-\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

۴۷- تساوی $\sqrt{\frac{x^2 y^4}{z^2}} = \frac{-xy^2}{z}$ با برقراری کدام شرط، همواره درست است؟

$x \leq 0$ (۴)

$z > 0$ (۳)

$xz < 0$ (۲)

$xz > 0$ (۱)

۶۰- اگر $z < 0$ ، $y < 0$ و $x < 0$ باشد، آن‌گاه حاصل $x\sqrt{3} + 3\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{z^3}$ همواره کدام است؟

$\sqrt{3x^2} + 3y + z$ (۴)

$\sqrt{3x^2} + 3y - z$ (۳)

$-(\sqrt{3x^2} + 3y + z)$ (۲)

$-\sqrt{3x^2} - 3y + z$ (۱)

ریاضی نهم، جمع و تفریق رادیکال ها - ۳ سوال -

۵۱- حاصل عبارت $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{47}$ کدام است؟

$14\sqrt{3}$ (۴)

$10\sqrt{3}$ (۳)

$9\sqrt{3}$ (۲)

$5\sqrt{3}$ (۱)

۵۹- حاصل عبارت $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{3}\sqrt{72} - \sqrt{18}$ کدام است؟

$1 - \sqrt{2}$ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

۵۳- حاصل عبارت $\frac{(2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}$ کدام است؟

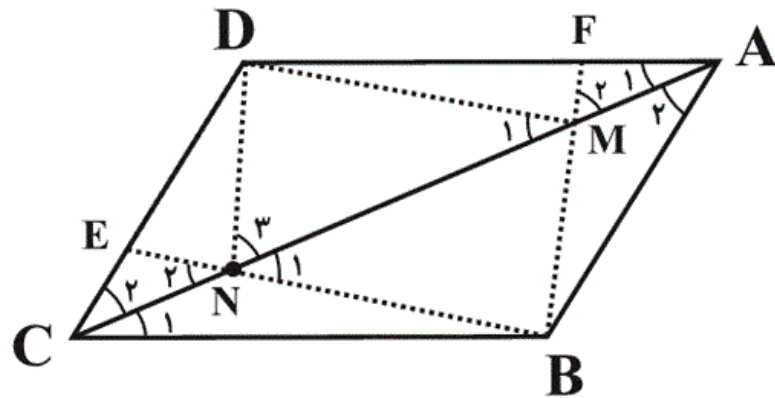
$3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$ (۴)

$2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ (۳)

۳۰ (۲)

-۳۰ (۱)

(آرش دانشفر)



خطوط BM و BN را امتداد می‌دهیم تا زوایای N_2 و M_2 تشکیل شوند.
 $ABCD$ متوازی‌الاضلاع $\rightarrow AB = DC$ و $AD = BC$ ، $AB \parallel DC$ و $AD \parallel BC$
 چون $AD \parallel BC$ است و خط AC مورب است، پس $\hat{A}_1 = \hat{C}_1$.
 بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ DA = CB \\ AM = CN \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle AMD \cong \triangle NCB \Rightarrow \begin{cases} DM = BN \\ \hat{C}_2 = \hat{A}_2 \end{cases}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{C}_2 \\ AB = CD \\ AM = CN \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle DCN \cong \triangle ABM \Rightarrow \begin{cases} BM = DN \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \end{cases}$$

$$\hat{C}_2 = \hat{A}_2 \xrightarrow{\text{مکمل}} \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \quad (1)$$

با توجه به قضیه خطوط موازی و مورب می‌توان نتیجه گرفت: $BE \parallel MD$
 به طریق مشابه می‌توان از برابری $\hat{B}_1 = \hat{D}_1$ و مکمل آن‌ها،
 $BF \parallel DN$ را نتیجه گرفت. بنابراین $DMBN$ چهارضلعی است که اضلاع
 روبه‌روی آن موازی هستند؛ پس $DMBN$ متوازی‌الاضلاع بوده و داریم:

$$DN \parallel BM$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

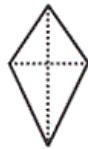
مستطیل: دو جفت مثلث هم‌نهشت

دوزنقه: در حالت کلی مثلث هم‌نهشت به وجود نمی‌آید.

چهار ضلعی با دو جفت اضلاع برابر، مانند:

- متوازی‌الاضلاع: دو جفت مثلث هم‌نهشت

- کایت (چهارضلعی که دو جفت ضلع مجاور برابر دارد): دو جفت مثلث



کایت

هم‌نهشت

دوزنقه متساوی‌الساقین: یک جفت مثلث هم‌نهشت

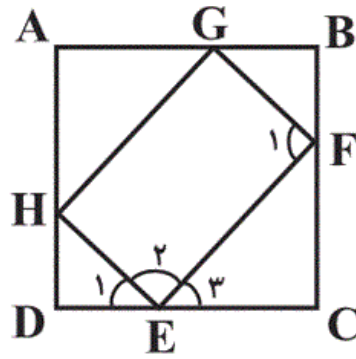
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$\left. \begin{array}{l} DH = DE \\ \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta DEH \text{ متساوی الساقین و قائم الزاویه} \Rightarrow \hat{E}_1 = 45^\circ \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} DE = BF \\ DC = BC \end{array} \right\} \Rightarrow CE = CF \quad \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \Delta CEF \text{ متساوی الساقین و قائم الزاویه}$$

$$\Rightarrow \hat{E}_3 = 45^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{E}_2 = 90^\circ$$

به همین ترتیب می توان ثابت کرد که بقیه زاویه های EFGH هم 90° است.

$$\hat{E}_2 = 90^\circ, \hat{F}_1 = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} FE \perp EH \\ FE \perp FG \end{cases} \Rightarrow EH \parallel FG$$

$$EF \parallel GH$$

به طریق مشابه:

بنابراین چهارضلعی HGFE متوازی الاضلاع است و از آن جا که زوایای آن، قائمه است، این چهارضلعی مستطیل است.

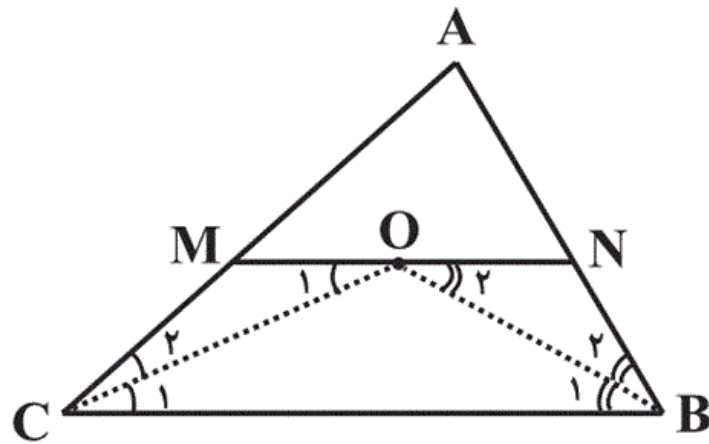
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\text{مورب } OC, MN \parallel BC \rightarrow \hat{C}_1 = \hat{O}_1 \xrightarrow{\hat{C}_1 = \hat{C}_2} \hat{O}_1 = \hat{C}_2$$

$$\Rightarrow \text{مثلث } MOC \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow OM = MC$$

$$\text{مورب } OB, MN \parallel BC \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{O}_2 \xrightarrow{\hat{B}_1 = \hat{B}_2} \hat{B}_2 = \hat{O}_2$$

$$\Rightarrow \text{مثلث } ONB \text{ متساوی الساقین است.} \Rightarrow ON = NB$$

برای محیط مثلث AMN داریم:

$$\Delta \text{ محیط } AMN = AM + \underbrace{MN}_{OM+ON} + AN = AM + (MC + NB) + AN$$

$$= AB + AC = 25 + 30 = 55$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴ ✓

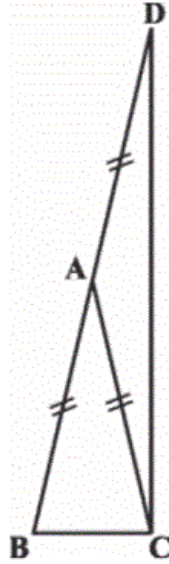
۳

۲

۱

(سعید معفری کافی آباد)

چون AD را به اندازه AB امتداد دادیم پس $AD = AB$ ، از طرفی
 $AB = AC$ (چون مثلث ABC متساوی الساقین است.) پس در مثلث
 ACD داریم: $AC = AD$ ؛ یعنی مثلث ACD دارای دو ضلع برابر است
 پس همواره متساوی الساقین است.



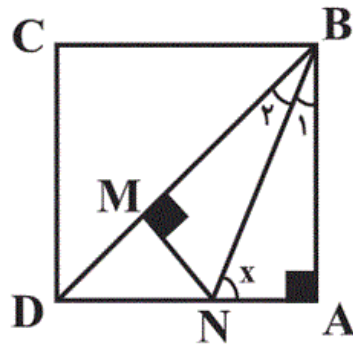
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱



برای یافتن مقدار $\hat{A}NB$ ابتدا N را به B وصل می‌کنیم و آن را x می‌نامیم.

$$\left. \begin{array}{l} \text{فرض: } BM = AB \\ \text{ضلع مشترک: } BN = BN \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle ANB \cong \triangle MNB$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} \hat{B}_1 = \hat{B}_2$$

$\Rightarrow \hat{D}BC = \hat{D}BA = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = 45^\circ$ از طرفی BD قطر مربع است.

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 22.5^\circ$$

حال در مثلث ANB داریم:

$$x = \hat{A}NB = 180^\circ - (90^\circ + 22.5^\circ) = 67.5^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۵۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel MC \\ \text{و} \\ MB \text{ مورب} \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{CMB} = \widehat{AMB}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = MC \text{ (طبق فرض صورت سؤال)} \\ MB = MB \text{ (ضلع مشترک)} \\ \widehat{MCB} = \widehat{AMB} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ز ض}} \triangle ABM \cong \triangle MBC$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} BC = AM \quad (۱) \\ \widehat{AMB} = \widehat{MCB} \end{array} \right.$$

هم‌چنین در ذوزنقه متساوی‌الساقین، ساق‌ها با هم برابرند؛ پس: $AD = BC$ (۲)

$$(۱), (۲) \rightarrow AD = AM$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی بهرمندی‌پور)

-۵۰

وقتی در مستطیلی، اندازه محیط، ۳ برابر طول مستطیل باشد، طول مستطیل، ۲ برابر عرض است و همه مستطیل‌هایی که طولشان دو برابر عرضشان باشد، با هم متشابه‌اند.

b: عرض، a: طول

$$\text{محیط} = 2(a + b) = 3a \Rightarrow a = 2b$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

از آن جا که $x \neq 12$ است، پس یکی از x و 12 ساق و دیگری طول قاعده است. اگر x را طول ساق مثلث دوم در نظر بگیریم، طول قاعده حتماً باید ۳ باشد که این چنین نیست. بنابراین طول ساق مثلث دوم ۱۲ است. در نتیجه:

$$\frac{x}{12} = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{محیط مثلث بزرگ تر} = 6 + 12 + 12 = 30$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(نگاه به گذشته: آرش دانشفر)

-۴۲

از سال هشتم به یاد داریم:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(10^{2n+3} + 3)^2 = (10^{2n+3})^2 + 3^2 + 2(3 \times 10^{2n+3})$$

$$= 10^{4n+6} + 9 + 6 \times 10^{2n+3} = \overbrace{100 \dots 600 \dots 9}^{\text{رقم } 4n+6}$$

رقم $2n+3$

$$16 = 1 + 6 + 9: \text{مجموع ارقام این عدد}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آرش دانشفر)

$$0/25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 2^{-2}$$

$$\frac{(2^{-2})^{-3} \times 10^{24} \times (10^{-2})^3}{10^{-8} \times (5^2)^{-18}} = \frac{2^6 \times (10^0)^3 \times 10^{-6}}{10^{-8} \times 5^{-36}}$$

$$= \frac{2^{36} \times 10^{-6}}{10^{-8} \times 5^{-36}} = 2^{36} \times 5^{36} \times 10^2 = 10^{36} \times 10^2 = 10^{38}$$

 $10^{38} \rightarrow$ ۳۹ رقم دارد

(توان و ریشه، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش دانشفر)

$$a = 10^{17}$$

$$b = (25 \times 10^4)^3 = 25^3 \times 10^{12} = (1/5625 \times 10^4) \times 10^{12}$$

$$\Rightarrow b = 1/5625 \times 10^{16}$$

$$c = 10^{-1} \times 10^5 = 10^4$$

$$d = (16 \times 10^7)^2 = 256 \times 10^{14} = 2/56 \times 10^{16}$$

$$\Rightarrow c < b < d < a$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(نگاه به گذشته: علی بهرمندیور)

$$0/000480 = 4/8 \times 10^{-4}$$

$$\frac{4/8 \times 10^{-4}}{2} = 2/4 \times 10^{-4}$$

بعد از یک شبانه‌روز:

$$\frac{2/4 \times 10^{-4}}{2} = 1/2 \times 10^{-4}$$

بعد از دو شبانه‌روز:

(توان و ریشه، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{\left[-\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-3}}{\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}\right]^2} = \frac{-\left[\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}\right]^{-3}}{\left[\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3}\right]^2} = \frac{-\left(\frac{3}{5}\right)^6}{\left(\frac{2}{3}\right)^{-6}}$$

$$= -\left(\frac{3}{5}\right)^6 \times \left(\frac{2}{3}\right)^6 = -\left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{3}\right)^6 = -\left(\frac{2}{5}\right)^6$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$a = b = c < 0 \Rightarrow \frac{\sqrt[3]{a^3}}{\sqrt{a^2} + \sqrt{a^2} + \sqrt{a^2}} = \frac{a}{|a| + |a| + |a|}$$

$$= \frac{a}{3(|a|)} = \frac{a}{3(-a)} = \frac{-1}{3}$$

$$|a| = -a$$

توجه: از آن جایی که $a < 0$ بنابراین:

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

نکته: $\sqrt{a^2} = |a|$

$$\sqrt{\frac{x^2 y^4}{z^2}} = \left| \frac{xy^2}{z} \right| = \left| \frac{x}{z} \right| y^2 = -\frac{xy^2}{z} \Rightarrow \left| \frac{x}{z} \right| = \frac{-x}{z}$$

بنابراین X و Z مختلف‌العلامت هستند (یعنی یکی از آن‌ها منفی و دیگری مثبت است):

$$XZ < 0$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی)

-۶۰

نکته: علامت عدد منفی نمی‌تواند به داخل رادیکالی با فرجه زوج برود و فقط

عدد مثبت می‌تواند داخل برود. برای مثال:

$$-5\sqrt{2} = -\sqrt{5^2 \times 2}$$

در نتیجه از آنجایی که $x < 0$ است، خواهیم داشت: $x\sqrt{3} = -\sqrt{3x^2}$ و از

طرفی چون $y < 0$ بنابراین:

$$\sqrt{y^2} = |y| = -y$$

پس:

$$x\sqrt{3} + 3\sqrt{y^2} + \sqrt[3]{z^3} = -\sqrt{3x^2} - 3y + z$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی بهرمن‌پور)

-۵۱

$$\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{147} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 7\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{aligned} \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \frac{1}{3}\sqrt{72} - \sqrt{18} &= \overbrace{|1-\sqrt{2}|}^{\text{منفی}} + \frac{1}{3}\sqrt{36 \times 2} - \sqrt{9 \times 2} \\ &= (\sqrt{2}-1) + \frac{1}{3}(6\sqrt{2}) - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}-1+2\sqrt{2}-3\sqrt{2} = -1 \end{aligned}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ارجمند)

-۵۳

$$\frac{(2\sqrt{3}+6\sqrt{2})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{6\sqrt{6}-6+36-6\sqrt{6}}{\sqrt{6}+2-3-\sqrt{6}} = \frac{30}{-1} = -30$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓