



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۱۰- در دایره مثلثاتی کدام گزینه، محدوده کمان‌هایی که در آن‌ها  $|\sin x| < \cos x$  است، به درستی سایه خورده است؟



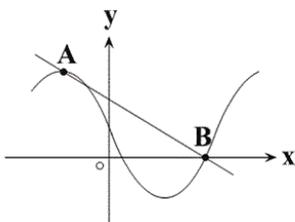
۱۱۱- اگر  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  باشد، آن‌گاه حاصل عبارت  $\sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} (1 - \cos^2 2\theta)$  کدام است؟

- (۱)  $\sin 2\theta$       (۲)  $-\sin 2\theta$       (۳) ۱      (۴) -۱

۱۱۲- اگر  $\tan 20^\circ = x$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{\cos 160^\circ + \sin 250^\circ}{\cot 340^\circ + \tan 290^\circ}$  کدام است؟

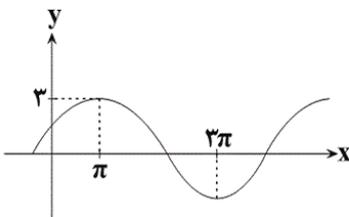
- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$       (۲)  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$       (۳)  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$       (۴)  $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

۱۱۳- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع  $y = 1 - 2\sin x$  را نشان می‌دهد. شیب پاره خط AB کدام است؟



- (۱)  $-\frac{9}{4\pi}$       (۲)  $-\frac{3}{8\pi}$   
(۳)  $\frac{-9}{2\pi}$       (۴)  $\frac{-3}{\pi}$

۱۱۴- اگر قسمتی از نمودار تابع  $f(x) = 1 - a \sin bx$  مطابق شکل زیر باشد، حاصل ab کدام است؟



- (۱) -۲      (۲) ۲  
(۳) ۱      (۴) -۱

۱۱۵- دوره تناوب اصلی تابع  $y = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{4}$       (۲)  $\frac{\pi}{2}$       (۳)  $\pi$       (۴) ندارد.

۱۱۶- اگر  $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\sin \alpha + \cos \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$  (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۱

۱۱۷- اگر  $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\frac{1}{3}$  باشد، مقدار  $\cos 2\alpha$  کدام است؟

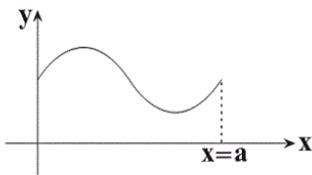
- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{7}{9}$  (۳)  $-\frac{2}{9}$  (۴)  $-\frac{7}{9}$

۱۱۸- مجموع جوابهای معادله  $\cos 2x = 3 \cos x - 2$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $2\pi$  (۲)  $\frac{4\pi}{3}$  (۳)  $\frac{8\pi}{3}$  (۴)  $4\pi$

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مشتق - ۴ سوال -

۱۲۷- در شکل مقابل با افزایش مقادیر  $x$  از  $x=0$  تا  $x=a$ ، مقدار مشتق تابع چگونه تغییر می کند؟

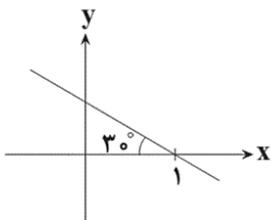


- (۱) افزایش - کاهش  
(۲) افزایش - کاهش - افزایش  
(۳) کاهش - افزایش  
(۴) کاهش - افزایش - کاهش

۱۲۸- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی تابع  $f(x) = (x-2)\sqrt{x^2+5}$  در نقطه  $x=2$  واقع بر آن کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۵ (۴) -۶

۱۲۹- اگر نمودار تابع  $f(x)$  مطابق شکل زیر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1}$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
(۳)  $-\sqrt{3}$   
(۴) صفر

۱۳۰- خط  $y = 2x + 3$  در نقطه  $x=3$  بر منحنی تابع  $f(x)$  مماس است. حاصل  $f(3) + f'(3)$  کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴) ۷

ریاضی ۳ - دوازدهم ، حد و پیوستگی - ۸ سوال -

۱۱۹- حد تابع  $f(x) = \frac{\|x\|}{x}$  وقتی  $x \rightarrow 0$  برابر است با:

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) وجود ندارد.

۱۲۰- حاصل حد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}-1}{x^2+3x-4}$  در نقطه  $x=1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲)  $\frac{1}{15}$  (۳)  $\frac{1}{8}$  (۴)  $\frac{1}{18}$

۱۲۱- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a & , x=2 \\ \sqrt{3-x}-1 & , x \neq 2 \\ \frac{1}{x-2} & , x \neq 2 \end{cases}$  در  $x=2$  پیوسته باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱)  $0/5$  (۲)  $-0/5$  (۳)  $0/25$  (۴)  $-0/25$

۱۲۲- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} |x^2+x-2| & x < 1 \\ x-1 & x < 1 \\ |1-|a-1|| & x \geq 1 \end{cases}$  در  $x=1$  پیوسته باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\{-3, 5\}$  (۲)  $\{-3\}$  (۳)  $\{5\}$  (۴)  $\emptyset$

۱۲۳- تابع  $f(x) = x^3 + 2x^2 - a$  بر  $x+a$  بخش پذیر است. اگر  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{(x-a)^2} = +\infty$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱)  $a=0$  (۲)  $a=1$  (۳)  $a=-1$  (۴)  $a \in \emptyset$

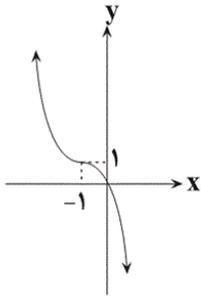
۱۲۴- چه تعداد از حدود زیر درست محاسبه شده است؟

- (الف)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = +\infty$  (ب)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = -\infty$   
 (ج)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x} = +\infty$  (د)  $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{1-\sin x} = +\infty$   
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۵- اگر  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3[\frac{1}{x}] + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \frac{3}{2}$  باشد، حاصل  $mn$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) هر مقداری می تواند باشد.

۱۲۶- اگر نمودار تابع درجه سوم  $f(x)$  مطابق شکل زیر باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|f(x)|}{(2x-1)^3}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{4}$
- (۲)  $-\frac{1}{8}$
- (۳)  $\frac{1}{8}$
- (۴)  $-\frac{1}{4}$

ریاضی ۳ - دوازدهم، تابع ۹ - سوال

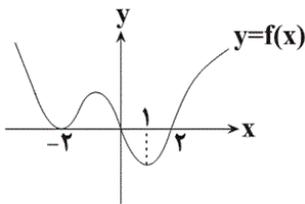
۱۰۱- اگر  $f(x)$  تابع همانی،  $g(x)$  تابع ثابت و  $h(x) = g^2(x) - 2f(x)g(x)$  باشد و داشته باشیم:  $h(3) = -8$ ، آن گاه حاصل  $h(2)$  کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۴
- (۲) -۴
- (۳) ۲
- (۴) -۲

۱۰۲- با فرض  $f(x+1) = x^2 - 3x$ ، نمودار تابع  $y = f(x)$  را ۲ واحد به سمت چپ و ۴ واحد به سمت پایین انتقال می دهیم. نمودار جدید محور  $x$  ها را با کدام طول ها قطع می کند؟

- (۱) ۳ و -۲
- (۲) ۲ و -۳
- (۳) -۲ و صفر
- (۴) صفر و ۲

۱۰۳- شکل زیر نمودار تابع  $y = f(x)$  است. دامنه تعریف تابع با ضابطه  $y = \sqrt{(2x-2)f(x)}$  کدام است؟



- (۱)  $\{-2, 0, 2\}$
- (۲)  $\mathbb{R}$
- (۳)  $[0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$
- (۴)  $[0, +\infty) \cup \{-2\}$

۱۰۴- کدام یک از توابع زیر با تابع  $f(x) = \sqrt{|x| + |-x|}$  مساوی است؟

(۱)  $y = 0$

(۲)  $y = \frac{1}{[x] + [-x] + 1}$

(۳)  $y = \sqrt{-\sin^2 \pi x}$

(۴) همه موارد.

۱۰۵- اگر بزرگ ترین بازه ای که تابع  $f(x) = |x-a| - |x-b|$  در آن اکیداً نزولی است، به صورت  $[-3, 5]$  باشد، دوتایی مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(3, -5)$
- (۲)  $(5, -3)$
- (۳)  $(-5, 3)$
- (۴)  $(-3, 5)$

۱۰۶- بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه  $y = |\log(-x+1)|$  در آن اکیداً نزولی است، کدام است؟

- (۱)  $[0, +\infty)$  (۲)  $(-\infty, 0]$  (۳)  $(0, 1)$  (۴)  $(-\infty, 1]$

۱۰۷- اگر  $f(x) = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 4)\}$  و  $g(x) = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0)\}$  باشد؛ حاصل  $(f^{-1} \circ g)(1)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۰۸- اگر  $f(x) = x^2 + 4x$  و  $f(g(x)) = x^2 - 2x - 3$  باشند و  $g(x)$  اکیداً صعودی باشد، مساحت محصور بین نمودار تابع  $g(x)$

و محورهای مختصات در ناحیه چهارم کدام است؟

- (۱)  $1/5$  (۲)  $2/5$  (۳)  $3/5$  (۴)  $4/5$

۱۰۹- ضابطه وارون تابع  $f(x) = 1 - \sqrt{2x}$  کدام است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \leq 1$  (۲)  $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \geq 1$

(۳)  $f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \leq 1$  (۴)  $f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \geq 1$

### ۱۱۰- گزینه ۱»

(میلاد منصوری)

با توجه به این که  $|\sin x| \geq 0$  است، پس برای برقراری نامعادله  $|\sin x| \geq \cos x > 0$  باید  $\cos x > 0$  باشد. (گزینه‌های دوم و چهارم رد می‌شوند.) پس  $x$  در ربع اول یا چهارم است. می‌دانیم که در ربع اول برای کمان‌های  $0 \leq x < \frac{\pi}{4}$   $\cos x > \sin x$  است.

در ربع چهارم نیز برای کمان‌های  $-\frac{\pi}{4} < x \leq 0$   $\cos x > |\sin x|$  است.

بنابراین گزینه ۱» درست است.

۴

۳

۲

۱

### ۱۱۱- گزینه ۱»

(مهمربوار مفسنی)

$$1 - \cos^2 2\theta = \sin^2 2\theta$$

$$\sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} = \sqrt{1 + \cot^2 2\theta} = \sqrt{\frac{1}{\sin^2 2\theta}} = \frac{1}{|\sin 2\theta|}$$

$$(1 - \cos^2 2\theta) \sqrt{\tan \frac{\pi}{4} + \cot^2 2\theta} = \frac{\sin^2 2\theta}{|\sin 2\theta|} \quad \text{در نتیجه داریم:}$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \Rightarrow 0 < 2\theta < \pi \Rightarrow \sin 2\theta > 0$$

$$\frac{\sin^2 2\theta}{|\sin 2\theta|} = \sin 2\theta$$

پس:

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶)

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه ۷۷ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱

با توجه به این که  $\tan 20^\circ = x$  است، داریم:

$$\frac{\cos(180^\circ - 20^\circ) + \sin(270^\circ - 20^\circ)}{\cot(360^\circ - 20^\circ) + \tan(270^\circ + 20^\circ)} = \frac{-\cos 20^\circ - \cos 20^\circ}{-\cot 20^\circ - \cot 20^\circ}$$

$$= \frac{\cos 20^\circ}{\cot 20^\circ} = \sin 20^\circ$$

$$1 + \cot^2 20^\circ = \frac{1}{\sin^2 20^\circ} \Rightarrow \sin^2 20^\circ = \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan^2 20^\circ}}$$

$$= \frac{\tan^2 20^\circ}{1 + \tan^2 20^\circ} \Rightarrow \sin^2 20^\circ = \frac{x^2}{1 + x^2}$$

$$\xrightarrow{x > 0} \sin 20^\circ = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲

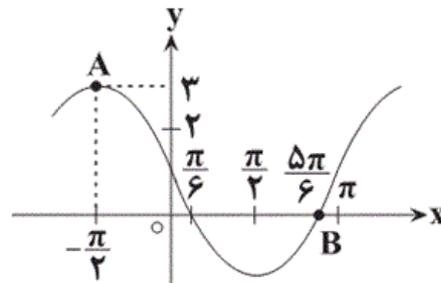
۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

در شکل زیر نمودار تابع  $y = 1 - 2 \sin x$  را رسم کرده‌ایم. مطابق شکل

نقطه‌های  $A(-\frac{\pi}{2}, 3)$  و  $B(\frac{5\pi}{6}, 0)$  است. چرا که برای پیدا کردن ریشه‌های تابع

$y = 1 - 2 \sin x$  باید مقدار تابع را برابر صفر قرار دهیم.



۴

۳

۲

۱

با توجه به نمودار، از  $x = \pi$  تا  $x = 3\pi$  نصف دوره تناوب است:

$$\frac{T}{2} = 2\pi \Rightarrow T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$\max = 3 \Rightarrow 1 + |a| = 3 \Rightarrow |a| = 2$$

با توجه به آن که نمودار اطراف مبدأ صعودی است، پس  $-a$  و  $b$  هم علامت بوده اند و در نتیجه  $a$  و  $b$  مختلف علامت هستند.

$$ab = -\left(\frac{1}{2}\right)(2) = -1$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه های ۳۲ تا ۳۷، ۴۰ و ۴۱)

(ریاضی ۲، صفحه های ۸۸ تا ۹۴)

۴

۳

۲

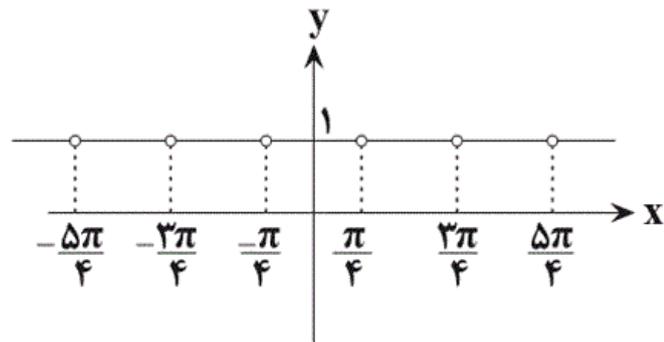
۱

(علی مقرر)

با توجه به اتحاد  $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ ، این تابع به صورت ثابت

$y = 1$  درمی آید. اما چون نقاط  $x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$  در دامنه تابع نیستند،

بنابراین نمودار تابع به صورت زیر و دوره تناوب آن  $\frac{\pi}{2}$  است.



(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه های ۳۲ تا ۳۷ و ۴۰ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \sin \alpha - 1 + \cos \alpha (1 - \sin \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow (\sin \alpha - 1)(1 - \cos \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \sin \alpha = 1 \Rightarrow \cos \alpha = 0 \\ \cos \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \cos \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

راه حل دوم: زاویه  $\alpha = 0^\circ$  در تساوی  $\sin \alpha + \cos \alpha - 1 = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$

صدق می‌کند، با جاگذاری این زاویه در عبارت  $\sin \alpha + \cos \alpha$  داریم:

$$\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

## ۱۱۷- گزینه «۴»

(سروش مؤینی)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \frac{-1}{3} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴ ✓

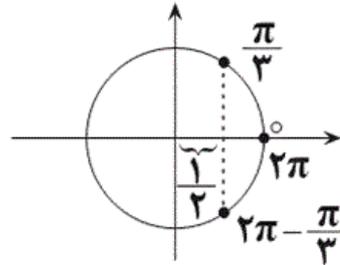
۳

۲

۱

$$\cos 2x = 3 \cos x - 2 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 = 3 \cos x - 2$$

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$



جواب‌های معادله در بازه  $[0, 2\pi]$  مطابق دایره مثلثاتی عبارتند از:

$$\left\{0, \frac{\pi}{3}, 2\pi - \frac{\pi}{3}, 2\pi\right\}$$

پس مجموع جواب‌ها برابر است با:  $4\pi$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۸)

۴

۳

۲

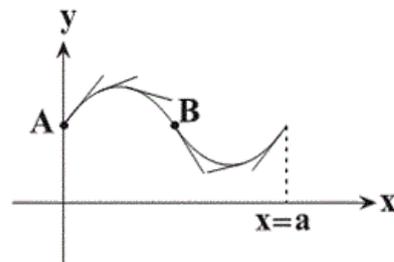
۱

۱۲۷- گزینه «۳»

(معمربصطفی ابراهیمی)

با توجه به شکل مقدار مشتق تابع  $y = f(x)$  که همان شیب خط مماس است از

نقطه A تا B پیوسته کاهش می‌یابد و سپس از B به بعد در حال افزایش است.



(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

برای نوشتن معادله خط مماس نیاز به مختصات نقطه تماس و شیب خط مماس داریم. طول نقطه در صورت سؤال داده شده و عرض آن هم  $f(2) = 0$  است. برای تعیین شیب از تعریف مشتق استفاده می‌کنیم.

$$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)\sqrt{x^2+5} - 0}{x-2}$$

$$= \sqrt{2^2+5} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow m = 3$$

حال معادله خط مماس را می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} A(2,0) \\ m = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 0 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 6$$

عرض از مبدأ  $\rightarrow y = -6$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1} = - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -f'(1)$$

مشتق همان شیب خط مماس بر تابع است. اگر  $\theta$  زاویه خط با جهت مثبت محور Xها باشد، شیب خط برابر است با:

$$\tan \theta = \text{شیب خط} \Rightarrow \tan(150^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow f'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -f'(1) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳۰- گزینه «۲»

(علی مقدم)

هرگاه دو تابع  $f$  و  $g$  در نقطه‌ای به طول  $a$  بر هم مماس باشند؛ آن‌گاه

پس:  $f(a) = g(a)$  و  $f'(a) = g'(a)$

$$f(3) = y(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$$

$$f'(3) = 2 \text{ (همان شیب خط } y \text{)}$$

$$\Rightarrow f(3) + f'(3) = 11$$

در نتیجه:

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

۱۱۹- گزینه «۳»

(میلاد منصوری)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^+} = 0$$

دقت کنید که:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[0^+]}{x} = \frac{0}{0^-} = 0$$

پس این حد وجود دارد و برابر صفر است.

(مدر و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۳۶)

۴

۳

۲

۱

۱۲۰- گزینه «۲»

(یاسین سپهر)

هم حد صورت و هم حد مخرج در  $x=1$  برابر صفر است. صورت و مخرج را در  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1$  ضرب می‌کنیم تا صورت کسر گویا شود و هم‌چنین مخرج را تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{(x-1)(x+4)} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{(x-1)(x+4)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)} = \frac{1}{5 \times 3} = \frac{1}{15} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

(مد ری‌نوایت و حد در ری‌نوایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(سروش موئینی)

$$\begin{aligned} a = f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3-x} - 1}{x-2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(3-x) - 1}{(x-2)(\sqrt{3-x} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2-x}{(x-2)(\sqrt{3-x} + 1)} \\ &= \frac{-1}{1+1} = \frac{-1}{2} \end{aligned}$$

(مد و پیوستگی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۲)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x^2 + x - 2|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|(x-1)(x+2)|}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x+2)}{x-1} = -3$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اولاً  $f(x)$  بر  $x+a$  بخش پذیر است. پس:

$$x+a=0 \Rightarrow x=-a \Rightarrow f(-a)=0 \Rightarrow -a^3 + 2a^2 - a = 0$$

$$\Rightarrow -a(a^2 - 2a + 1) = 0 \Rightarrow -a(a-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=1 \end{cases}$$

$$a=0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{(x-0)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x^2 - 0}{x^2} = \frac{0}{0}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(x+2)}{x^2} = 2 \text{ غق ق}$$

$$a=1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{(x-1)^2} = \frac{2}{0^+} = +\infty \text{ ق ق}$$

(مد بی‌نهایت و حد در بی‌نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

حدود را یکی یکی بررسی می‌کنیم:

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$\text{د) } \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{x}{1 - \sin x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1 - 1^-} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^+} = +\infty$$

(مر بی نوبت و مر در بی نوبت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^3 [\frac{1}{x}] + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{4x^2 - (1+n)x^m + 5} = \frac{3}{2}$$

از طرفی با توجه به این که حاصل حد فوق برابر یک عدد حقیقی شده است، می‌توان

نتیجه گرفت که درجه بزرگ‌ترین جمله عبارت صورت و مخرج با هم برابرند.

لذا  $m = 3$  بوده و خواهیم داشت:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 1}{-(1+n)x^3 + 4x^2 + 5} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3}{-(1+n)x^3} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{(1+n)} = \frac{3}{2} \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

بنابراین:  $mn = 1$

(مر بی نوبت و مر در بی نوبت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ضابطه تابع درجه سوم با نقطه تقارن  $(\alpha, \beta)$  به شکل  $f(x) = a(x - \alpha)^3 + \beta$  است:

$$f(x) = a(x + 1)^3 + 1 \xrightarrow{(0,0) \in f} 0 = a + 1 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow f(x) = -(x + 1)^3 + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{|-(x + 1)^3 + 1|}{(2x - 1)^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1)^3 - 1}{(2x - 1)^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{8x^3} = \frac{1}{8}$$

طبق قاعده پرتوان:

(عدد بی نهایت و عدد در بی نهایت) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۵۱ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم فلاح)

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x \\ g(x) = k \end{array} \right\} \Rightarrow h(x) = k^2 - 2kx$$

$$h(3) = -8 \Rightarrow k^2 - 6k = -8 \Rightarrow k^2 - 6k + 8 = 0$$

$$\Rightarrow (k - 2)(k - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 4 \end{cases}$$

$$h(2) = k^2 - 4k \xrightarrow{k=2} h(2) = -4$$

$$h(2) = k^2 - 4k \xrightarrow{k=4} h(2) = 0$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۳)

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه ۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۱۰۲- گزینه «۱»

(میلاد منصوری)

اگر  $y = f(x)$  را ۲ واحد به سمت چپ انتقال دهیم، به  $y = f(x+2)$  تبدیل می‌شود. پس کافی است که در ضابطه  $f(x+1)$  به جای  $x$ ،  $x+1$  را قرار دهیم:

$$f(x+1) = x^2 - 3x = x(x-3)$$

$$\Rightarrow f(x+2) = (x+1)(x-2) = x^2 - x - 2$$

حال نمودار جدید را ۴ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم:

$$y = f(x+2) - 4 = x^2 - x - 6$$

تقاطع این نمودار با محور  $x$  ها برابر است با:

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ و } -2$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۳- گزینه «۳»

(سپار داوطلب)

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد:

$$(2x-2)f(x) \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x-2=0 \Rightarrow x=1 \\ f(x)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=0 \\ x=-2 \rightarrow \text{ریشه مرتبه زوج} \end{cases} \end{cases}$$

حال بعد از پیدا کردن ریشه‌ها جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

x	-2	0	1	2		
$2x-2$	-	-	-	0 +	+	
$f(x)$	+	0 +	+	-	0 +	
$(2x-2)f(x)$	-	0 -	-	+	0 -	+

$$D = [0, 1] \cup [2, +\infty) \cup \{-2\}$$

پس دامنه تابع برابر است با:

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سیار داوطلب)

$$f(x) = \sqrt{[x] + [-x]} \text{ با توجه به این که می‌دانیم } [x] + [-x] = \begin{cases} 0, x \in \mathbb{Z} \\ -1, x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

دامنه برابر  $\mathbb{Z}$  و ضابطه تابع برابر  $f(x) = 0$  است. پس در گزینه‌ها باید به دنبال چنین تابعی بگردیم:

$$y = 0, D_y = \mathbb{R} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$y = \frac{1}{[x] + [-x] + 1}, D_y = \mathbb{Z}, y = 1 \quad \text{گزینه «۲»}$$

گزینه «۳»

$$y = \sqrt{-\sin^2 \pi x}, -\sin^2 \pi x \geq 0$$

$$\Rightarrow \sin^2 \pi x = 0 \Rightarrow D_y = \mathbb{Z}, y = 0$$

پس گزینه «۳» صحیح است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

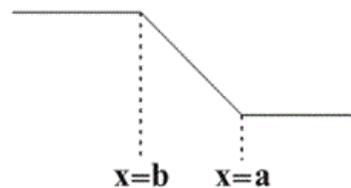
۲

۱

(چوار سراج)

چون تابع به صورت آبخاری یا سرسره‌ای است و قرار است نزولی باشد، پس باید  $a > b$  باشد، این توابع بین ریشه‌های عبارت داخل قدرمطلق اکیداً یکنوا هستند پس ۵ و -۳ همان ریشه‌ها هستند:

$$\left. \begin{array}{l} a = 5 \\ b = -3 \end{array} \right\} \Rightarrow (a, b) = (5, -3)$$



(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

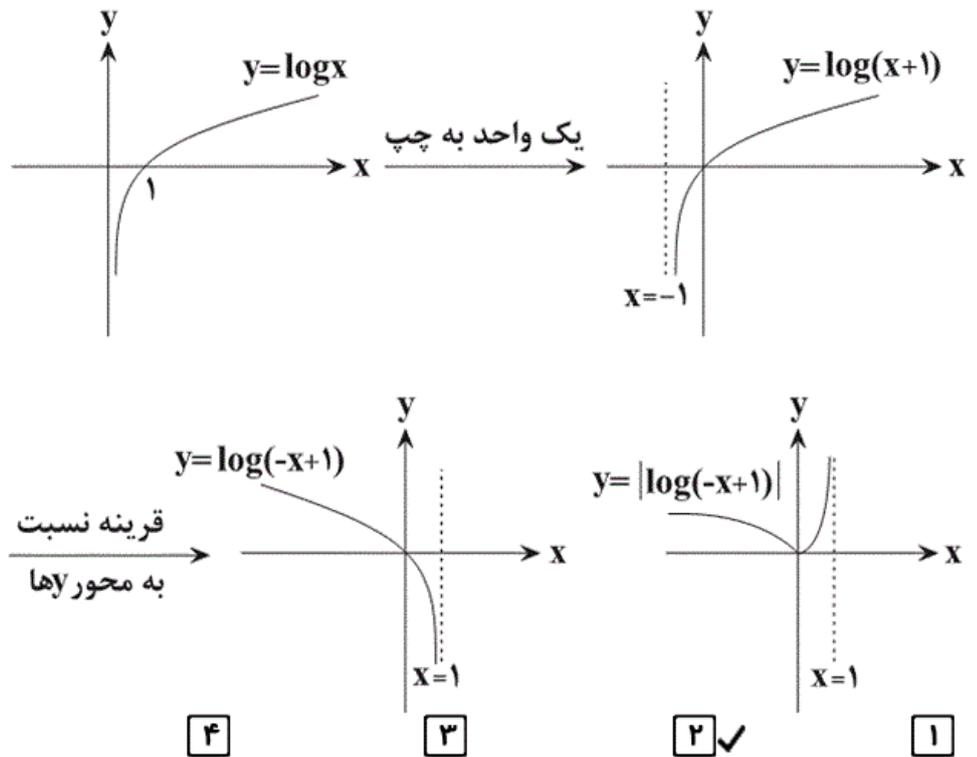
۴

۳

۲ ✓

۱

نمودار تابع  $y = |\log(-x+1)|$  را مرحله به مرحله رسم می‌کنیم:



$$(1, 2) \in g \Rightarrow g(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(2)$$

$$\frac{(0, 2) \in f}{(2, 0) \in f^{-1}} \rightarrow f^{-1}(2) = 0$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ تا ۲۵ و ۲۹)

- ۴     
  ۳     
  ۲     
  ۱ ✓

۱۰۸- گزینه «۴»

(بابک سادات)

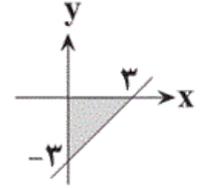
برای به دست آوردن ضابطه تابع  $g$ ، باید در تابع  $f$  به جای  $x$  ها  $g$  بگذاریم:

$$g^2 + 4g = x^2 - 2x - 3 \xrightarrow{\text{طرفین} + 4}$$

$$g^2 + 4g + 4 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow (g+2)^2 = (x-1)^2$$

از طرفین جذر می گیریم:  $\Rightarrow |g+2| = |x-1| \Rightarrow g+2 = \pm(x-1)$

$$\Rightarrow \begin{cases} g = x - 3 \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{3 \times 3}{2} = \frac{9}{2} = 4.5 \\ g = -x - 1 \end{cases}$$



چون  $g(x)$  اکیداً صعودی است،  $-x-1$  جواب ما نیست و  $g(x) = x-3$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲

۱

۱۰۹- گزینه «۱»

(عزیزالله علی اصغری)

$$y = 1 - \sqrt{2x} \Rightarrow \sqrt{2x} = 1 - y \Rightarrow 2x = (1 - y)^2 \Rightarrow x = \frac{(1 - y)^2}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2$$

چون  $R_f = D_{f^{-1}}$ ، باید برد  $f$  را بیابیم:

$$\sqrt{2x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2x} \leq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x} \leq 1$$

$$R_f = (-\infty, 1] \Rightarrow D_{f^{-1}} = (-\infty, 1]$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱