



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۲ سوال -

۵۵- اگر $\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = 2$ و $\sin x < 0$ باشد، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ (۲) $-\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

۵۸- اگر $\sin x + \cos x = \frac{6}{5}$ باشد، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{50}$ (۲) $\frac{25}{11}$ (۳) $\frac{50}{11}$ (۴) $\frac{11}{25}$

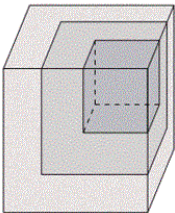
ریاضی ۱، ریشه و توان - ۲ سوال -

۵۲- چه تعداد از روابط زیر درست است؟

- الف- اگر $-1 < a < 0$ ، آن گاه $a^y > a^x$ است.
ب- اگر $a < -1$ ، آن گاه $a^{20} > a^8$ است.
ج- اگر $a < -1$ ، آن گاه $a^{21} > a^y$ است.
د- اگر $a < -1$ ، آن گاه $\sqrt[2]{a} > \sqrt{a}$ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۵۳- سه مکعب تو در تو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند، به طوری که حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴ و حجم داخلی ترین مکعب (کوچک‌ترین) ۲۷ است. کدام

گزینه طول ضلع مکعب میانی نمی‌تواند باشد؟



- (۱) $\sqrt{10}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $1 + \sqrt{5}$ (۴) $2\sqrt{2}$

ریاضی ۱، ریشه نام - ۲ سوال -

۵۱- اگر $\frac{1}{4}$ و m ریشه‌های n ام عدد $\frac{1}{256}$ باشند، حاصل mn کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $-\frac{4}{5}$

۵۷- اگر عدد A ریشه هفتم عدد $-8\sqrt[3]{32}$ و عدد B ریشه سوم عدد $(\frac{1}{4})^{-2}$ باشد، حاصل $(-A \times B)^{\frac{3}{2}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{0}{75}$ (۳) $\frac{0}{5}$ (۴) $\frac{0}{25}$

ریاضی ۱، عبارت های جبری - ۲ سوال -

دانلود از سایت ریاضی سرا

۵۶- اگر $16 = 4^{-x} = (2^4)^{-x} = 2^{-4x}$ باشد، حاصل $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}x$ کدام است؟

$\sqrt[3]{2}$ (۴)

$\sqrt[3]{4}$ (۳)

$\sqrt[2]{\frac{1}{3}}$ (۲)

$\sqrt[4]{\frac{8}{3}}$ (۱)

۵۹- معکوس عدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 + \frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}$ کدام است؟

$\frac{5-2\sqrt{2}}{17}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{2}+5}{17}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2}-5}{3}$ (۲)

$2\sqrt{2}+5$ (۱)

ریاضی ۱، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - سوال ۲ -

۶۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر k معادله $-x^2 - x + 2k = 0$ ریشه حقیقی ندارد اما معادله $(k+2)x^2 - 3x + 1 = 0$ دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

$(-\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ (۴)

$(-\infty, -\frac{1}{8})$ (۳)

$(-\infty, \frac{1}{4})$ (۲)

$(\frac{1}{8}, +\infty)$ (۱)

۵۴- در مسابقات یک لیگ فوتبال ۴۵ بازی انجام شده است. اگر هر تیم با دیگر تیم های لیگ، تنها یک بازی انجام داده باشد، تعداد تیم ها کدام است؟

۱۰ (۴)

۹ (۳)

۸ (۲)

۷ (۱)

ریاضی ۱ - گواه، روابط بین نسبت های مثلثاتی - سوال ۲ -

۶۳- حاصل $(\frac{1}{\cos\theta} - 1)(\frac{1}{\cos\theta} + 1)$ برابر کدام است؟

$\frac{1}{\cos^2\theta}$ (۴)

$\frac{1}{\sin^2\theta}$ (۳)

$\cot^2\theta$ (۲)

$\tan^2\theta$ (۱)

۶۴- حاصل عبارت $\frac{\sin^2\theta}{1+\cos\theta} + \sin\theta\cos\theta$ کدام است؟ ($\cos\theta \neq -1$)

$\frac{\cos\theta}{1+\cos\theta}$ (۴)

$\frac{\sin\theta}{1+\cos\theta}$ (۳)

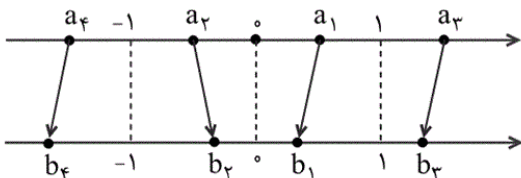
$\cos\theta$ (۲)

$\sin\theta$ (۱)

ریاضی ۱ - گواه، ریشه و توان - سوال ۲ -

۶۱- در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن است وصل شده است. چند تا از

پیکان ها نادرست است؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۶۲- اگر عددهای مثبت a و b در برابری‌های $a^b = ba = 9a$ صدق کنند، مقدار a کدام است؟

$\sqrt[3]{9}$ (۴)

$\sqrt[8]{9}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

۹ (۱)

ریاضی ۱ - گواه ، ریشه نام - ۲ سوال -

۶۶- اگر $A = \sqrt[5]{256} \times \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} \times \sqrt[4]{16}$ باشد، مقدار $\sqrt[4]{128}$ برحسب A کدام است؟

A (۴)

\sqrt{A} (۳)

$\frac{1}{A}$ (۲)

$-A$ (۱)

۶۷- حاصل عبارت $\sqrt[4]{\frac{5}{4}} \times \sqrt[4]{\frac{5}{220}}$ چند برابر $\sqrt[4]{27}$ است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{1}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

۱۰ (۱)

ریاضی ۱ - گواه ، عبارت های جبری - ۲ سوال -

۶۸- در تجزیه عبارت $(a-b)^3 + (b-c)^3 - (a-c)^3$ کدام عامل وجود ندارد؟ ($a \neq b, b \neq c$)

$a+b$ (۴)

$c-a$ (۳)

$b-c$ (۲)

$a-b$ (۱)

۷۰- ساده شده عبارت $A = \frac{xy^3 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1}$ کدام است؟

$y-x$ (۴)

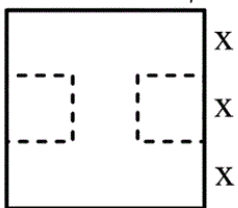
$xy-x+1$ (۳)

y^2-x (۲)

xy^2-1 (۱)

ریاضی ۱ - گواه ، معادله درجه دوم و روش های مختلف حل آن - ۲ سوال -

۶۹- در مربع زیر، دو مربع هاشورخورده را طوری جدا می کنیم تا عدد محیط و مساحت شکل باقی مانده با هم برابر باشند. مقدار x کدام است؟



$\frac{16}{7}$ (۱)

$\frac{15}{7}$ (۲)

۲ (۳)

$\frac{17}{7}$ (۴)

۶۵- معادله درجه دوم $\frac{m}{4}x^2 - 4x + 8 = 0$ به ازای مقادیر $m \in (m, +\infty)$ ریشه حقیقی ندارد. حداقل مقدار m کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۳ سوال -

۷۴- اگر $\frac{1-\cos x}{1+\cos x} = 2$ و $\sin x < 0$ باشد، حاصل $\sin x \cos x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ (۲) $-\frac{8}{9}$ (۳) $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ (۴) $\frac{8}{3}$

۷۸- اگر $\sin x + \cos x = \frac{6}{5}$ باشد، حاصل $\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{50}$ (۲) $\frac{25}{11}$ (۳) $\frac{50}{11}$ (۴) $\frac{11}{25}$

۸۰- اگر انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin \alpha + \sin \alpha \cot^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha \cot^2 \alpha}{\sqrt{1-\sin^2 \alpha}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\cot \alpha$ (۴) $-\cot \alpha$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان - ۲ سوال -

۷۲- اگر $A = -\sqrt{-32} + \sqrt[4]{0.0001}$ باشد، حاصل $(A-0/1)(A+0/1)$ کدام است؟

- (۱) $4/4$ (۲) $-4/4$ (۳) $-4/2$ (۴) $4/2$

۷۳- چه تعداد از روابط زیر درست است؟

- الف- اگر $-1 < a < 0$ ، آن گاه $a^y > a^x$ است.
 ب- اگر $a < -1$ ، آن گاه $a^x > a^y$ است.
 ج- اگر $a < -1$ ، آن گاه $a^{21} > a^y$ است.
 د- اگر $a < -1$ ، آن گاه $\sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a}$ است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه نام - ۳ سوال -

۷۱- اگر $\frac{1}{p}$ و m ریشه‌های n ام عدد $\frac{1}{256}$ باشند، حاصل mn کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) $4/5$ (۴) $-4/5$

۷۶- اگر $a > 0$ و $b < 0$ و n عددی طبیعی باشد، کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (به ازای n فرد)
 (۲) $\sqrt[n]{b^n} \times \sqrt[n]{a^n} = ab$
 (۳) $\sqrt[n]{\frac{-a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{-a}}{\sqrt[n]{b}}$
 (۴) $\sqrt[n]{b^{2n}} = b^2$

۷۷- اگر عدد A ریشه هفتم عدد $-8\sqrt[3]{32}$ و عدد B ریشه سوم عدد $(\frac{1}{9})^{-2}$ باشد، حاصل $(-A \times B)^{-\frac{3}{2}}$ کدام است؟

۰/۲۵ (۴)

۰/۵ (۳)

۰/۷۵ (۲)

۱ (۱)

ریاضی ۱ - سوالات موازی، عبارت های جبری - ۲ سوال -

۷۵- اگر $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = x$ باشد، حاصل $\frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3}$ کدام است؟

$x^3 + x^2$ (۴)

x^3 (۳)

$x^3 - x$ (۲)

$x^3 - 3x$ (۱)

۷۹- معکوس عدد $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \frac{8}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$ کدام است؟

$\frac{5 - 2\sqrt{2}}{17}$ (۴)

$\frac{3}{2\sqrt{2} - 5}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2} - 5}{3}$ (۲)

$2\sqrt{2} + 5$ (۱)

هندسه ۱، قضیه تالس - ۳ سوال -

۹۲- برای اندازه گیری ارتفاع یک درخت از تکه چوبی به طول ۸۰cm استفاده شده است به گونه ای که سایه درخت و تکه چوب در یک امتداد بوده و نوک سایه ها برهم منطبق هستند. اگر طول سایه درخت و تکه چوب، به ترتیب ۲۵ و ۲ متر باشد، بلندی درخت چند متر است؟ (درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود هستند.)

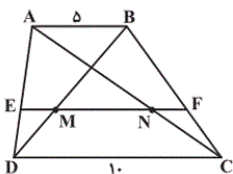
۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۹/۶ (۲)

۸/۴ (۱)

۹۴- در دوزنقه شکل زیر به طول قاعده های ۵ و ۱۰، پاره خط EF موازی قاعده ها، دو قطر را در نقاط M و N قطع کرده است. اگر $MN = 3EM$ ، آن گاه



کدام است $\frac{AE}{ED}$ ؟

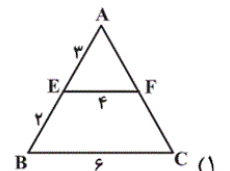
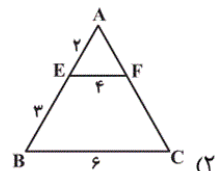
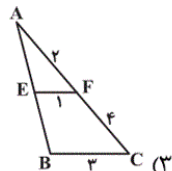
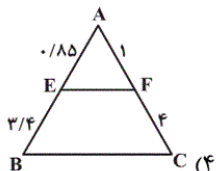
۲ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{5}{3}$ (۱)

۹۵- در کدام شکل، پاره خط EF حتماً با BC موازی است؟



هندسه ۱، تشابه مثلث ها - ۶ سوال -

۹۶- مثلثی که دو زاویه آن 50° و 75° است با مثلثی که دو زاویه آن ... است، متشابه است.

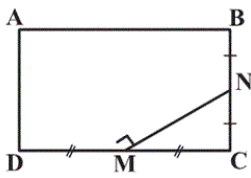
55° و 65° (۴)

55° و 75° (۳)

65° و 75° (۲)

65° و 50° (۱)

۹۷- در شکل مقابل، عرض مستطیل ABCD چند برابر طول آن است؟



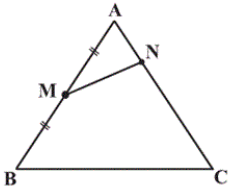
$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۹۸- در شکل زیر نقطه M وسط ضلع AB است. اگر $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$ و $\frac{AN}{NC} = \frac{2}{7}$ ، آن گاه نسبت $\frac{MN}{BC}$ کدام است؟



$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{5}{12}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

۹۹- در مستطیلی به ابعاد ۲ و $2\sqrt{2}$ ، فاصله هر رأس از قطر مقابل آن کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{6}}{3}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

۹۳- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۳ و ۵ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه M متقاطعند. فاصله M از قاعده بزرگ‌تر کدام است؟

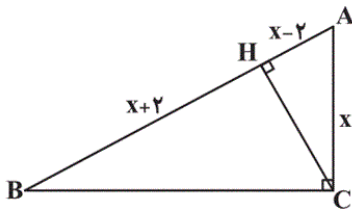
۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۹۱- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۴ (۲)

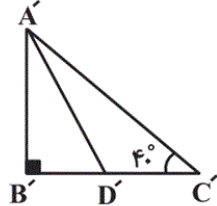
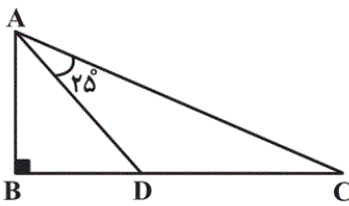
۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

هندسه ۱، کاربردهایی از قضیه ی تالس و تشابه مثلث ها - ۱ سوال -

۱۰۰- در دو مثلث قائم‌الزاویه شکل زیر، $AD = x + 8$ و $A'D' = x - 1$ نیم‌سازهای دو زاویه متناظر هستند. اگر مساحت مثلث ABC چهار برابر مساحت



۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

مثلث A'B'C' باشد، x کدام است؟

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۳ سوال -

۸۳- حاصل $\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} + 1\right)$ برابر کدام است؟

$\frac{1}{\cos^2\theta}$ (۴)

$\frac{1}{\sin^2\theta}$ (۳)

$\cot^2\theta$ (۲)

$\tan^2\theta$ (۱)

۸۵- حاصل عبارت $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \sin \theta \cos \theta$ کدام است؟ ($\cos \theta \neq -1$)

$\frac{\cos \theta}{1 + \cos \theta}$ (۴)

$\frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta}$ (۳)

$\cos \theta$ (۲)

$\sin \theta$ (۱)

۹۰- اگر $\frac{\cos \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sqrt{27}}{8}$ و انتهای کمان α در ربع اول دایره مثلثاتی باشد، مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

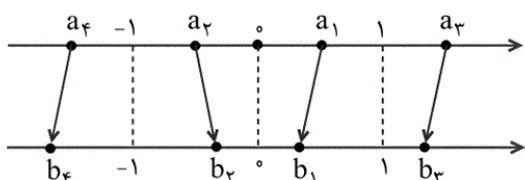
۱ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه ، **ریشه و توان** - ۲ سوال

۸۱- در شکل زیر، هر یک از اعداد روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن است وصل شده است. چند تا از



پیکان‌ها نادرست است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۸۲- اگر عددهای مثبت a و b در برابری‌های $a^b = ba = 9a$ صدق کنند، مقدار a کدام است؟

$\sqrt[3]{9}$ (۴)

$\sqrt[4]{9}$ (۳)

$\frac{1}{9}$ (۲)

۹ (۱)

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه ، **ریشه نام** - ۳ سوال -

۸۶- اگر $A = \sqrt[3]{256} \times \sqrt[5]{\frac{-1}{32}} \times \sqrt[4]{16}$ باشد، مقدار $\sqrt[3]{128}$ بر حسب A کدام است؟

A (۴)

\sqrt{A} (۳)

$\frac{1}{A}$ (۲)

$-A$ (۱)

۸۷- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{320}} \times \sqrt[4]{\frac{5}{4}}$ چند برابر $\sqrt[4]{27}$ است؟

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{1}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

۱۰ (۱)

۸۸- حاصل $\sqrt[5]{2(\sqrt{2}+1)} \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ کدام است؟

-1 (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

ریاضی ۱- سوالات موازی-گواه ، **عبارت های جبری** - ۲ سوال -

۸۹- اگر $\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2} = 1$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt[3]{x^2 - x - 2}$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

۲ (۱)

۸۴- اگر $2a^2 + 4b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل $a + b$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۲ (۱)

(سهند ولی زاده)

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = 2 \Rightarrow 1 - \cos x = 2 + 2 \cos x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{3} \\ \sin x < 0 \end{cases}$$

x در ناحیه سوم می تواند قرار بگیرد.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \times \cos x = \left(-\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

(مثلثات، صفحه های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سهند ولی زاده)

$$\sin x + \cos x = \frac{6}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{36}{25}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{36}{25} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{11}{25}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{11}{50}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{11}{50}} = \frac{1}{\frac{11}{50}} = \frac{50}{11}$$

(مثلثات، صفحه های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

بررسی موارد:

$$-1 < a < 0 \rightarrow \underbrace{a^y}_{\text{منفی}} < \underbrace{a^z}_{\text{مثبت}}$$

مورد «الف»: نادرست

مورد «ب»: درست - با افزایش توان، عبارت بزرگتر می‌شود؛ چون هر دو طرف توان

$$a < -1 \rightarrow \underbrace{a^{20}}_{+} > \underbrace{a^1}_{+}$$

زوج دارند.

مورد «ج»: نادرست - با افزایش توان، عدد کوچکتر می‌شود. (دقت کنید توان فرد است.)

$$a < -1 \rightarrow \underbrace{a^{21}}_{-} < \underbrace{a^y}_{-}$$

مورد «د»: درست - اگر $a < -1$ هر چه فرجه بزرگتر شود، حاصل رادیکال بزرگتر می‌شود.

$$a < -1 \rightarrow \sqrt[2]{a} > \sqrt[3]{a}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

طول ضلع مکعب بیرونی برابر $\sqrt[3]{64} = 4$ و طول ضلع مکعب داخلی نیز برابر

$$\sqrt[3]{27} = 3 \text{ است.}$$

پس طول ضلع مکعب میانی باید عددی بین ۳ و ۴ باشد که فقط گزینه «۴» یعنی

$$2\sqrt{2} \text{ در این بازه نیست.}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\sqrt[8]{\frac{1}{256}} = \sqrt[8]{\frac{1}{2^8}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{256} \text{ ریشه } 8 \text{ ام عدد } \frac{1}{256} \text{ است.}$$

$\frac{1}{256}$ دو ریشه هفتم دارد که $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ هستند، بنابراین:

$$\Rightarrow n = 8, m = -\frac{1}{2} \Rightarrow mn = -\frac{1}{2} \times 8 = -4$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا پایه‌های دو عدد **A** و **B** را یکسان می‌کنیم.

$$A = \sqrt[7]{-8\sqrt[3]{32}} = -\sqrt[7]{2^3 \times 2^5} = -\sqrt[7]{2^8} = -2^{\frac{8}{7}}$$

$$B = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{(2^{-1})^{-2}} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (-A \times B)^{\frac{-2}{2}} = (2^{\frac{8}{7}} \times 2^{\frac{2}{3}})^{\frac{-2}{2}} = (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{-2}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$(0.25)^{4-x} = 16 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{4-x} = 4^2 \Rightarrow (4^{-1})^{4-x} = 4^2 \Rightarrow 4^{x-4} = 4^2$$

$$\Rightarrow x - 4 = 2 \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt[9]{\frac{4}{3} \times 6} = \sqrt[9]{8} = 8^{\frac{1}{9}} = (2^3)^{\frac{1}{9}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های پی‌ری، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۸ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{۸}{\sqrt{۶}-\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}} = \frac{۸(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})}{۶-۲} = ۲(\sqrt{۶}+\sqrt{۲})$$

$$(\sqrt{۳}-\sqrt{۲})^2 = ۳+۲-۲\sqrt{۶} = ۵-۲\sqrt{۶}$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۶}+۲\sqrt{۲}+۵-۲\sqrt{۶} = ۲\sqrt{۲}+۵$$

$$\Rightarrow \text{معکوس} = \frac{۱}{۲\sqrt{۲}+۵} \times \frac{۲\sqrt{۲}-۵}{۲\sqrt{۲}-۵} = \frac{۲\sqrt{۲}-۵}{۸-۲۵} = \frac{۵-۲\sqrt{۲}}{۱۷}$$

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Delta_1 = ۱ + ۸k < ۰ \Rightarrow k < -\frac{۱}{۸} \Rightarrow k \in (-\infty, -\frac{۱}{۸}) \quad (۱)$$

$$\Delta_2 = ۹ - ۴(k+۲) \times ۱ = ۹ - ۸ - ۴k = ۱ - ۴k > ۰$$

$$\Rightarrow k < \frac{۱}{۴} \Rightarrow k \in (-\infty, \frac{۱}{۴}) \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱) \cap (۲)} (-\infty, \frac{۱}{۴}) \cap (-\infty, -\frac{۱}{۸}) = (-\infty, -\frac{۱}{۸})$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳ ✓

 ۲

 ۱

تعداد بازی‌ها از رابطه $\frac{n(n-1)}{2}$ به دست می‌آید که n همان تعداد تیم‌ها است،

پس داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45 \Rightarrow n(n-1) = 90 \Rightarrow n^2 - n - 90 = 0$$

$$\Rightarrow (n-10)(n+9) = 0 \xrightarrow{n \geq 1} n = 10$$

(معارله‌ها و نامعارله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} + 1\right) = \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\cos^2\theta} - 1$$

$$= \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

$$\frac{\sin^2\theta}{1 + \cos\theta} + \sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \sin\theta \cos\theta(1 + \cos\theta)}{1 + \cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(\sin^2\theta + \cos\theta + \cos^2\theta)}{1 + \cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(1 + \cos\theta)}{1 + \cos\theta} = \sin\theta$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اعداد a_3 و b_3 : اگر $x > 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} < x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_3 > b_3$ باشد و پیکان رسم شده درست است.

اعداد a_1 و b_1 : اگر $0 < x < 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} > x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_1 < b_1$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است چون باید سمت چپ b_1 باشد.

اعداد a_2 و b_2 : اگر $-1 < x < 0$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} < x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_2 > b_2$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است.

اعداد a_4 و b_4 : اگر $x < -1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} > x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_4 < b_4$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است.

بنابراین سه پیکان نادرست رسم شده‌اند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$ba = 9a \xrightarrow{a \neq 0} b = 9$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$a^9 = 9a \Rightarrow \frac{a^9}{a} = 9 \Rightarrow a^8 = 9 \Rightarrow a = \sqrt[8]{9}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = 2$$

$$\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \sqrt[5]{\left(\frac{-1}{2}\right)^5} = \frac{-1}{2}$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\Rightarrow A = 2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) \times 2 = -2$$

$$\Rightarrow \sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{2^7} = 2 \Rightarrow \sqrt[7]{128} = -A$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

(کتاب آبی)

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{320}} \times \sqrt[4]{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\frac{5/4 \times 5}{500 \times 320}} = \sqrt[4]{\frac{(2 \times 10^{-1} \times 27) \times 5}{(5 \times 10^2) \times (2^5 \times 10)}} = \sqrt[4]{\frac{27}{2^4 \times 10^4}} = \frac{1}{2 \times 10} \sqrt[4]{27} = 0/05 \sqrt[4]{27}$$

پس حاصل عبارت ۰/۰۵ برابر $\sqrt[4]{27}$ است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

هرگاه $x + y + z = 0$ باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$$

بنابراین عبارت را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3$$

از آن جایی که $(a-b) + (b-c) + (c-a) = 0$ است، پس داریم:

$$(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 3(a-b)(b-c)(c-a)$$

بنابراین در تجزیه‌ی عبارت عامل $a+b$ وجود ندارد.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۸ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

-۷۰

(کتاب آبی)

$$\frac{xy^2 + y^2 + y + 1 - x}{y^2 + y + 1} = \frac{(xy^2 - x) + (y^2 + y + 1)}{y^2 + y + 1}$$

$$= \frac{x(y^2 - 1) + (y^2 + y + 1)}{y^2 + y + 1}$$

$$= \frac{x(y-1)(y+1) + (y^2 + y + 1)}{y^2 + y + 1}$$

$$= \frac{(y^2 + y + 1)(x(y-1) + 1)}{y^2 + y + 1}$$

$$= x(y-1) + 1 = xy - x + 1$$

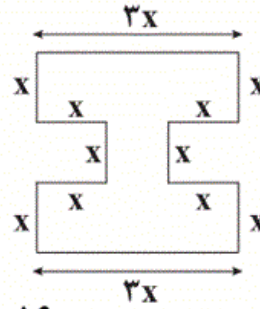
(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



محیط شکل: $6x + 10x = 16x$

مساحت شکل: $(3x \times 3x) - 2(x \times x) = 7x^2$

محیط = مساحت

$$\Rightarrow 7x^2 = 16x \Rightarrow 7x^2 - 16x = 0$$

$$\Rightarrow x(7x - 16) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{16}{7} & \text{قق} \\ x = 0 & \text{غقق} \end{cases}$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

معادله درجه دوم در صورتی ریشه حقیقی ندارد که دلتای آن منفی باشد، لذا داریم:

$$\Delta = (-4)^2 - 4(8)\left(\frac{m}{4}\right) = 16 - 8m < 0 \Rightarrow 2 < m$$

$$\Rightarrow m \in (2, +\infty)$$

بنابراین کم‌ترین مقدار m_0 برابر ۲ است.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه ۷۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = 2 \Rightarrow 1 - \cos x = 2 + 2 \cos x \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -\frac{1}{3} \\ \sin x < 0 \end{cases}$$

x در ناحیه سوم می تواند قرار بگیرد.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = -\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\Rightarrow \sin x \times \cos x = \left(-\frac{\sqrt{8}}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\sqrt{8}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$$

(مثلثات، صفحه های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\sin x + \cos x = \frac{6}{5}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{36}{25}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{36}{25} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{11}{25}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{11}{50}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} = \frac{1}{\frac{11}{50}} = \frac{1}{\frac{11}{50}} = \frac{50}{11}$$

(مثلثات، صفحه های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

می‌دانیم $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ است. پس داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{\sin \alpha (1 + \cot^2 \alpha) - \sin^3 \alpha (1 + \cot^2 \alpha)}{\sqrt{\cos^2 \alpha}} \\ &= \frac{\sin \alpha (1 + \cot^2 \alpha) (1 - \sin^2 \alpha)}{|\cos \alpha|} = \frac{\sin \alpha \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha}\right) \cos^2 \alpha}{-\cos \alpha} \\ &= \frac{\cos^2 \alpha}{-\cos \alpha \sin \alpha} = -\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = -\cot \alpha \end{aligned}$$

دقت کنید چون انتهای کمان α در ربع سوم است، $\cos \alpha < 0$ و $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$ خواهد بود.

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(عمیدرضا صاهبی)

$$\begin{aligned} \sqrt[5]{-32} &= \sqrt[5]{-2^5} = -2 & \Rightarrow A &= 2 + 0/1 = 2/1 \\ \sqrt[4]{0/0001} &= \sqrt[4]{10^{-4}} = 10^{-1} = 0/1 \\ \Rightarrow (A - 0/1)(A + 0/1) &= 2 \times 2/2 = 4/4 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

بررسی موارد:

مورد «الف»: نادرست $-1 < a < 0 \rightarrow \underset{\text{منفی}}{a^7} < \underset{\text{مثبت}}{a^2}$

مورد «ب»: درست - با افزایش توان، عبارت بزرگ تر می شود؛ چون هر دو طرف توان

زوج دارند. $a < -1 \rightarrow \underset{+}{a^{20}} > \underset{+}{a^8}$

مورد «ج»: نادرست - با افزایش توان، عبارت کوچک تر می شود. (دقت کنید توان فرد است.)

مورد «د»: درست - اگر $a < -1$ هر چه فرجه بزرگ تر شود، حاصل رادیکال بزرگ تر می شود.

$$a < -1 \rightarrow \underset{-}{a^{21}} < \underset{-}{a^7}$$

$$a < -1 \rightarrow \sqrt[2]{a} > \sqrt[3]{a}$$

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۴۱ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۱

(امین نصراله)

$$\sqrt[8]{\frac{1}{256}} = \sqrt[8]{\frac{1}{2^8}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{256} \text{ اتم عدد } \frac{1}{256} \text{ است.}$$

$\frac{1}{256}$ دو ریشه هشتم دارد که $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ است.

$$\Rightarrow n = 8, m = -\frac{1}{2} \Rightarrow mn = -\frac{1}{2} \times 8 = -4$$

(توان های گویا و عبارت های جبری، صفحه های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

گزینه «۱»: اگر $a=10$ و $b=-2$ و $n=3$ باشد.

$$\sqrt[3]{10-2} \neq \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{-2}$$

گزینه «۲»: اگر n زوج باشد، داریم:

$$\sqrt[n]{b^n} \times \sqrt[n]{a^n} = |b| \times a$$

گزینه «۳»: عبارت‌های $\sqrt[n]{b}$ و $\sqrt[n]{-a}$ به ازای n های زوج تعریف نشده‌اند.

گزینه «۴»: از آن جا که b^2 همواره مثبت است پس این تساوی درست است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا پایه‌های دو عدد A و B را یکسان می‌کنیم.

$$A = \sqrt[7]{-8^3 \sqrt[3]{22}} = -\sqrt[7]{2^3 \times 2^{\frac{5}{3}}} = -\sqrt[7]{\frac{14}{2^3}} = -2^{\frac{2}{3}}$$

$$B = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{(2^{-1})^{-2}} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$$

$$\Rightarrow (-A \times B)^{\frac{3}{2}} = \left(2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = \left(2^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

طرفین تساوی را به توان ۳ می‌رسانیم و از اتحاد مکعب دو جمله‌ای استفاده می‌کنیم. داریم:

$$(x + y)^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$$

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^3 = x^3 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^3 + \left(\frac{b}{a}\right)^3 + 3\left(\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}\right)\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = x^3$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} + 3x = x^3$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{b^3} + \frac{b^3}{a^3} = x^3 - 3x$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(زهرا ملایی)

-۷۹

$$\frac{8}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{6 - 2} = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 = 3 + 2 - 2\sqrt{6} = 5 - 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + 5 - 2\sqrt{6} = 2\sqrt{2} + 5$$

$$\Rightarrow \text{معکوس} = \frac{1}{2\sqrt{2} + 5} \times \frac{2\sqrt{2} - 5}{2\sqrt{2} - 5} = \frac{2\sqrt{2} - 5}{8 - 25} = \frac{5 - 2\sqrt{2}}{17}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

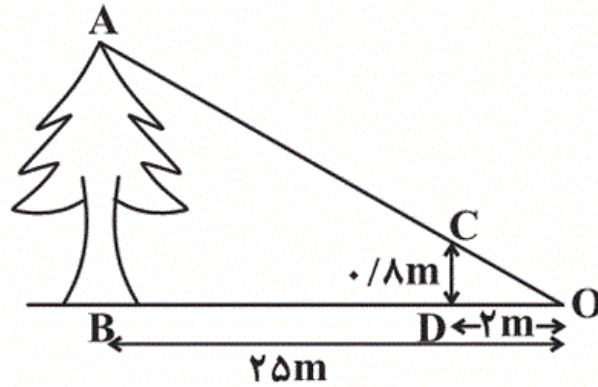
۴ ✓

۳

۲

۱

درخت و تکه چوب هر دو بر سطح زمین عمود و در نتیجه با هم موازی می باشند.



$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{CD}{AB} = \frac{OD}{OB} \Rightarrow \frac{0.8}{AB} = \frac{2}{25}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{25 \times 0.8}{2} = 10 \text{ m}$$

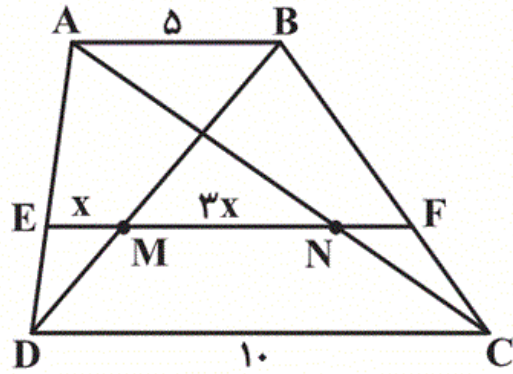
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta ABD: \frac{x}{5} = \frac{ED}{AD} \\ \Delta ADC: \frac{3x}{10} = \frac{AE}{AD} \end{array} \right.$$

حال از تقسیم طرفین این دو معادله بر هم، داریم:

$$\frac{\frac{x}{5}}{\frac{3x}{10}} = \frac{\frac{ED}{AD}}{\frac{AE}{AD}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{ED}{AE} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = 2$$

(قضية تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵ کتاب درسی)

۴ ✓

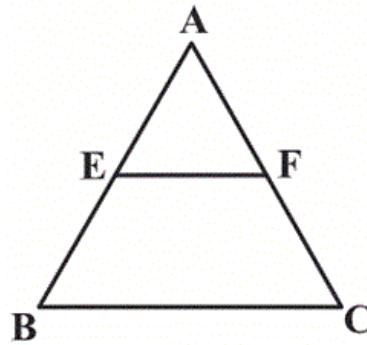
۳

۲

۱

در گزینه «۴» داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AE}{EB} = \frac{0/85}{3/4} = \frac{1}{4} \\ \frac{AF}{FC} = \frac{1}{4} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{عکس تالس}} EF \parallel BC$$



در مورد گزینه «۳» دقت کنید که در شکل

مقابل، با فرض $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ (فرم جزء بهکل) نمی‌توان نتیجه گرفت که: $EF \parallel BC$! ۴ ۳ ۲ ۱

(مینا نظری)

-۹۶

مثلث اول را ABC می‌نامیم که در آن $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{B} = 75^\circ$ ، داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} = 50^\circ + 75^\circ = 125^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

پس مثلث ABC با مثلثی که دو زاویه آن 55° و 75° است، بنا به حالت

تساوی دو زاویه متشابه است.

(تفسیر تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۹ کتاب درسی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\hat{C} = \hat{D} = 90^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{NMC} + \hat{AMD} = 90^\circ \\ \hat{MAD} + \hat{AMD} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{NMC} = \hat{MAD}$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \Delta MNC \sim \Delta AMD$$

$$\begin{cases} \text{طول مستطیل } x \\ \text{عرض مستطیل } y \end{cases} \Rightarrow \frac{AD}{MC} = \frac{MD}{NC} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{\frac{x}{2}}{\frac{y}{2}} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{y^2}{x^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AC} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{\frac{2}{3}x}{2x} = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \Delta AMN \overset{\text{ض‌ض}}{\sim} \Delta ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{3}$$

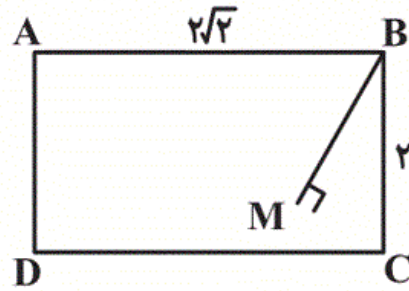
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\Delta ABC \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AC^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 12 \Rightarrow AC = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta ABC : AB \times BC = AC \times BM \Rightarrow BM = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

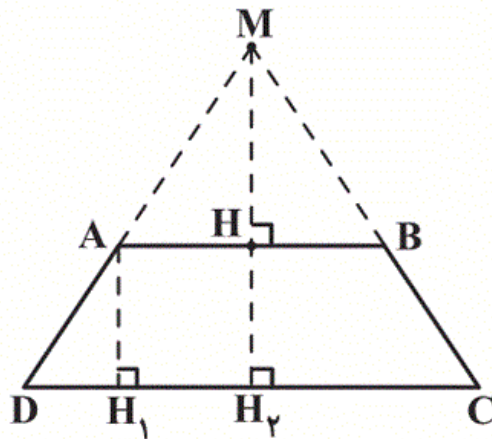
۴

۳

۲

۱

(معمد رضا وکیل‌الرعیایا)



دو مثلث MAB و MDC متشابهند، پس در آن‌ها نسبت ارتفاع‌های

نظیر، برابر با نسبت اضلاع نظیر است:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{MH}{MH_2} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{MH}{MH+2}$$

۴

۳

۲

۱

بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:

$$AC^2 = AH \cdot AB \Rightarrow x^2 = (x-2)(2x) \Rightarrow x^2 = 2x^2 - 4x$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غیر قابل قبول} \\ x=4 \end{cases}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ممد ابراهیم گیتی زاده)

دو مثلث قائم‌الزاویه ABC و $A'B'C'$ به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند.

$$(\hat{A} = 2 \times 25^\circ = 50^\circ, \hat{A}' = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ)$$

نسبت تشابه همان نسبت هر دو ضلع متناظر است که با نسبت هر دو جزء

فرعی متناظر برابر و مساوی جذر نسبت مساحت‌ها است. اگر نسبت تشابه

k باشد، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = 4 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

$$\frac{AD}{A'D'} = k \Rightarrow \frac{x+8}{x-1} = 2 \Rightarrow x+8 = 2x-2 \Rightarrow x=10$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right)\left(\frac{1}{\cos\theta} + 1\right) = \left(\frac{1}{\cos\theta}\right)^2 - 1 = \frac{1}{\cos^2\theta} - 1$$

$$= \frac{1 - \cos^2\theta}{\cos^2\theta} = \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} = \tan^2\theta$$

(مثلاًت، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$\frac{\sin^3\theta}{1 + \cos\theta} + \sin\theta \cos\theta$$

$$= \frac{\sin^3\theta + \sin\theta \cos\theta(1 + \cos\theta)}{1 + \cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(\sin^2\theta + \cos\theta + \cos^2\theta)}{1 + \cos\theta}$$

$$= \frac{\sin\theta(1 + \cos\theta)}{1 + \cos\theta} = \sin\theta$$

(مثلاًت، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

همان طور که می دانیم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad (1)$$

$$\frac{\cos \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{\sqrt{27}}{8} \xrightarrow{(1)} \cos^2 \alpha = \frac{\sqrt{27}}{8}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt[3]{\frac{\sqrt{27}}{8}} = \frac{\sqrt[3]{(\sqrt{3})^3}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در ناحیه اول}} \alpha = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \cot 30^\circ = \sqrt{3}$$

(مثلاًت، صفحه های ۴۲ تا ۴۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

-۸۱

اعداد a_3 و b_3 : اگر $x > 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} < x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_3 > b_3$ باشد و پیکان رسم شده درست است.

اعداد a_1 و b_1 : اگر $0 < x < 1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} > x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_1 < b_1$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است چون باید سمت چپ b_1 باشد.

اعداد a_2 و b_2 : اگر $-1 < x < 0$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} < x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_2 > b_2$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است.

اعداد a_4 و b_4 : اگر $x < -1$ باشد، آنگاه $\sqrt[3]{x} > x$ ، پس در شکل داده شده، باید $a_4 < b_4$ باشد و پیکان رسم شده نادرست است. بنابراین سه پیکان نادرست رسم شده اند.

(توان های گویا و عبارت های پیچیده، صفحه های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$ba = 9a \xrightarrow{a \neq 0} b = 9$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$a^9 = 9a \Rightarrow \frac{a^9}{a} = 9 \Rightarrow a^8 = 9 \Rightarrow a = \sqrt[8]{9}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = 2$$

$$\sqrt[5]{\frac{-1}{32}} = \sqrt[5]{\left(\frac{-1}{2}\right)^5} = \frac{-1}{2}$$

$$\sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$$

$$\Rightarrow A = 2 \times \left(\frac{-1}{2}\right) \times 2 = -2$$

$$\Rightarrow \sqrt[7]{128} = \sqrt[7]{2^7} = 2 \Rightarrow \sqrt[7]{128} = -A$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{320}} \times \sqrt[4]{\frac{5}{4}} = \sqrt[4]{\frac{5/4 \times 5}{500 \times 320}} = \sqrt[4]{\frac{(2 \times 10^{-1} \times 27) \times 5}{(5 \times 10^2) \times (2^5 \times 10)}} \\ = \sqrt[4]{\frac{27}{2^4 \times 10^4}} = \frac{1}{2 \times 10} \sqrt[4]{27} = 0.05 \sqrt[4]{27}$$

پس حاصل عبارت ۰/۰۵ برابر $\sqrt[4]{27}$ است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم $\sqrt{a^2} = |a|$ ، در صورتی که $a < 0$ باشد، آنگاه $\sqrt{a^2} = -a$ ، پس:

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \underbrace{|1-\sqrt{2}|}_{\text{منفی}} = -(1-\sqrt{2}) = \sqrt{2}-1$$

بنابراین:

$$\sqrt[5]{2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt[5]{2(2-1)} = \sqrt[5]{2}$$

اتحاد مزدوج

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2} = 1$$

با استفاده از اتحاد $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$ طرفین تساوی را به

توان ۳ می‌رسانیم:

$$(\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2})^3 = 1^3$$

$$\Rightarrow x+1 - (x-2) - 3(\sqrt[3]{x+1})(\sqrt[3]{x-2})(\underbrace{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-2}}_1) = 1$$

$$\Rightarrow 3 - 3\sqrt[3]{(x+1)(x-2)} = 1 \Rightarrow 3 - 3\sqrt[3]{x^2 - x - 2} = 1$$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{x^2 - x - 2} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پیری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

$$2a^2 + 2b^2 - 4ab - 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 4ab + 2b^2 + a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2b)^2 + (a-1)^2 = 0$$

چون مجموع دو عبارت نامنفی صفر شده است، پس هر کدام باید صفر باشند.

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱