



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



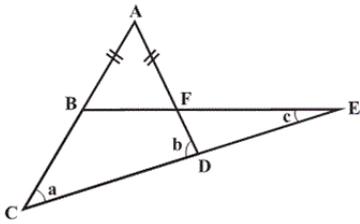
<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی نهم، آشنایی با اثبات در هندسه - ۲ سوال -



۴۱- در شکل زیر $AB = AC$ است. چه رابطه‌ای بین زوایای a ، b و c برقرار است؟

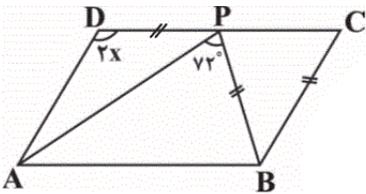
(۱) $a = b + c$

(۲) $b = a + c$

(۳) $a = b + 2c$

(۴) $b = a + 2c$

۴۲- اگر $ABCD$ متوازی‌الاضلاع و $BP = DP = BC$ باشد، مقدار x چند درجه است؟



(۲) 54°

(۱) 52°

(۴) 58°

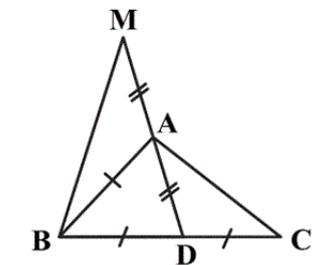
(۳) 56°

ریاضی نهم، همنهشتی مثلث ها - ۷ سوال -

۴۳- کدام یک از گزینه‌های زیر، نادرست است؟

- (۱) در مثلث متساوی‌الساقین، میانه وارد بر قاعده، همان نیم‌ساز است.
- (۲) از نقطه‌ای خارج از دایره، دو مماس بر دایره می‌توان رسم کرد که با هم برابرند.
- (۳) قطرهای هر مستطیل، یک‌دیگر را نصف می‌کنند و هم‌چنین با هم برابرند.
- (۴) در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با یک‌دیگر و قطرهای با هم مساوی‌اند.

۴۵- در شکل مقابل، $\hat{M} + \hat{C} = 72^\circ$ است. متمم زاویه \hat{ABC} چند درجه است؟



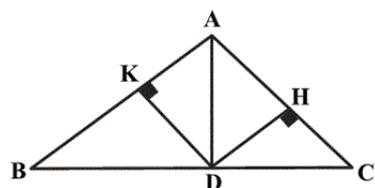
(۱) 36°

(۲) 148°

(۳) 54°

(۴) 128°

۵۰- در شکل زیر، AD نیم‌ساز زاویه A و $AB > AC$ است. کدام گزینه درست است؟



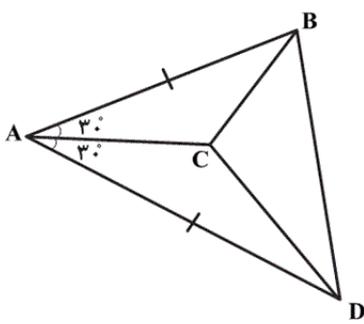
(۱) $AH > AK$

(۲) $AH < AK$

(۳) $AH = AK$

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۵۳- در شکل روبه‌رو، مثلث DBC الزاماً چه نوع مثلثی است؟



- (۱) قائم‌الزاویه
- (۲) متساوی‌الساقین
- (۳) متساوی‌الاضلاع
- (۴) قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین

۵۵- در چند تا از شکل‌های زیر، قطرهای نیمساز هستند؟

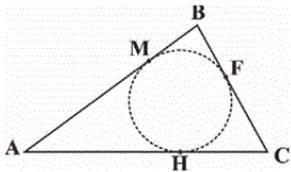
«مربع، لوزی، متوازی‌الاضلاع، مستطیل، دوزنقه متساوی‌الساقین»

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۵۷- مثلث ABC با مشخصات $\hat{B} = 45^\circ$ و $\hat{C} = 75^\circ$ و $AB = 4$ و $AC = 4\sqrt{3} - 4$ ، با کدام یک از مثلث‌ها با مشخصات زیر، حتماً هم‌نهشت است؟

- | | | | |
|---|---|---|---|
| $\left\{ \begin{array}{l} \hat{D} = 60^\circ \\ DB = 4\sqrt{3} - 4 \quad (۴) \\ DC = 4 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \hat{E} = 45^\circ \\ \hat{F} = 75^\circ \quad (۳) \\ EF = 4 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} EF = 4 \\ FG = 4\sqrt{3} - 4 \quad (۲) \\ GF = 6 \end{array} \right.$ | $\left\{ \begin{array}{l} \hat{E} = 45^\circ \\ \hat{F} = 75^\circ \quad (۱) \\ \hat{G} = 60^\circ \end{array} \right.$ |
|---|---|---|---|

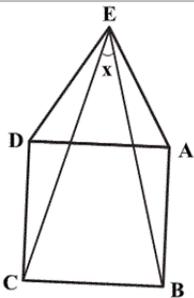
۵۹- در شکل زیر، ضلع‌های مثلث ABC بر دایره مماس هستند. اگر $AB + AC = 18$ و $BC = 10$ باشد، اندازه AM کدام است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۴
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۰

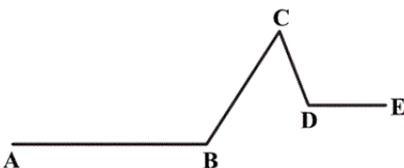
ریاضی نهم، حل مسئله در هندسه - ۴ سوال

۵۴- در شکل مقابل، ABCD مربع و ADE متساوی‌الاضلاع است. اندازه زاویه x کدام است؟ (شکل، دو بعدی است.)



- (۱) 15°
- (۲) 25°
- (۳) 30°
- (۴) 45°

۴۶- در شکل مقابل، $AB \parallel DE$ و $\hat{C} = 25^\circ$ و $\hat{D} = 105^\circ$ است. اندازه زاویه ABC کدام است؟



- (۱) 100°
- (۲) 130°
- (۳) 105°
- (۴) 120°

۴۷- نیمساز زاویه‌های داخلی یک مستطیل، مربعی می‌سازند که دو رأس آن روی محیط مستطیل است. نسبت اضلاع این مستطیل کدام است؟

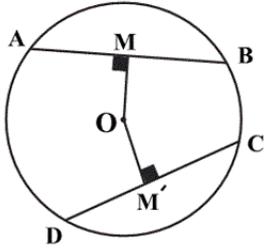
(۲) $\sqrt{2}$

(۴) ۲

(۱) $\frac{4}{3}$

(۳) $2\sqrt{2}$

۴۴- در شکل روبه‌رو اگر $AM = DM'$ باشد، چه تعداد از تساوی‌های زیر حتماً درست است؟ (O مرکز دایره است.)



(ج) $OM = OM'$

(ب) $CM' = AM$

(الف) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

(ه) $MB = \frac{CD}{2}$

(د) $\widehat{BC} = \frac{\widehat{AD}}{2}$

(۲) ۳

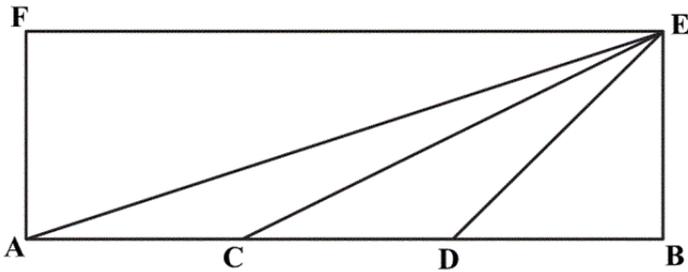
(۴) ۵

(۱) ۲

(۳) ۴

ریاضی نهم، شکل‌های متشابه - سوال ۳ -

۴۸- طول مستطیل AFEB، ۳ برابر عرض آن است. از رأس E سه خط به نقاط A، C و D، مطابق شکل زیر، رسم می‌کنیم؛ به طوری که



$AC = CD = DB$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

(۱) $\triangle EAF$ و $\triangle EBD$ متشابه هستند.

(۲) $\triangle EBC$ و $\triangle EBD$ متشابه هستند.

(۳) $\triangle CDE$ و $\triangle AED$ متشابه هستند.

(۴) $\triangle ECB$ و $\triangle EFA$ متشابه هستند.

۵۱- دو زاویه مثلثی، ۲۵ و ۷۰ درجه هستند. دو زاویه مثلثی دیگر نیز، ۷۵ و ۷۰ درجه هستند. کدام گزینه در مورد این دو مثلث، الزاماً درست است؟

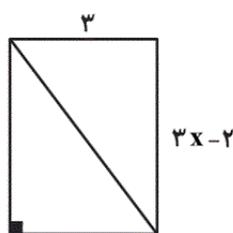
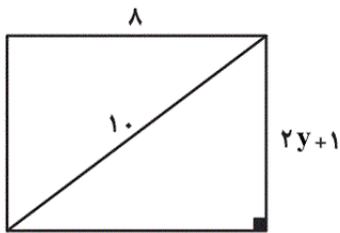
(۱) دو مثلث متشابه هستند.

(۲) در صورتی که اضلاع بین آن زاویه‌ها مساوی باشند، دو مثلث متشابه هستند.

(۳) در صورتی که اضلاع بین آن زاویه‌ها متناسب باشند، دو مثلث متشابه هستند.

(۴) دو مثلث متشابه نیستند.

۵۲- دو مستطیل زیر، متشابه هستند. حاصل xy کدام می‌تواند باشد؟



(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) ۵

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) $\frac{15}{4}$

ریاضی نهم، توان صحیح - سوال ۱ -

۴۹- مجموع ارقام عدد $(10^{(2n+3)} + 3)^2$ کدام است؟ (n عددی طبیعی است.)

(۴) ۱۹

(۳) ۱۶

(۲) ۲۴

(۱) ۹

۵۸- طول یک مربع 0.00024 سانتی متر است. مساحت این مربع چند مترمربع است؟

- (۱) $5/76 \times 10^{-8}$ (۲) $5/76 \times 10^{-12}$ (۳) $5/76 \times 10^{-10}$ (۴) $5/76 \times 10^{-14}$

۵۶- یک ماده شیمیایی، در طی یک شبانه روز، مقدارش نصف می شود. پس از دو روز، باقی مانده 0.000480 گرم از این ماده شیمیایی، کدام است؟

- (۱) $1/2 \times 10^{-4}$ (۲) $1/2 \times 10^{-2}$ (۳) $1/6 \times 10^{-4}$ (۴) $1/6 \times 10^{-1}$

۶۰- اگر $A = 7/2 \times 10^{-5}$ و $B = 4/5 \times 10^8$ باشند، حاصل ضرب A در B به صورت نماد علمی کدام است؟

- (۱) $32/4 \times 10^3$ (۲) $3/24 \times 10^4$ (۳) 324×10^2 (۴) $3/24 \times 10^3$

ریاضی نهم- سوالات موازی، **قدر مطلق و محاسبه تقریبی** - ۴ سوال

۶۱- اگر $a = \sqrt{2} - 1$ ، $b = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ و $c = 2\frac{1}{4}$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟ ($\sqrt{3} \approx 1/7$ ، $\sqrt{2} \approx 1/4$)

- (۱) $8 - \sqrt{3} + 2\sqrt{2}$ (۲) $8 - 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$ (۳) $6 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$ (۴) $6 - 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

۶۲- a، b و c سه عدد حقیقی دلخواه هستند، در این صورت، عبارت موجود در کدام یک از گزینه های زیر، همواره برقرار نیست؟ ($b, c \neq 0$) (نگاه به گذشته)

- (۱) $\frac{|a|}{|b|} = \frac{\sqrt{a^2}}{|b|}$
 (۲) $|a + b + c| \leq |a + b| + |c|$
 (۳) $|b| \leq |-a + b| + |a - 2b|$
 (۴) $\frac{|a - |b||}{|c|} \leq \frac{|a + b|}{c}$

۶۳- اگر $a < 0 < b$ و $|b| < |a|$ باشد، حاصل $-|a + b| + |-2b| + |-3a|$ کدام است؟

- (۱) $2a + b$ (۲) $-4a - 2b$ (۳) $-4a + b$ (۴) $2a - 2b$

۶۹- حاصل $|x - a| + |x - b|$ به ازای $x = \frac{a + b}{2}$ ، با شرط $a > b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{a - b}{2}$ (۳) $a - b$ (۴) $a + b$

ریاضی نهم- سوالات موازی، **استدلال** - ۲ سوال

۶۴- فرض کنید سه جمله زیر درست اند:

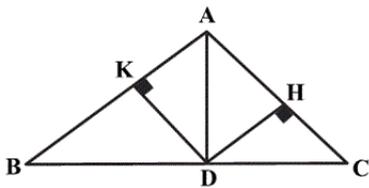
- بعضی گاری‌ها حرکت نمی‌کنند. - همه گاری‌های قرمز حرکت می‌کنند. - هر گاری یک وسیله کاربردی است.
- کدام یک از جملات زیر حتماً درست است؟
- A: بعضی از وسایل کاربردی حرکت نمی‌کنند.
- B: بعضی از وسایل کاربردی قرمز هستند.
- C: همه وسایل کاربردی قرمز هستند.
- (۱) B (۲) B و A (۳) C و B (۴) هیچ کدام

۶۵- از جملات «همه شرکت‌کنندگان آزمون‌های قلم‌چی دانش‌آموز هستند» و «برخی از شرکت‌کنندگان آزمون‌های قلم‌چی، درس ریاضی را ۱۰۰٪ می‌زنند»

- کدام یک از نتایج زیر حاصل نمی‌شود؟
- (۱) همه دانش‌آموزان ریاضی را ۱۰۰٪ می‌زنند.
- (۲) برخی از دانش‌آموزان ریاضی را ۱۰۰٪ نمی‌زنند.
- (۳) برخی از شرکت‌کنندگان آزمون‌های قلم‌چی ریاضی را ۱۰۰٪ نمی‌زنند.
- (۴) برخی از دانش‌آموزان ریاضی را ۱۰۰٪ می‌زنند.

ریاضی نهم- سوالات موازی، **همنهشتی مثلث‌ها** - ۴ سوال

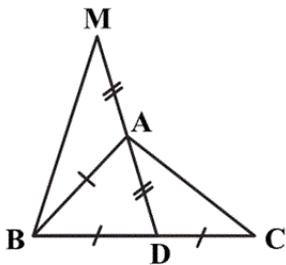
۷۶- در شکل زیر، AD نیمساز زاویه A و $AB > AC$ است. کدام گزینه درست است؟



- (۱) $AH > AK$
- (۲) $AH < AK$
- (۳) $AH = AK$

(۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۷۷- در شکل مقابل، $\hat{M} + \hat{C} = 72^\circ$ است. متمم زاویه \hat{ABC} چند درجه است؟



- (۱) 36°
- (۲) 148°
- (۳) 54°
- (۴) 128°

۷۹- در چند تا از شکل‌های زیر، قطرهای نیمساز هستند؟

«مربع، لوزی، متوازی‌الاضلاع، مستطیل، دوزنقه متساوی‌الساقین»

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

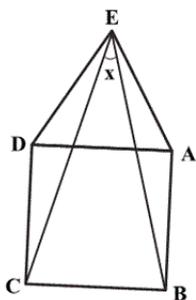
۸- مثلث $\triangle ABC$ با مشخصات $\hat{B} = 45^\circ$ و $\hat{C} = 75^\circ$ و $AB = 4$ و $AC = 4\sqrt{3} - 4$ ، با کدام یک از مثلث‌ها با مشخصات زیر، حتماً هم‌نهشت است؟

$$\begin{cases} EF = 4 \\ FG = 4\sqrt{3} - 4 \quad (2) \\ GF = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{E} = 45^\circ \\ \hat{F} = 75^\circ \quad (1) \\ \hat{G} = 60^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{D} = 60^\circ \\ DB = 4\sqrt{3} - 4 \quad (4) \\ DC = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} \hat{E} = 45^\circ \\ \hat{F} = 75^\circ \quad (3) \\ EF = 4 \end{cases}$$

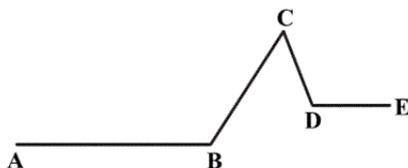
ریاضی نهم- سوالات موازی، حل مسئله در هندسه - ۷ سوال

۷۸- در شکل مقابل، $ABCD$ مربع و ADE متساوی‌الاضلاع است. اندازه x کدام است؟ (شکل، دو بعدی است).



- (۱) 15°
- (۲) 25°
- (۳) 30°
- (۴) 45°

۷۳- در شکل مقابل، $AB \parallel DE$ و $\hat{C} = 25^\circ$ و $\hat{D} = 105^\circ$ است. اندازه زاویه \hat{ABC} کدام است؟

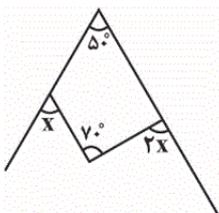


- (۱) 100°
- (۲) 130°
- (۳) 105°
- (۴) 120°

۷۴- نیمساز زاویه‌های داخلی یک مستطیل، مربعی می‌سازند که دو رأس آن روی محیط مستطیل است. نسبت اضلاع این مستطیل کدام است؟

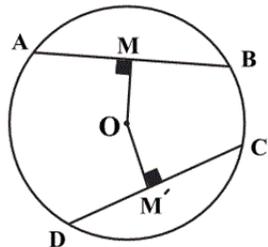
- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $2\sqrt{2}$
- (۴) ۲

۷۰- در شکل زیر، مقدار x بر حسب درجه کدام است؟



- (۱) 30°
- (۲) 35°
- (۳) 40°
- (۴) 45°

۷۱- در شکل روبه‌رو اگر $AM = DM'$ باشد، چه تعداد از تساوی‌های زیر حتماً درست است؟ (O مرکز دایره است.)



(ج) $OM = OM'$

(ب) $CM' = AM$

(الف) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$

(هـ) $MB = \frac{CD}{2}$

(د) $\widehat{BC} = \frac{\widehat{AD}}{2}$

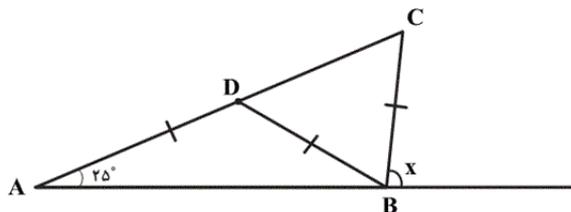
(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

۶۶- در شکل مقابل مقدار x کدام است؟ ($\hat{A} = 25^\circ$)



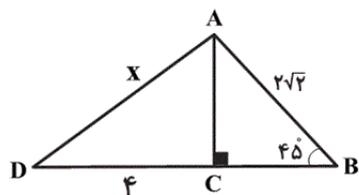
(۱) 65°

(۲) 75°

(۳) 80°

(۴) 90°

۶۷- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۴) ۶

ریاضی نهم- سوالات موازی، **شکل های متشابه** - سوال ۳ -

۶۸- دو مثلث ABC و DEF متشابهند. اگر طول ضلع‌های مثلث ABC، ۳، ۵ و ۷ و طول کوچک‌ترین ضلع مثلث DEF، ۱۲ باشد، محیط مثلث

DEF کدام است؟

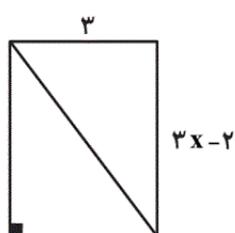
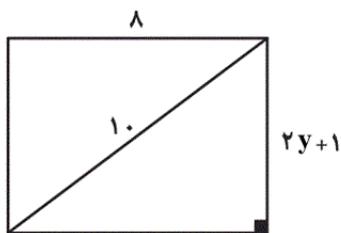
(۴) ۶۰

(۳) ۴۵

(۲) ۳۰

(۱) ۱۵

۷۷- دو مستطیل مقابل، متشابه هستند. حاصل xy کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$

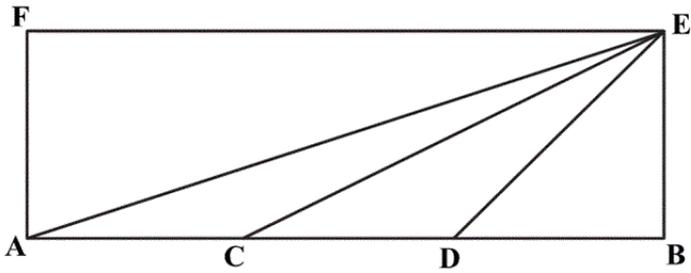
(۲) ۵

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) $\frac{15}{4}$

۷۵- طول مستطیل AFEB، ۳ برابر عرض آن است. از رأس E سه خط به نقاط A، C و D، مطابق شکل زیر، رسم می‌کنیم؛ به طوری که

$AC = CD = DB$. در این صورت کدام گزینه درست است؟



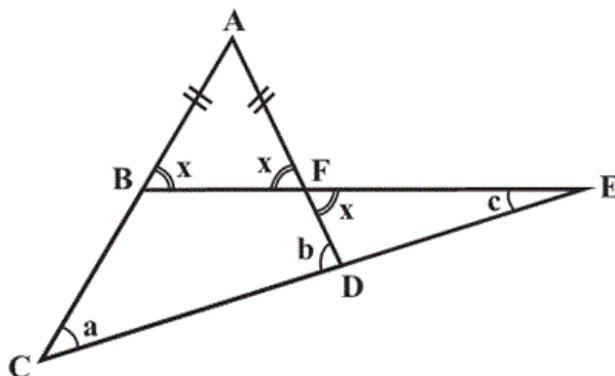
(۱) $\triangle EAF$ و $\triangle EBD$ متشابه هستند.

(۲) $\triangle EBC$ و $\triangle EBD$ متشابه هستند.

(۳) $\triangle CDE$ و $\triangle AED$ متشابه هستند.

(۴) $\triangle ECB$ و $\triangle EFA$ متشابه هستند.

(نگاه به گذشته: کتاب آبی)



$x = a + c$ زاویه خارجی مثلث BEC می باشد، پس داریم:

$b = x + c$ و زاویه خارجی مثلث DFE می باشد، پس داریم:
حال با جای گذاری x در رابطه b داریم:

$$b = x + c \Rightarrow b = (a + c) + c \Rightarrow b = a + 2c$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه های ۳۳ تا ۳۴)

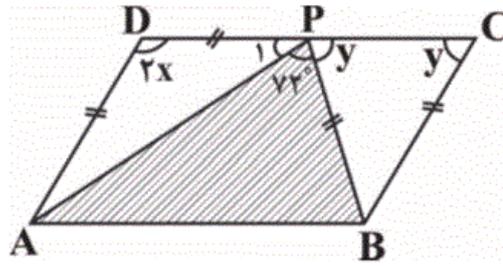
۴ ✓

۳

۲

۱

(نگاه به گذشته: کتاب آبی)

از برابر بودن $AD = BC = BP = DP$ نتیجه می‌شود، مثلث‌های $\triangle ADP$ و $\triangle PBC$ متساوی‌الساقین هستند. پس داریم:

$$\hat{P}_1 = \frac{180^\circ - 2x}{2} = 90^\circ - x$$

$$\hat{P}_1 + 72^\circ + y = 180^\circ \xrightarrow{\hat{P}_1 = 90^\circ - x} 90^\circ - x + 72^\circ + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow y - x + 162^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow y - x = 180^\circ - 162^\circ$$

$$\Rightarrow y - x = 18^\circ \Rightarrow y = 18^\circ + x$$

از طرفی در هر متوازی‌الاضلاع زاویه‌های مجاور، مکمل یکدیگرند، یعنی

$$\hat{D} + \hat{C} = 180^\circ$$

داریم:

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید جعفری کاف‌آباد)

در هر متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبه‌رو با هم مساوی‌اند ولی قطرهای لزوماً با هم برابر نیستند.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

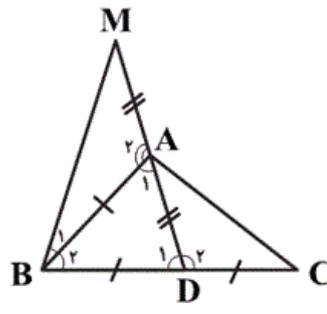
۴ ✓

۳

۲

۱

(آرش دانشفر)



$$AB = DC \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{A}_2$$

$$\begin{cases} \hat{A}_2 = \hat{D}_2 \\ AM = AD \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle MAB \cong \triangle ADC \Rightarrow \hat{C} = \hat{B}_1 \\ AB = DC \end{cases}$$

طبق صورت سؤال: $\hat{M} + \hat{C} = 72^\circ$

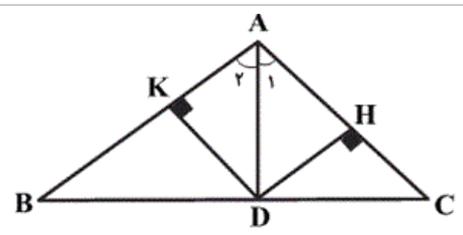
$$\xrightarrow[\triangle AMB \text{ زاویه خارجی } \hat{A}_1]{\hat{C} = \hat{B}_1} \hat{M} + \hat{B}_1 = 72^\circ = \hat{A}_1 \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = 72^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{D}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = 36^\circ$$

$$90^\circ - 36^\circ = 54^\circ \leftarrow 36^\circ \text{ متمم}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

- ۱ ۲ ۳ ۴



$$\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AH = AK$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه ۱۴۸)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(علی بهرمندپور)

طبق حالت دو ضلع و زاویه بین، دو مثلث ABC و ADC هم‌نهشت هستند؛ بنابراین، باید $BC = DC$ باشد. در نتیجه مثلث BCD متساوی‌الساقین است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

- ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \text{ ضلع} \\ BC = DC \text{ ضلع} \\ AC = AC \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

$$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \text{AC نیم‌ساز زاویه A است.}$$

به همین ترتیب، برای سایر زوایا نیز قابل اثبات است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۴

۳

۲

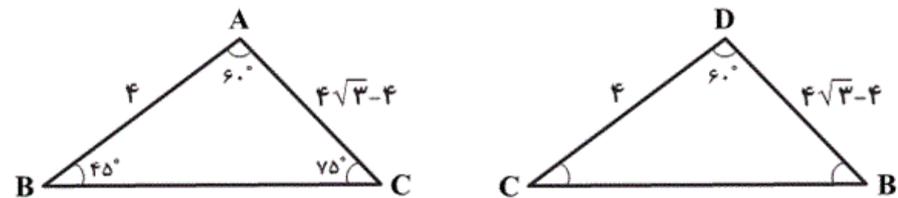
۱ ✓

(میه مشتاق‌نظم)

-۵۷

زاویه سوم مثلث ABC برابر است با: $\hat{A} = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$

طبق گزینه‌ها، مثلث ABC با مثلث DBC در حالت (ض ض ض) هم‌زهشت است.



(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی)

-۵۹

می‌دانیم در مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره، پاره‌خط‌های ایجاد شده با یک‌دیگر مساوی‌اند.

$$BM = BF, \quad CF = CH, \quad AH = AM$$

$$\left. \begin{array}{l} AB + AC = 18 \\ BC = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} AM + BM + AH + CH = 18 \\ BF + CF = 10 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}}$$

$$AM + \cancel{BM} + AH + \cancel{CH} - \cancel{BF} - \cancel{CF}$$

$$= AM + AH = 18 - 10 = 8$$

$$2AM = 8 \Rightarrow AM = 4$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی بهرمندیپور)

$$\left. \begin{aligned} \hat{ADC} = 90^\circ \\ \hat{ADE} = 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{EDC} = 15^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{EDC} = 15^\circ \\ DE = DA = DC \Rightarrow \triangle DEC \text{ متساوی الساقین} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{DEC} = \hat{DCE} = 15^\circ$$

به طور مشابه: $\hat{BEA} = 15^\circ$ در نتیجه:

$$x = \hat{DEA} - \hat{DEC} - \hat{BEA} = 60^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

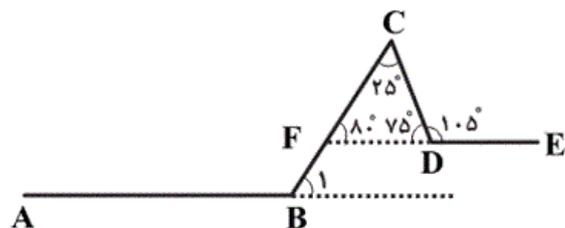
۲

۱

(بهراد موسوی)

خطوط AB و DE را امتداد می‌دهیم تا مثلث FCD تشکیل شود.

$$DE \parallel AB \text{ و } BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{F} = 8^\circ$$



$$\hat{ABC} = 18^\circ - 8^\circ = 10^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

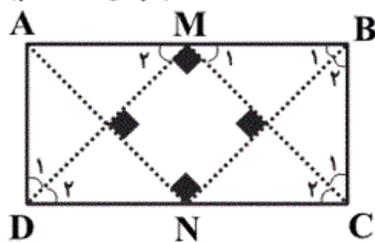
۴

۳

۲

۱ ✓

(آرش دانشفر)



$$\triangle CBM \text{ مثلث} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = 45^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow \hat{M}_1 = 45^\circ \Rightarrow MB = BC$$

مثلث متساوی الساقین است.

$$\triangle DAM \text{ مثلث} \rightarrow \left\{ \begin{aligned} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{D}_1 = 45^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow \hat{M}_2 = 45^\circ \Rightarrow AM = AD$$

بنابراین:

$$AB = AM + MB = 2AD$$

طول ۲ برابر عرض است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

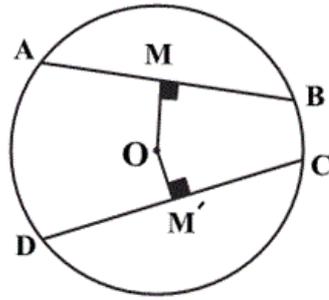
۴ ✓

۳

۲

۱

(آرش دانشفر)



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شعاع دایره: } AO = DO \\ AM = DM' \end{array} \right. \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \triangle AMO \cong \triangle OM'D$$

$$\Rightarrow OM = OM'$$

نکته: اگر از مرکز دایره بر هر وتری داخل دایره عمود کنیم، این عمود، وتر را نصف نیز می‌کند.

$$OM \perp AB \rightarrow AM = MB$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AM = MB = \frac{AB}{2} \\ DM' = CM' = \frac{DC}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{AM=DM'} \left\{ \begin{array}{l} MB = \frac{CD}{2} \\ AB = DC \\ CM' = AM \end{array} \right.$$

وقتی دو وتر با هم برابر باشند کمان روبه‌روی آن‌ها هم با هم برابر است.

$$AB = DC \rightarrow \widehat{AB} = \widehat{DC}$$

راجع به کمان‌های \widehat{AD} و \widehat{BC} نمی‌توان اظهارنظر کرد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش دانشفر)

$$AC = CD = DB = BE = a$$

اندازه عرض مستطیل:

$$DE^2 = DB^2 + EB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \rightarrow DE = \sqrt{2}a$$

$$CE^2 = CB^2 + EB^2 = (2a)^2 + (a)^2 = 5a^2 \rightarrow CE = \sqrt{5}a$$

$$AE^2 = EB^2 + AB^2 = (a)^2 + (3a)^2 = 10a^2 \rightarrow AE = \sqrt{10}a$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{AE}{CE} = \frac{\sqrt{10}a}{\sqrt{5}a} = \sqrt{2} \\ \frac{DE}{CD} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2} \\ \frac{AD}{DE} = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{2} \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{l} \triangle CDE \\ \triangle AED \end{array} \text{ متشابه است.}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عاصف ممبئی)

-۵۱

$$\text{زاویه سوم} \rightarrow 180^\circ - (35^\circ + 7^\circ) = 75^\circ$$

$$\text{زاویه سوم} \rightarrow 180^\circ - (7^\circ + 75^\circ) = 35^\circ$$

پس هر دو مثلث دارای سه زاویه 35° ، 7° و 75° هستند و می‌دانیم اگر دو مثلث دلخواه، زوایای نظیر به نظیر برابر داشته باشند، با هم متشابهند.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عاصف ممبئی)

چون دو مستطیل متشابهند، پس تمام اضلاع و قطرهای نظیر، نسبت برابر دارند. بنابر رابطه فیثاغورس در مستطیل بزرگ‌تر داریم:

$$10^2 = 8^2 + (2y+1)^2 \Rightarrow 2y+1 = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$$

$$\Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$\text{نسبت اضلاع: نسبت تشابه} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x-2}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x-2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x \times y = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(آرش دانشفر)

-۴۹

از سال هشتم به یاد داریم:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(10^{2n+3} + 3)^2 = (10^{2n+3})^2 + 3^2 + 2(3 \times 10^{2n+3})$$

$$= 10^{4n+6} + 9 + 6 \times 10^{2n+3} = \overbrace{100\dots600\dots9}^{\text{رقم } 4n+6}$$

رقم $2n+3$

۱۶ = ۹ + ۶ + ۱: مجموع ارقام این عدد

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی اجمند)

-۵۸

هر متر، ۱۰۰ سانتی‌متر است، بنابراین طول ضلع مربع برابر است با:

$$a = \frac{24 \times 10^{-5}}{100} = 2/4 \times 10^{-6} \text{ (متر)}$$

بنابراین مساحت مربع برابر است با: (مترمربع) $S = a^2 = 5/76 \times 10^{-12}$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی بهرمندیپور)

$$0/000480 = 4/8 \times 10^{-4}$$

$$\frac{4/8 \times 10^{-4}}{2} = 2/4 \times 10^{-4}$$

بعد از یک شبانه‌روز:

$$\frac{2/4 \times 10^{-4}}{2} = 1/2 \times 10^{-4}$$

بعد از دو شبانه‌روز:

(توان و ریشه، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی)

$$A \times B = (7/2 \times 10^{-5}) \times (4/5 \times 10^1)$$

$$= (7/2 \times 4/5) \times (10^{-5} \times 10^1) = 32/4 \times 10^{-3}$$

$$= (3/24 \times 10) \times 10^{-3} = 3/24 \times 10^{-4}$$

(توان و ریشه، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(نگاه به گذشته: علی ارجمند)

$$\sqrt{2} = 1/4, \sqrt{3} = 1/7$$

$$|a+b| = |\sqrt{2}-1+\sqrt{2}-\sqrt{3}| = \overbrace{|\sqrt{2}-1-\sqrt{3}|}^{\text{مثبت}} = 2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}$$

$$|a-b-c| = \left| \sqrt{2}-1-\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\frac{1}{2} \right| = \overbrace{|\sqrt{3}-1-2\frac{1}{2}|}^{\text{منفی}} = 3\frac{1}{2}-\sqrt{3}$$

$$|a+b| + 2|a-b-c| = 2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1+7-2\sqrt{3} = 2\sqrt{2}-3\sqrt{3}+6$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۱۹ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی)

$$\begin{aligned} \left| \frac{a+b}{2} - a \right| + \left| \frac{a+b}{2} - b \right| &= \left| \frac{a+b-2a}{2} \right| + \left| \frac{a+b-2b}{2} \right| \\ &= \left| \frac{b-a}{2} \right| + \left| \frac{a-b}{2} \right| = \frac{a-b}{2} + \frac{a-b}{2} = \frac{2a-2b}{2} \\ &= \frac{2(a-b)}{2} = a-b \end{aligned}$$

(عددهای حقیقی، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(آرش دانشفر)

-۶۴

از آن جایی که هر گاری یک وسیله کاربردی بوده و بعضی از گاری‌ها، حرکت نمی‌کنند، می‌توان گفت بعضی از وسایل کاربردی حرکت نمی‌کنند. هم‌چنین رنگ بعضی از گاری‌ها، قرمز است. پس می‌توان گفت بعضی از وسایل کاربردی، قرمز هستند.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴

۳

۲✓

۱

(عاصف ممبئی)

-۶۵

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: با توجه به صورت سؤال، گزاره‌ای درباره همه دانش‌آموزان موجود نبوده و تنها می‌توان گفت برخی از دانش‌آموزان، درس ریاضی را ۱۰۰٪ درست پاسخ می‌دهند و نه همه آن‌ها.

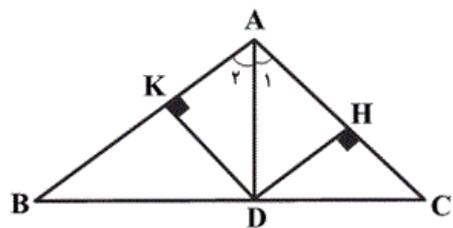
۴

۳

۲

۱✓

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \text{ : نیمساز} \\ AD = AD \text{ : ضلع مشترک} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{وتر و}} \\ \xrightarrow{\text{زاویہ تند}} \end{array} \Delta ADH \cong \Delta ADK$$



$$\xrightarrow{\text{تساوی اجزای متناظر}} AH = AK$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحہ ۱۴۸)

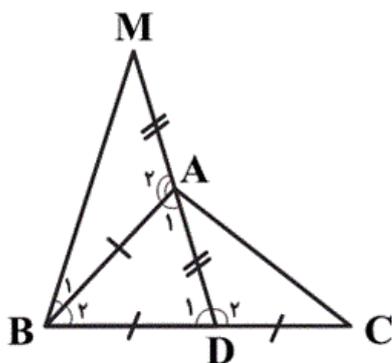
۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش دانشفر)



$$AB = DB \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{D}_2 = \hat{A}_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_2 = \hat{D}_2 \\ AM = AD \xrightarrow{\text{ض ض}} \Delta MAB \cong \Delta ADC \Rightarrow \hat{C} = \hat{B}_1 \\ AB = DC \end{array} \right.$$

طبق صورت سؤال: $\hat{M} + \hat{C} = 72^\circ$

$$\xrightarrow[\Delta AMB \text{ زاویہ خارجی } \hat{A}_1]{\hat{C} = \hat{B}_1} \hat{M} + \hat{B}_1 = 72^\circ = \hat{A}_1 \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 = 72^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{D}_1 + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow \hat{B}_2 = 36^\circ$$

$$90^\circ - 36^\circ = 54^\circ \leftarrow 36^\circ \text{ متمم}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحہ های ۳۷ تا ۱۴۸)

۴

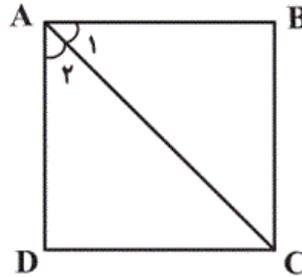
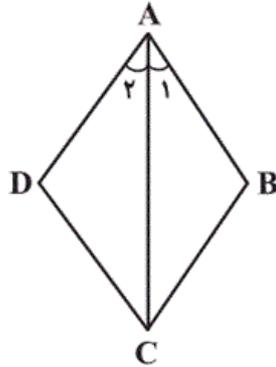
۳ ✓

۲

۱

(علی بهرمندیپور)

فقط در مربع و لوزی، قطرها، نیمساز زاویه رأس‌ها هستند. این استدلال برای مربع و لوزی به یک روش صورت می‌پذیرد.
 قطر AC از مربع و لوزی ABCD را رسم می‌کنیم.



$$\left. \begin{array}{l} AB = AD \text{ ضلع} \\ BC = DC \text{ ضلع} \\ AC = AC \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABC \cong \triangle ADC$$

$\Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow$ AC نیمساز زاویه A است.

به همین ترتیب، برای سایر زوایا نیز قابل اثبات است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۸)

۴

۳

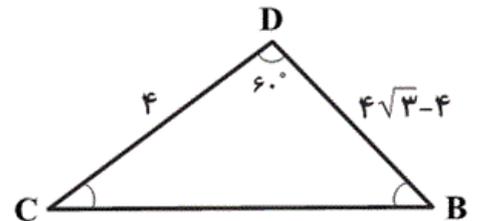
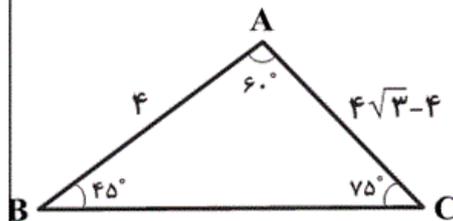
۲

۱ ✓

(میم مشتاق‌نظم)

زاویه سوم مثلث ABC برابر است با: $\hat{A} = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$

طبق گزینه‌ها، مثلث ABC با مثلث DBC در حالت (ض ض ض) هم‌نهشت است.



(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی بهرمندیپور)

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}DC = 90^\circ \\ \hat{A}DE = 60^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}DC = 15^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}DC = 15^\circ \\ DE = DA = DC \Rightarrow \triangle DEC \text{ متساوی الساقین} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}EC = \hat{D}CE = 15^\circ$$

به طور مشابه: $\hat{B}EA = 15^\circ$ در نتیجه:

$$x = \hat{D}EA - \hat{D}EC - \hat{B}EA = 60^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

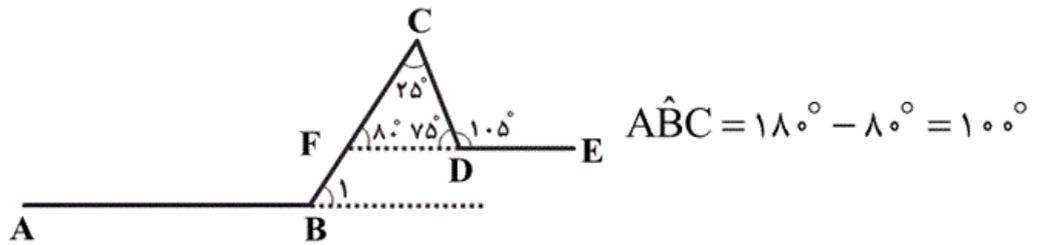
۱

(بهراد موسوی)

-۷۳

خطوط AB و DE را امتداد می‌دهیم تا مثلث FCD تشکیل شود.

$$DE \parallel AB \text{ و } BC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{F} = 8^\circ$$



$$\hat{A}BC = 180^\circ - 8^\circ = 10^\circ$$

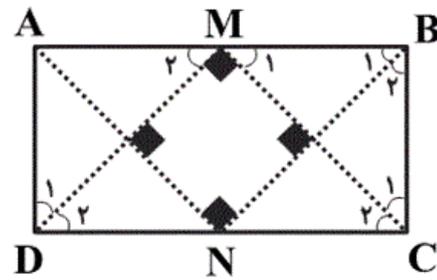
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$\Delta_{CBM} \text{ مثلث} \rightarrow \begin{cases} \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{C}_1 = 45^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_1 = 45^\circ \Rightarrow MB = BC$$

مثلث متساوی الساقین است.

$$\Delta_{DAM} \text{ مثلث} \rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{D}_1 = 45^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_2 = 45^\circ \Rightarrow AM = AD$$

بنابراین:

$$AB = AM + MB = 2AD$$

طول ۲ برابر عرض است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی)

-۷۰

مجموع زوایای هر ۴ ضلعی محدب، ۳۶۰ درجه است. پس داریم:

$$50^\circ + 70^\circ + (180^\circ - 2x) + (180^\circ - x) = 360^\circ \Rightarrow 120^\circ - 3x = 0$$

$$\Rightarrow x = 40^\circ$$

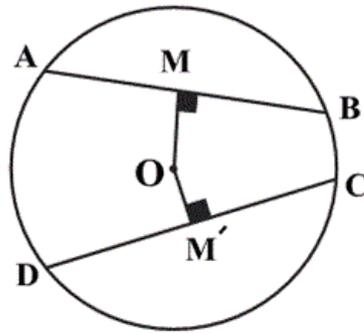
(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شعاع دایره: } AO = DO \\ AM = DM' \end{array} \right. \xrightarrow{\text{وتر و ضلع}} \triangle AMO \cong \triangle OM'D$$

$$\Rightarrow OM = OM'$$

نکته: اگر از مرکز دایره بر هر وتری داخل دایره عمود کنیم، این عمود، وتر را نصف نیز می‌کند.

$$OM \perp AB \rightarrow AM = MB$$

$$\left\{ \begin{array}{l} AM = MB = \frac{AB}{2} \\ DM' = CM' = \frac{DC}{2} \end{array} \right. \xrightarrow{AM=DM'} \left\{ \begin{array}{l} MB = \frac{CD}{2} \\ AB = DC \\ CM' = AM \end{array} \right.$$

وقتی دو وتر با هم برابر باشند کمان روبه‌روی آن‌ها هم با هم برابر است.

$$AB = DC \rightarrow \widehat{AB} = \widehat{DC}$$

راجع به کمان‌های BC و AD نمی‌توان اظهار نظر کرد.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی بهرمندپور)

-۶۶

مثلث ABD متساوی‌الساقین است: $\hat{A} = 25^\circ \Rightarrow \hat{B} = 25^\circ$

زاویه خارجی: $\hat{BDC} = \hat{B} + \hat{A} = 50^\circ$

$\xrightarrow{\triangle BDC \text{ متساوی‌الساقین}} \hat{C} = 50^\circ \Rightarrow \hat{CBD} = 80^\circ$

$\Rightarrow \hat{ABC} = 105^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی بهرمندیور)

$$\hat{B} = 45^\circ, \hat{C} = 90^\circ \Rightarrow \hat{CAB} = 45^\circ$$

بنابراین مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است؛ پس $AC = BC$ و طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 + BC^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow AC = AB = 2$$

و طبق قضیه فیثاغورس در مثلث ACD داریم:

$$AD^2 = DC^2 + AC^2 \Rightarrow AD^2 = 4^2 + 2^2 = 20$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

(علی بهرمندیور)

طول کوچک‌ترین ضلع مثلث ABC برابر ۳ است که با توجه به تشابه آن با مثلث DEF ، متناظر با ضلع کوچک DEF است؛ بنابراین نسبت تشابه، ۴ است. در نتیجه، طول اضلاع مثلث DEF به صورت ۱۲، ۲۰ و ۲۸ است که محیط آن برابر $60 = 28 + 20 + 12$ است.

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴✓

۳

۲

۱

$$10^2 = 8^2 + (2y+1)^2 \Rightarrow 2y+1 = \sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$$

$$\Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$$

$$\text{نسبت اضلاع: } \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3x-2}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow 3x-2 = 4 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow x \times y = 2 \times \frac{5}{2} = 5$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۴۹ تا ۵۸)

۴

۳

۲✓

۱

$$AC = CD = DB = BE = a$$

اندازه عرض مستطیل:

$$DE^2 = DB^2 + EB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \rightarrow DE = \sqrt{2}a$$

$$CE^2 = CB^2 + EB^2 = (2a)^2 + (a)^2 = 5a^2 \rightarrow CE = \sqrt{5}a$$

$$AE^2 = EB^2 + AB^2 = (a)^2 + (3a)^2 = 10a^2 \rightarrow AE = \sqrt{10}a$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{AE}{CE} = \frac{\sqrt{10}a}{\sqrt{5}a} = \sqrt{2} \\ \frac{DE}{CD} = \frac{\sqrt{2}a}{a} = \sqrt{2} \\ \frac{AD}{DE} = \frac{2a}{\sqrt{2}a} = \sqrt{2} \end{array} \right. \Rightarrow \Delta CDE \text{ متشابه } \Delta AED \text{ است.}$$

(استدلال و اثبات در هندسه، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱