



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:

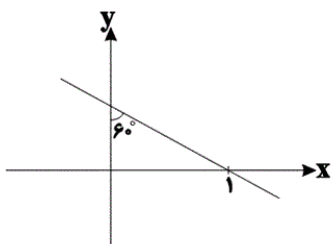


<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



۱۳۴- اگر نمودار تابع f مطابق شکل زیر باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 (۳) $-\sqrt{3}$
 (۴) صفر

۱۳۵- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}}$ در بازه $[4, 9]$ ، از آهنگ لحظه‌ای تغییر آن در $x = a$ ، به اندازه $\frac{7}{40}$ واحد بیشتر است. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۱۳۶- مقدار مشتق تابع $f(x) = \left(\frac{x^2 + 1}{\sqrt{3x + 1}}\right)^3$ در $x = 1$ کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{8}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{9}{8}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۳۷- اگر $f(x) = \frac{1}{2x + 6}$ و $g(x) = \frac{(x + 3)^2}{x - 1}$ ، آنگاه حاصل $(f'' \cdot g + g' \cdot f')$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $-\frac{3}{8}$

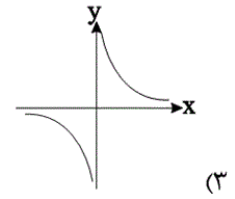
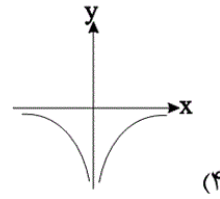
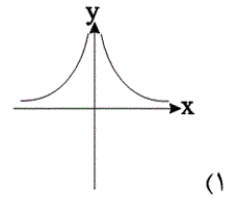
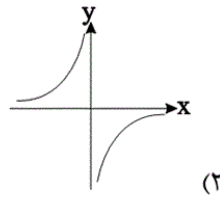
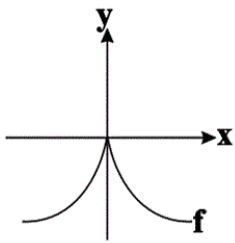
۱۳۸- خط به معادله $y = 4x - 3$ بر منحنی تابع مشتق‌پذیر f در $x = 2$ مماس است. اگر $g(x) = f'(2x)$ ، آنگاه $g'(1)$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲ (۳) ۴۰ (۴) ۸۰

۱۳۹- خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - x$ در نقطه $x = \alpha$ از نقطه $(-1, 5)$ می‌گذرد. α کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) -۳

۱۴۰- اگر نمودار f به شکل روبرو باشد، نمودار f' کدام است؟



ریاضی عمومی، توابع و معادلات - ۹ سوال -

۱۱۷- اگر نمودار تابع $y = |x|$ را ۳ واحد در جهت مثبت محور طول‌ها و ۴ واحد در جهت منفی محور عرض‌ها جابه‌جا کنیم، آنگاه مساحت ناحیه بین نمودار حاصل و محورهای مختصات در ناحیه چهارم کدام است؟

۱۶/۵ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵/۵ (۲)

۱۵ (۱)

۱۲۴- ضابطه وارون تابع $f(x) = 1 - \sqrt{2x}$ کدام است؟

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \geq 1$ (۲)

$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2; x \leq 1$ (۱)

$f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \geq 1$ (۴)

$f^{-1}(x) = -2(x-1)^2; x \leq 1$ (۳)

۱۲۵- کدام تابع نزولی است؟ ([] : جزء صحیح)

$y = -[x]$ (۴)

$y = [x] - x$ (۳)

$y = x|x|$ (۲)

$y = \frac{1}{x}$ (۱)

۱۲۶- دنباله هندسی $\dots, \sqrt{5}-1, x, \sqrt{5}+1$ نزولی نیست. مجموع تمام جملات آن کدام است؟

$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ (۴)

۲ (۳)

۲/۵ (۲)

$\sqrt{5}+1$ (۱)

۱۲۷- در کشت نوعی باکتری، جمعیت باکتری‌ها t دقیقه پس از شروع کشت، از مدل $f(t) = Ae^{kt}$ پیروی می‌کند. اگر پس از ۱۰ دقیقه از شروع کشت، تعداد باکتری‌ها از ۱۰۰ به ۴۰۰ برسد، نسبت تعداد باکتری‌ها در دقیقه ۳۵ به تعداد باکتری‌ها در دقیقه ۲۰ کدام است؟

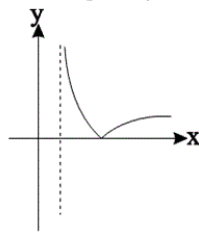
$4\sqrt{2}$ (۴)

۴ (۳)

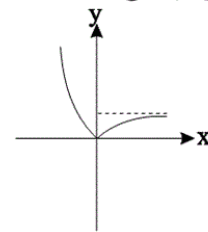
$2\sqrt{2}$ (۲)

۸ (۱)

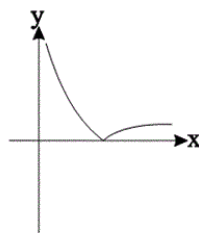
۱۲۸- نمودار تابع $y = |\log(x) - 1|$ شبیه کدام شکل است؟



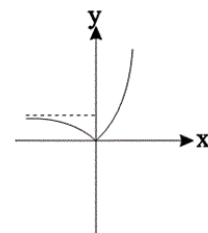
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

۱۳۰- حاصل $[\log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3})]$ کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۲- مجموع جواب‌های معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2 x - 1 = 0$ در بازه $[0, 2\pi]$ کدام است؟

۴π (۴)

۳π (۳)

۲π (۲)

π (۱)

۱۳۳- جواب‌های معادلهٔ $\frac{\sin^4(\frac{\pi}{2} + x)}{1 - \sin x} = 1 + \sin x$ بر روی دایرهٔ مثلثاتی، رأس‌های کدام شکل هستند؟

(۱) مربع

(۲) مثلث متساوی‌الاضلاع

(۳) مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین

(۴) مثلث قائم‌الزاویهٔ غیر متساوی‌الساقین

ریاضی عمومی، تابع - ۱۰ سوال

۱۳۱- مجموع جواب‌های معادلهٔ $\log_2(4^x + 15) = x + 3$ کدام است؟

\log_2^{15} (۴)

۸ (۳)

$\frac{1}{2} \log_2^{15}$ (۲)

۳ (۱)

۱۲۹- از معادلهٔ لگاریتمی $\log(x^2 - 6x + 8) - \log(x - 2) = \log(2x - 10)$ ، حاصل لگاریتم $\sqrt[3]{x+2}$ در پایهٔ ۲ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۱۱۸- اگر $x(2x - 7) < -6$ ، آنگاه حاصل $|1 - x| + |1 - x^2|$ کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

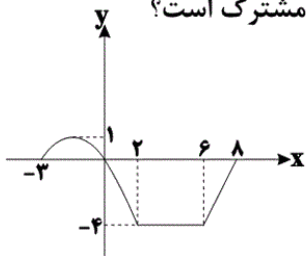
$x^2 + 1$ (۴)

x^2 (۳)

$x^2 - 1$ (۲)

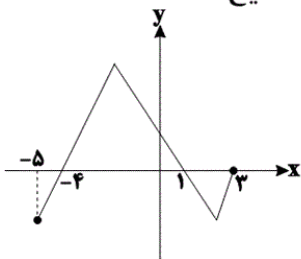
$x^2 - 2$ (۱)

۱۱۹- شکل زیر نمودار تابع $y = -2f(x+3)$ است. نمودار تابع $y = f(x)$ با خط $y = 2$ در چند نقطه مشترک است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

۱۲۰- در شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. دامنهٔ تابع $y = \sqrt{\frac{f(x)}{x}}$ شامل چند عدد صحیح است؟



- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

۱۲۱- در کدام گزینه دو تابع برابرند؟

- (۱) $g_1(x) = \sin x$ و $f_1(x) = \sqrt{1 - \cos^2 x}$
(۲) $g_2(x) = \sqrt{1 - x^2}$ و $f_2(x) = \sqrt{1 - x} \sqrt{1 + x}$
(۳) $g_3(x) = \frac{x^2}{|x|}$ و $f_3(x) = |x|$
(۴) $g_4(x) = \sqrt{x^2 - x}$ و $f_4(x) = \sqrt{x} \sqrt{x - 1}$

۱۲۲- اگر $f = \{(-1, 1), (0, 2), (1, 4)\}$ و $g = \{(1, 2), (2, 3), (-1, 0)\}$ ، آنگاه مقدار $(f^{-1} \circ g)(1)$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۱۲۳- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $(g \circ f)(x) = x^2 + 2$ ، آنگاه $(f \circ g)(2)$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۱۰
(۴) ۳۰

۱۱۵- اگر مجموع مربعات جواب‌های معادلهٔ $2x^2 - (m-1)x + \frac{1}{8} = 0$ برابر ۱ باشد، آنگاه اختلاف این جواب‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}\sqrt{14}$
(۲) $\frac{1}{2}\sqrt{14}$
(۳) $\sqrt{14}$
(۴) $\sqrt{7}$

۱۱۶- نامعادلهٔ $2x + |2x| \leq 4 + \frac{1}{3}x$ در بازهٔ $[a, b]$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{144}{11}$
(۲) ۱۱
(۳) ۱۲
(۴) $\frac{120}{11}$

۱۱۲- در پرتاب دو تاس احتمال آنکه مجموع دو عدد رو شده یک عدد اول زوج یا یک عدد اول دورقمی باشد، کدام است؟

$\frac{1}{9}$ (۴)

$\frac{1}{6}$ (۳)

$\frac{5}{36}$ (۲)

$\frac{1}{12}$ (۱)

۱۱۳- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و بدانیم که $P(A|B') = 0/3$ و $P(A \cup B) = 0/7$ ، آنگاه حاصل $P(B \cap A')$ کدام است؟

$0/45$ (۴)

$0/55$ (۳)

$0/4$ (۲)

$0/5$ (۱)

۱۱۴- درون ظرفی ۴ مهره قرمز و ۲ مهره آبی وجود دارد. از این ظرف بار اول ۴ مهره به طور متوالی و با جایگذاری و بار دوم ۴ مهره به طور همزمان خارج می‌کنیم. احتمال اینکه در بار دوم ۲ مهره قرمز خارج شود، چند برابر احتمال این است که در بار اول ۲ مهره قرمز خارج شود؟

$1/45$ (۴)

$1/4$ (۳)

$1/35$ (۲)

$1/3$ (۱)

ریاضی عمومی ، ترکیبی - ۱ سوال -

۱۱۱- یک مجموعه شش عضوی، چند زیرمجموعه سه‌عضوی دارد؟

30 (۴)

25 (۳)

20 (۲)

15 (۱)

۱۳۴- گزینه ۲»

(ممبربووار مسنی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x - 1} = - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = -f'(1)$$

مشتق همان شیب خط مماس بر منحنی است. در تابع خطی، اگر θ زاویه خط با جهت مثبت محور x ها باشد، داریم:

$$\tan \theta = \text{شیب خط} \Rightarrow \tan(150^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow f'(1) = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow -f'(1) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه ۶۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۳۵- گزینه ۲»

(میثم همزه لویی)

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{\frac{6}{3} - \frac{6}{2}}{9 - 4} = \frac{2 - 3}{5} = -\frac{1}{5}$$

برای محاسبه آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع در $x = a$ باید اول از تابع مشتق بگیریم:

$$f(x) = \frac{6}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x) = \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}(6)}{(\sqrt{x})^2} = -\frac{3}{x\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow x = a \text{ در آهنگ لحظه‌ای} = -\frac{3}{a\sqrt{a}}$$

آهنگ متوسط $\frac{7}{40}$ بیشتر از آهنگ لحظه‌ای است، بنابراین:

$$-\frac{1}{5} - \left(-\frac{3}{a\sqrt{a}}\right) = \frac{7}{40} \Rightarrow \frac{3}{a\sqrt{a}} = \frac{7}{40} + \frac{1}{5} = \frac{7}{40} + \frac{8}{40} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow a\sqrt{a} = 8 \Rightarrow a = 4$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۱ و ۱۴۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$f'(1) = 3\left(\frac{2}{2}\right)^2 \left(\frac{2(2) - \frac{3}{4}(2)}{4}\right) = 3\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{15}{8}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

(بهزاد کرمانی)

۱۳۷- گزینه «۲»

عبارت $f'' \cdot g + g' \cdot f'$ برابر با $(f' \cdot g)'$ است. لذا $(f' \cdot g)'(3)$ را حساب کنیم.

$$f'(x) = -\frac{1}{2(x+3)^2} \Rightarrow f' \cdot g = -\frac{1}{2(x+3)^2} \times \frac{(x+3)^2}{x-1} = -\frac{1}{2(x-1)}$$

$$\Rightarrow (f' \cdot g)' = \frac{1}{2(x-1)^2} \Rightarrow (f' \cdot g)'(3) = \frac{1}{2 \times 4} = \frac{1}{8}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

(سروش موئینی)

۱۳۸- گزینه «۴»

از مماس بودن خط $y = 4x - 3$ بر منحنی f در $x = 2$ نتیجه می‌شود:

$$f(2) = \text{عرض نقطه} = 4 \times 2 - 3 = 5$$

$$f'(2) = \text{شیب خط مماس} = 4$$

حالا مشتق $g(x) = f^2(2x)$ برابر است با:

$$g'(x) = 2(2f'(2x))f(2x) = 4f'(2x)f(2x)$$

$$\xrightarrow{x=1} g'(1) = 4f'(2)f(2) = 4 \times 4 \times 5 = 80$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

۱۳۹- گزینه «۳»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر $(\alpha, \alpha^3 - \alpha) = (\alpha, f(\alpha))$ را نقطهٔ تماس در نظر بگیریم، در این صورت شیب خط مماس برابر $f'(\alpha) = 3\alpha^2 - 1$ است. حالا با داشتن یک نقطه و شیب، معادلهٔ خط مماس را می‌نویسیم:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - f(\alpha) = f'(\alpha)(x - \alpha)$$

$$\Rightarrow y - (\alpha^3 - \alpha) = (3\alpha^2 - 1)(x - \alpha)$$

چون در سؤال گفته خط مماس از نقطهٔ $(-1, 5)$ می‌گذرد پس مختصات نقطه باید در معادلهٔ خط مماس صدق کند. یعنی به جای x عدد -1 و به جای y عدد 5 را می‌گذاریم:

$$5 - (\alpha^3 - \alpha) = (3\alpha^2 - 1)(-1 - \alpha) \Rightarrow 2\alpha^3 + 3\alpha^2 + 4 = 0$$

در گزینهٔ «۳»، به ازای $\alpha = -2$ معادلهٔ بالا برقرار است.

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۳)

۴

۳

۲

۱

۱۴۰- گزینهٔ «۲»

(امیر زراندوز)

در بازهٔ $(-\infty, 0)$ تابع f صعودی است، پس نمودار f' در این بازه بالای محور x هاست. در بازهٔ $(0, +\infty)$ تابع f نزولی است، پس نمودار f' در این بازه پایین محور x هاست. با توجه به این توضیحات، فقط نمودار گزینهٔ «۲» می‌تواند درست باشد.

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴

۳

۲

۱

$$y = |x| \xrightarrow[\text{محور طول ها}]{\text{واحد در جهت مثبت } ۳} y = |x - ۳|$$

$$\xrightarrow[\text{محور عرض ها}]{\text{واحد در جهت منفی } ۴} y = |x - ۳| - ۴$$

$$\text{محل برخورد نمودار با محور طول ها } \xrightarrow{y=0} |x - ۳| - ۴ = 0$$

$$\Rightarrow |x - ۳| = ۴ \Rightarrow \begin{cases} x - ۳ = ۴ \Rightarrow x = ۷ \\ x - ۳ = -۴ \Rightarrow x = -۱ \end{cases}$$

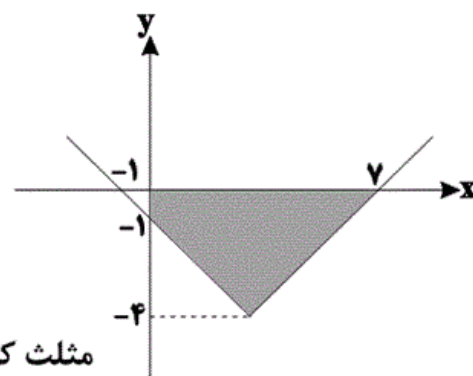
$$\text{محل برخورد نمودار با محور عرض ها } \xrightarrow{x=0} y = |0 - ۳| - ۴ \Rightarrow y = -۱$$

$$S \text{ مثلث بزرگ} = \frac{۸ \times ۴}{۲} = ۱۶$$

$$S \text{ مثلث کوچک} = \frac{۱ \times ۱}{۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$S \text{ مطلوب} = S \text{ مثلث بزرگ} - S \text{ مثلث کوچک}$$

$$= ۱۶ - \frac{۱}{۲} = \frac{۳۱}{۲} = ۱۵.۵$$



(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۴- گزینه ۱»

(عزیزالله علی اصغری)

$$y = 1 - \sqrt{2x} \Rightarrow \sqrt{2x} = 1 - y \Rightarrow 2x = (1 - y)^2 \Rightarrow x = \frac{(1 - y)^2}{2}$$

$$= \frac{(y - 1)^2}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2$$

چون $R_f = D_{f^{-1}}$ باید برد f را بیابیم:

$$\sqrt{2x} \geq 0 \Rightarrow -\sqrt{2x} \leq 0 \Rightarrow 1 - \sqrt{2x} \leq 1$$

$$R_f = (-\infty, 1] \Rightarrow D_{f^{-1}} = (-\infty, 1]$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

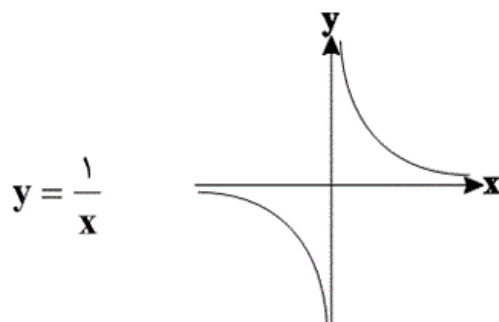
۱ ✓

۱۲۵- گزینه «۴»

(سپهر حقیقت افشار)

شکل هر کدام از توابع ذکر شده به صورت زیر است:

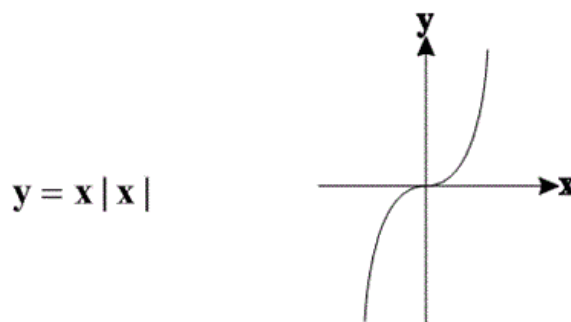
گزینه «۱»:



تابع در اطراف $x = 0$ یکنوایی خود را از دست داده است. (نه صعودی، نه

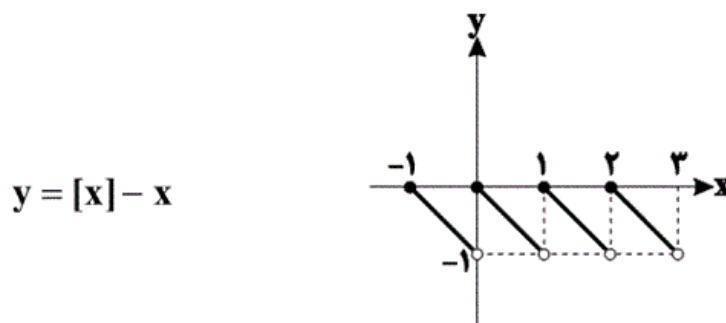
نزولی)

گزینه «۲»:



اکیداً صعودی است.

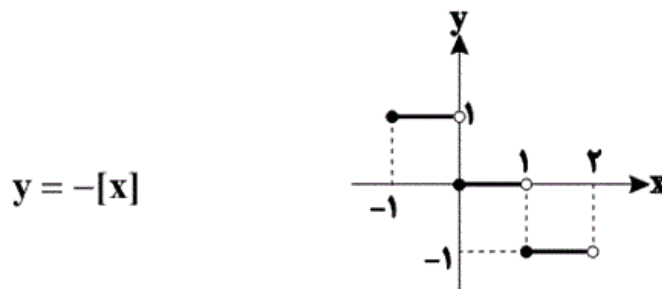
گزینه «۳»:



تابع در اطراف $x \in \mathbb{Z}$ یکنوایی خود را از دست داده است. (نه صعودی، نه

نزولی)

گزینه «۴»:



همان طور که ملاحظه می کنید این تابع نزولی است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۳۲ و ۳۳)

۴

۳

۲

۱

جمله اول این دنباله $\sqrt{5} + 1$ و قدرنسبت آن $q = \frac{\sqrt{5}-1}{-2}$ است. داریم:

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\sqrt{5}+1}{1-\frac{\sqrt{5}-1}{-2}} = \frac{\sqrt{5}+1}{\frac{\sqrt{5}+1}{2}} = 2$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۴۰ تا ۴۴)

۴

۳

۲

۱

۱۲۷- گزینه «۱»

(معمد زیرون)

$$400 = 100 \cdot e^{1 \cdot k} \Rightarrow e^{1 \cdot k} = 4$$

$$\frac{t = 35 \text{ تعداد در } t}{t = 20 \text{ تعداد در } t} = \frac{A \cdot e^{35k}}{A \cdot e^{20k}} = e^{15k} = (e^{1 \cdot k})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{3}{2}}$$

$$= \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه های ۴۸ تا ۵۰)

۴

۳

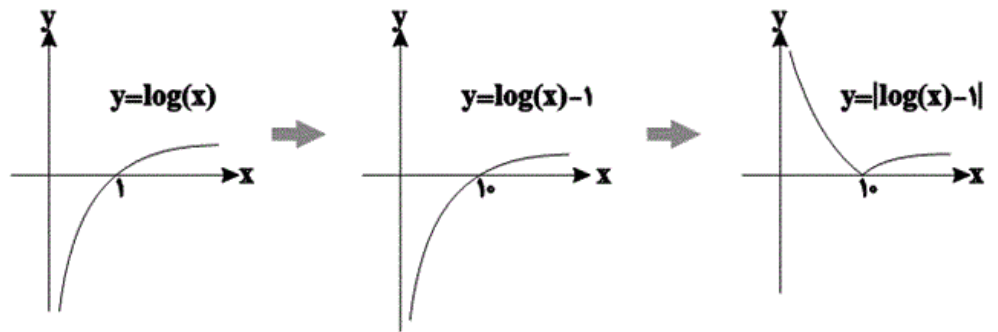
۲

۱

۱۲۸- گزینه ۴»

(معمدمصطفی ابراهیمی)

اول تابع $y = \log(x) - 1$ را رسم می‌کنیم. باید نمودار $\log x$ را یک واحد پایین ببریم. توجه کنید که $y = \log(x) - 1$ در $x = 10$ محور x ها را قطع می‌کند، زیرا به ازای $x = 10$ مقدار آن صفر است.



(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱

۱۳۰- گزینه ۳»

(میلاد منصوری)

$$\log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3}) = \log_2 \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \log_2 \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{1}$$

$$= \log_2(4 + 3 + 4\sqrt{3}) = \log_2(7 + \sqrt{48})$$

$$6 < \sqrt{48} < 7 \Rightarrow 13 < 7 + \sqrt{48} < 14 \Rightarrow 8 < 7 + \sqrt{48} < 16 \quad \text{اما:}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\log_2 8}_3 < \log_2^{7 + \sqrt{48}} < \underbrace{\log_2 16}_4$$

$$[\log_2(7 + \sqrt{48})] = 3$$

بنابراین:

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱

۱۳۲- گزینه «۴»

(غلامرضا علی)

فرض کنید $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ، از طرفی طبق فرض داریم:

$$\Delta \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow x = k\pi \pm \alpha$$

پس معادله چهار جواب در بازه $[0, 2\pi]$ دارد که مجموع آنها برابر است با:

$$\alpha + (\pi + \alpha) + (\pi - \alpha) + (2\pi - \alpha) = 4\pi$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱

۱۳۳- گزینه «۳»

(سینا نادری)

می‌دانیم $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ بنابراین:

$$\frac{\cos^4 x}{1 - \sin x} = 1 + \sin x \Rightarrow \cos^4 x = 1 - \sin^2 x \Rightarrow \cos^4 x = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow \cos^4 x - \cos^2 x = 0 \Rightarrow \cos^2 x (\cos^2 x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \pm 1 \Rightarrow x = k\pi \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱

۱۳۱- گزینه «۴»

(علی هابیان)

$$\log_2(4^x + 15) = x + 3 \Rightarrow 4^x + 15 = 2^{x+3} \Rightarrow 2^{2x} - 8 \times 2^x + 15 = 0$$

$$\xrightarrow{2^x = t} t^2 - 8t + 15 = 0 \Rightarrow (t - 5)(t - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 = 5 \Rightarrow 2^{x_1} = 5 \Rightarrow x_1 = \log_2^5 \\ t_2 = 3 \Rightarrow 2^{x_2} = 3 \Rightarrow x_2 = \log_2^3 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \log_2^5 + \log_2^3 = \log_2^{15}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱

(علی فایان)

$$\log(x^2 - 6x + 8) - \log(x - 2) = \log(2x - 10)$$

$$\Rightarrow \log \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2} = \log(2x - 10)$$

$$\Rightarrow \log \frac{(x - 2)(x - 4)}{x - 2} = \log(2x - 10)$$

$$\xrightarrow{x \neq 2} \log(x - 4) = \log(2x - 10)$$

$$\Rightarrow x - 4 = 2x - 10 \Rightarrow x = 6 \quad \text{ق ق} \Rightarrow \log_2 \sqrt[3]{6 + 2} = \log_2^2 = 1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه ۱۱۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسین فایلو)

$$x(2x - 7) < -6 \Rightarrow 2x^2 - 7x < -6 \Rightarrow 2x^2 - 7x + 6 < 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)(x - 2) < 0 \Rightarrow \frac{3}{2} < x < 2$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -2 < -x < -\frac{3}{2} \Rightarrow -1 < 1 - x < -0.5 \Rightarrow |1 - x| = -1 \\ -4 < -x^2 < -\frac{9}{4} \Rightarrow -3 < 1 - x^2 < -1.25 \Rightarrow |1 - x^2| = -1 + x^2 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow |1 - x| + |1 - x^2| = x^2 - 2$$

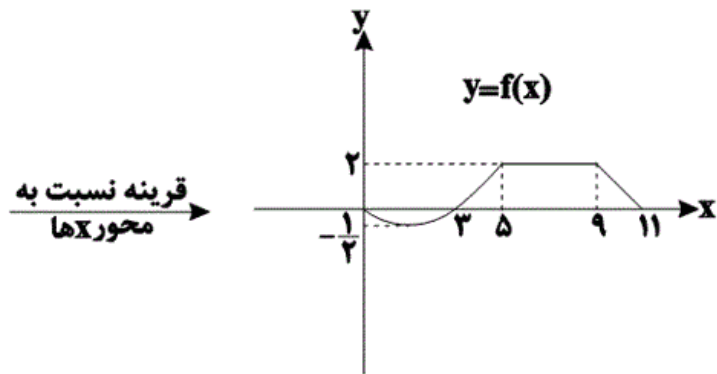
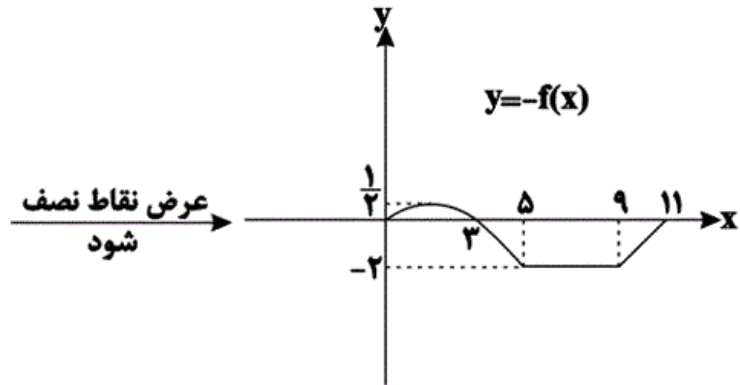
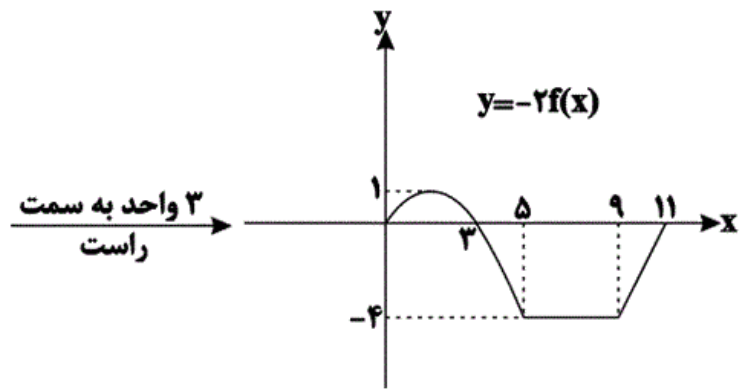
(تابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓



بنابراین نمودار تابع $f(x)$ با خط $y = 2$ در بی‌شمار نقطه مشترک است.

(توابع فاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۳)

۴

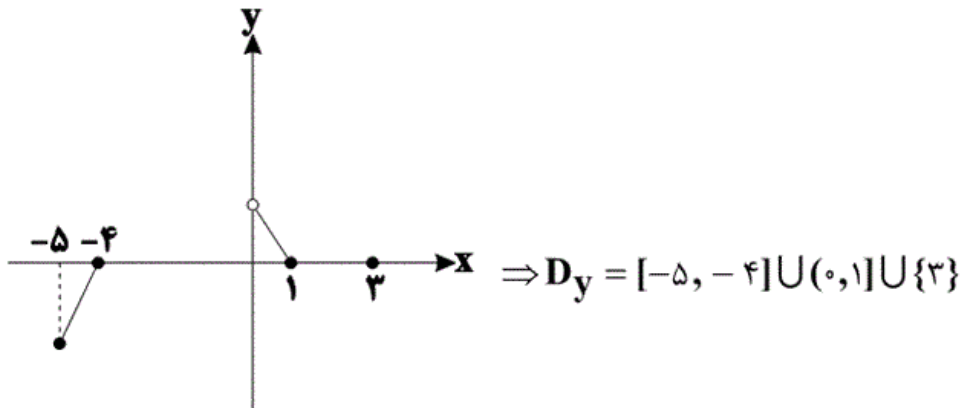
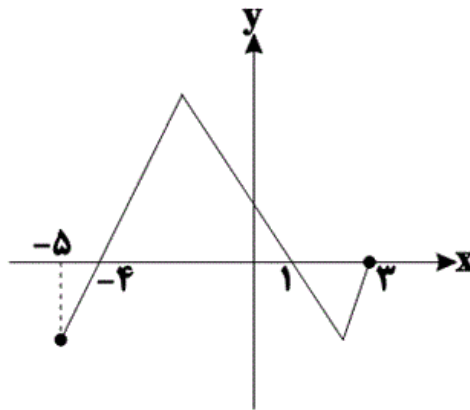
۳

۲

۱

(معدی هابی نژادریان)

قسمت‌هایی از نمودار زیر قابل قبول است که در آن‌ها x و $f(x)$ هم‌علامت باشند یا مقدار $f(x)$ ، صفر باشد.



(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

۱۲۱- گزینه «۲»

(سروش موثینی)

باید دامنه‌ها و ضابطه‌ها برابر باشند.
در گزینه «۱» ضابطه‌ها یکسان نیستند:

$$\sqrt{1 - \cos^2 x} = |\sin x| \neq \sin x$$

در گزینه «۳» دامنه‌ها یکسان نیستند:

$$f_3(x) = |x|, D = \mathbb{R}$$

$$g_3(x) = \frac{x^2}{|x|} = |x|, D = \mathbb{R} - \{0\}$$

در گزینه «۴» نیز دامنه‌ها فرق دارند:

$$g_4(x) = \sqrt{x^2 - x} : D = \mathbb{R} - (0, 1)$$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$x^2 - x$	$+$	0	$-$	$+$
	\mathcal{E}	\mathcal{E}	\mathcal{E}	\mathcal{E}

$$f_4(x) = \sqrt{x} \sqrt{x-1} : D = [1, +\infty)$$

اما در گزینه «۲» هر دو شرط برقرار است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳

۲

۱

۱۲۲- گزینه «۱»

(سروش موثینی)

$$(1, 2) \in g \Rightarrow g(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(2) \xrightarrow[\substack{(0, 2) \in f \\ (2, 0) \in f^{-1}}]{=} 0$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱

۱۲۳- گزینه «۴»

(سروش موثینی)

سوال به ما $g(x^3 + x)$ را داده و برای رسیدن به $g(2)$ باید $x=1$ را در تابع قرار دهیم:

$$g(x^3 + x) = x^2 + 2 \xrightarrow{x=1} g(2) = 3$$

حالا $(f \circ g)(2)$ برابر است با:

$$(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(3) = 3^3 + 3 = 30$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۵)

۴

۳

۲

۱

مجموع مربعات ریشه‌ها $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = 1$
 است و اختلاف ریشه‌ها $\sqrt{(\alpha - \beta)^2} = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{S^2 - 4P}$ است.

در این معادله $P = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$ است. پس داریم:

$$S^2 - 2P = 1 \Rightarrow S^2 = 1 + 2P = 1 + \frac{2}{16} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow S^2 - 4P = \frac{9}{8} - 4\left(\frac{1}{16}\right) = \frac{7}{8} \Rightarrow \sqrt{S^2 - 4P} = \sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

(تابع) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا عبارت داخل قدرمطلق را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow 2x + 2x \leq 4 + \frac{1}{3}x \Rightarrow 4x - \frac{x}{3} \leq 4 \\ x < 0 \Rightarrow 2x - 2x \leq 4 + \frac{1}{3}x \Rightarrow \frac{1}{3}x \geq -4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{12}{11} \xrightarrow[\text{با } x \geq 0]{\text{اشتراک}} 0 \leq x \leq \frac{12}{11} \quad \text{(I)} \\ x \geq -12 \xrightarrow[\text{با } x < 0]{\text{اشتراک}} -12 \leq x < 0 \quad \text{(II)} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(شادمان ویسی)

۱ حالت: $(1,1) \rightarrow 2$ ۲ حالت: $(5,6), (6,5) \rightarrow 11$

$$\Rightarrow n(A) = 1 + 2 = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

(امتعال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رسول ممسنی منش)

چون A و B مستقل هستند، پس $P(A|B') = P(A) = 0/3$ ؛ با فرض $P(B) = x$ و استفاده از فرمول اجتماع پیشامدها داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 0/7 = 0/3 + x - x \times (0/3) \xrightarrow{\times 10} 7 = 3 + 10x - 3x$$

$$\Rightarrow 7x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{7} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{7}$$

نکته: A و B که مستقل باشند، A' و B هم مستقل اند، پس:

$$P(B \cap A') = P(B) \times P(A') = \frac{4}{7} \times \frac{7}{10} = \frac{4}{10}$$

(پدیده‌های تصادفی و امتعال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

در بار دوم، تعداد کل حالت‌ها برابر با $\binom{6}{4}$ و تعداد حالت‌های مطلوب برابر

است با $\binom{4}{2}$ ، پس:

$$P_2 = \frac{\binom{4}{2} \binom{2}{2}}{\binom{6}{4}} = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{4}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{8}{27}} = \frac{27}{20} = 1/35$$

(پدیده‌های تصادفی و احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳ و ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

۱۱۱- گزینه ۲»

(علی مرشد)

می‌دانیم تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی یک مجموعه n عضوی برابر با

است، پس: $\binom{n}{k}$

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{4 \times 5 \times 6}{6} = 20$$

(ترکیبیات) (ریاضی ۲، صفحه ۱۸۸)

۴

۳

۲

۱