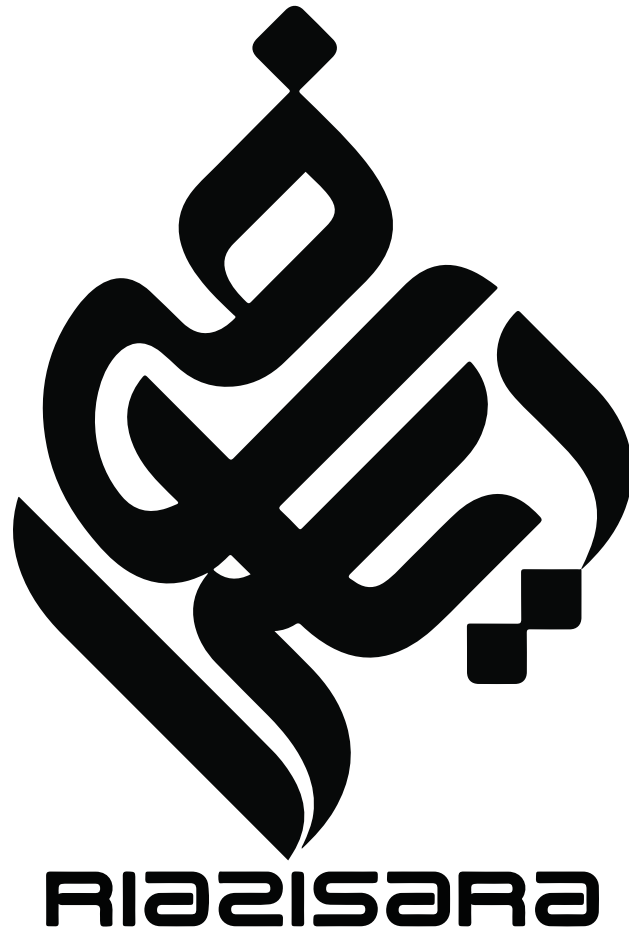




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



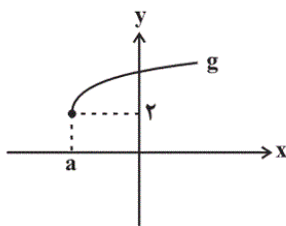
<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۲، آشنایی با برخی از انواع توابع - ۴ سوال



۹۷- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ و شکل مقابل نمودار تابع $g(x) = b - f(x)$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

۹۸- یک شرکت پستی برای ارسال بسته‌های کمتر از ۱ کیلوگرم ۲۰۰۰ تومان، از ۱ تا کمتر از ۲ کیلوگرم ۴۰۰۰ تومان و از ۲ تا کمتر از ۳ کیلوگرم ۶۰۰۰ تومان دریافت می‌کند و به همین ترتیب برای وزن‌های بعدی قیمت تغییر می‌کند. این شرکت برای ارسال بسته‌های چند کیلوگرمی، ۱۰۰ هزار تومان دریافت خواهد کرد؟

- (۱) ۳۰ تا ۳۱ کیلوگرمی (۲) ۴۹ تا ۵۰ کیلوگرمی (۳) ۵۰ تا ۵۱ کیلوگرمی (۴) ۵۹ تا ۶۰ کیلوگرمی

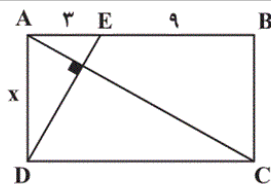
۹۹- اگر مجموعه جواب معادله $[2 - |x + 1|] = 1$ را به صورت $[a, b] - \{c\}$ نشان دهیم، حاصل $b - ac$ کدام است؟ (، [،] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۹۱- کدام یک از گزینه‌ها، ضابطه تابعی گویا با دامنه $R - \{-2\}$ است؟

- (۱) $f(x) = \frac{x}{\frac{1}{2} + \frac{1}{x}}$ (۲) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2} - \sqrt{-x}}$ (۳) $f(x) = \frac{x}{x-1}$ (۴) $f(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$

ریاضی ۲، تشابه مثلثات - ۴ سوال



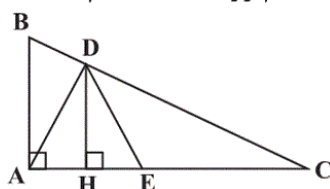
۹۲- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مستطیل است. مقدار x کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۸

۹۳- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها $\frac{64}{121}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر، ۲۴ واحد باشد، ضلع متناظر با آن در مثلث بزرگ‌تر چند واحد است؟

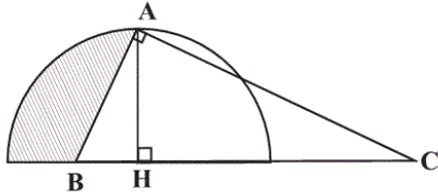
- (۱) ۲۷ (۲) ۳۰ (۳) ۳۳ (۴) ۳۶

۹۴- در شکل زیر $AD = DE = 5\sqrt{2}$ به نحوی رسم شده‌اند که $\frac{CE}{AE} = 3$ است. اگر $AB = 8$ باشد، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟



- (۱) ۱۶
(۲) ۳۲
(۳) ۴۸
(۴) ۶۴

۹۵- در شکل زیر رأس A از مثلث قائم‌الزاویه ABC روی نیم‌دایره‌ای به شعاع AH قرار دارد؛ اگر $AC = 4$ و $BC = 5$ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



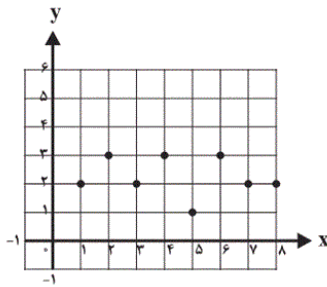
- (۱) $2/88\pi - 2/16$
 (۲) $1/44\pi - 2/16$
 (۳) $5/76\pi - 1/08$
 (۴) $4/41\pi - 1/08$

ریاضی ۲، وارون یک تابع و تابع یک به یک - ۵ سوال -

۱۰۰- نمودار تابع خطی f و وارون f از نقطه $(-2, 4)$ عبور می‌کنند. تابع f^{-1} محور xها را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۰۱- با حذف حداقل چند نقطه از نمودار تابع مقابل می‌توان آن را به یک تابع یک‌به‌یک تبدیل کرد؟



- (۱) ۶
 (۲) ۵
 (۳) ۴
 (۴) ۳

۱۰۲- اگر توابع f و g وارونپذیر باشند و داشته باشیم: $f(3x-1) = 2g(x+2) - 1$ و $g^{-1}(2) = 4$ ، آنگاه مقدار $f^{-1}(3)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) -۱ (۴) ۱

۱۰۳- تابع $f(x) = |2x-3| + 1$ با دامنه $[-1, 1]$ مفروض است. وارون تابع f کدام است؟

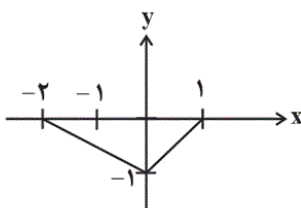
- (۱) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2; D_{f^{-1}} = [-1, 1]$
 (۲) $f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 2; D_{f^{-1}} = [2, 6]$
 (۳) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 1; D_{f^{-1}} = [-1, 1]$
 (۴) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + 1; D_{f^{-1}} = [-4, 0]$

۱۰۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر a، تابع $f(x) = -x^2 - ax + 1$ در فاصله $[-2, 1]$ یک‌به‌یک است؟

- (۱) $(-4, 2)$ (۲) $R - (-4, 2)$ (۳) $(-2, 4)$ (۴) $R - (-2, 4)$

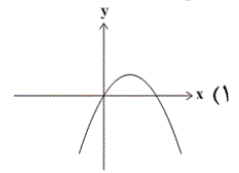
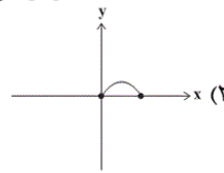
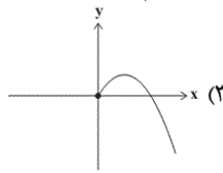
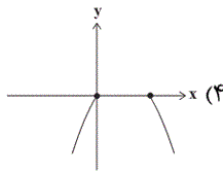
ریاضی ۲، تابع - ۳ سوال -

۱۰۵- اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = \frac{f(-1-x)+1}{f(x)}$ کدام است؟



- (۱) $[-2, 1)$
 (۲) $(-2, 1]$
 (۳) $[-2, 1]$
 (۴) $(-2, 1)$

۱۰۶- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{x} - x$ باشد، نمودار تابع $(f \times g)(x)$ کدام است؟



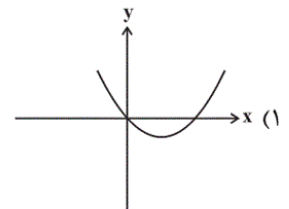
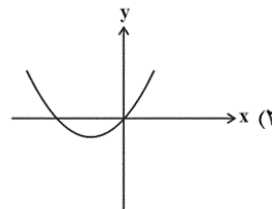
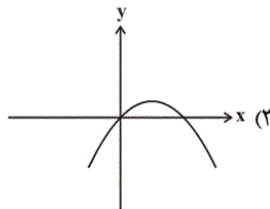
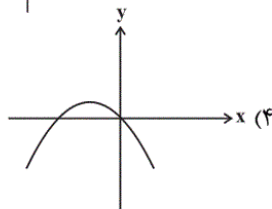
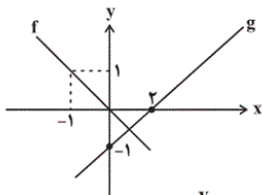
۱۱۰- برای دو تابع خطی f و g داریم: $(f+g)(x) = 2x-1$ و $(g-f)(x) = 8x-3$. حاصل $(f.g)(1)$ کدام است؟
 (۱) ۱۵ (۲) ۶ (۳) -۶ (۴) -۱۵

ریاضی ۲، ترکیبی - ۴ سوال

۹۶- کدام یک از خطهای زیر، نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ 1-\sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ را در نقاط بیشتری قطع می‌کند؟
 (۱) $y = -1$ (۲) $y = 0$ (۳) $y = 1$ (۴) $y = 2$

۱۰۷- اگر $f = \{(a,1), (1,b), (4,-1)\}$ و $f + f^{-1} = \{(1,7), (4,0)\}$ باشند، حاصل ab کدام است؟
 (۱) ۷ (۲) -۴ (۳) ۱۲ (۴) -۳

۱۰۸- اگر نمودارهای توابع f و g به صورت مقابل باشند، نمودار تابع $f \times g^{-1}$ شبیه کدام است؟



۱۰۹- اگر $f(x) = \sqrt{x+a}$ ، $g(x) = \sqrt{b-x}$ و $f+g = \{(-1,c)\}$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟
 (۱) صفر (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) ۲

ریاضی ۲- سوالات موازی، آشنایی با برخی از انواع توابع - ۶ سوال

۱۱۵- برای توابع $f(x) = \sqrt{x^2-4}$ و $g(x) = \sqrt{x-2} \times \sqrt{x+2}$ ، چند گزاره از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟
 الف) دامنه f و دامنه g با هم برابرند.

ب) به ازای مقادیری از x که f و g هر دو تعریف شده باشند، $f(x) = g(x)$

پ) دو تابع با هم برابرند.

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۱۶- هزینه بازسازی یک واحد ساختمانی تخریب شده در زلزله بر حسب x درصد تخریب از تابع $P(x) = \frac{40x}{101-x}$ محاسبه می‌شود که $P(x)$ هزینه بازسازی بر حسب میلیون تومان است. اگر $121/600/000$ تومان هزینه بازسازی یک‌واحد شده باشد، چند درصد از این واحد در زلزله تخریب شده است؟
 ۲۱ (۱) ۲۵ (۲) ۷۶ (۳) ۴۶ (۴)

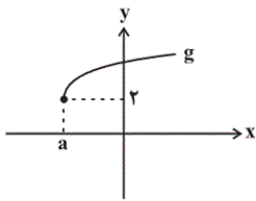
۱۱۷- برد تابع $f(x) = [x] + 1$ با دامنه $D_f = [-2, 2)$ چند عضو دارد؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۱۱۸- کدام یک از گزینه‌ها، ضابطه تابعی گویا با دامنه $R - \{-2\}$ است؟

(۱) $f(x) = \frac{x}{\frac{1}{x} + \frac{1}{2}}$ (۲) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2} - \sqrt{-x}}$ (۳) $f(x) = \frac{x}{x+2}$ (۴) $f(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$

۱۲۳- اگر $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$ و شکل مقابل نمودار تابع $g(x) = b - f(x)$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟



(۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

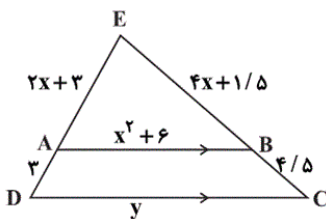
۱۲۴- یک شرکت پستی برای ارسال بسته‌های کمتر از ۱ کیلوگرم ۲۰۰۰ تومان، از ۱ تا کمتر از ۲ کیلوگرم ۴۰۰۰ تومان و از ۲ تا کمتر از ۳ کیلوگرم ۶۰۰۰ تومان دریافت می‌کند و به همین ترتیب برای وزن‌های بعدی قیمت تغییر می‌کند. این شرکت برای ارسال بسته‌های چند کیلوگرمی، ۱۰۰ هزار تومان دریافت خواهد کرد؟
 (۱) ۳۱ تا ۳۰ کیلوگرمی (۲) ۴۹ تا ۵۰ کیلوگرمی (۳) ۵۰ تا ۵۱ کیلوگرمی (۴) ۵۹ تا ۶۰ کیلوگرمی

ریاضی ۲- سوالات موازی، استدلال و قضیه ی تالس - ۴ سوال -

۱۱۱- اگر $\frac{3a+6}{12+2a} = \frac{3b+4}{8+2b}$ باشد، آن‌گاه نسبت $\frac{b}{a}$ کدام است؟

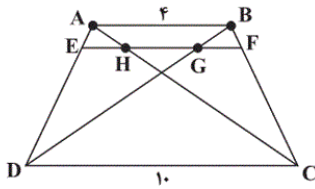
(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۴

۱۱۲- در شکل روبه‌رو ABCD یک دوزنقه است. حاصل $\frac{y-5x}{2}$ کدام است؟



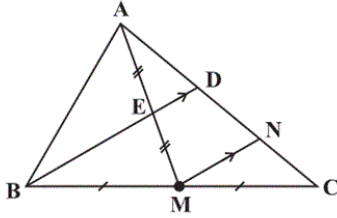
(۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۱/۵
(۴) ۱

۱۱۳- در شکل زیر ABCD ذوزنقه، $EF \parallel AB$ و $\frac{BF}{FC} = \frac{1}{4}$ می‌باشد. در این صورت حاصل $\frac{GH}{EH}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{7}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{6}{5}$

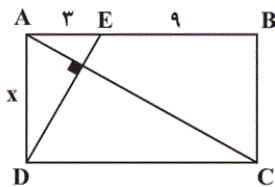
۱۱۴- در شکل زیر $BM = MC$ و $AE = EM$ است. حاصل $\frac{BE}{ED}$ کدام است؟ ($MN \parallel BD$)



- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) $\frac{3}{2}$

ریاضی ۲- سوالات موازی ، تشابه مثلثات - ۴ سوال

۱۱۹- در شکل مقابل چهارضلعی ABCD مستطیل است. مقدار x کدام است؟

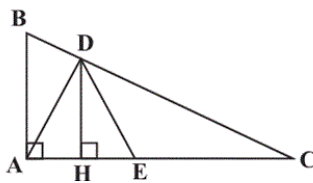


- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۸

۱۲۰- در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها $\frac{64}{121}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر، ۲۴ واحد باشد، ضلع متناظر با آن در مثلث بزرگ‌تر چند واحد است؟

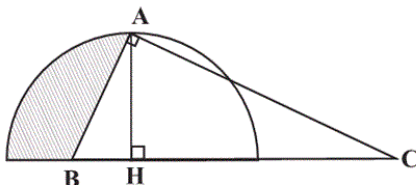
- (۱) ۲۷
(۲) ۳۰
(۳) ۳۳
(۴) ۳۶

۱۲۱- در شکل زیر $AD = DE = 5\sqrt{2}$ به نحوی رسم شده‌اند که $\frac{CE}{AE} = 3$ است. اگر $AB = 8$ باشد، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟



- (۱) ۱۶
(۲) ۳۲
(۳) ۴۸
(۴) ۶۴

۱۲۲- در شکل زیر رأس A از مثلث قائم‌الزاویه ABC روی نیم‌دایره‌ای به شعاع AH قرار دارد؛ اگر $AC = 4$ و $BC = 5$ باشد، مساحت ناحیه هاشورخورده کدام است؟



- (۱) $\frac{2}{88\pi} - \frac{2}{16}$
(۲) $\frac{1}{44\pi} - \frac{2}{16}$
(۳) $\frac{5}{76\pi} - \frac{1}{0.8}$
(۴) $\frac{4}{41\pi} - \frac{1}{0.8}$

ریاضی ۲- سوالات موازی ، وارون یک تابع و تابع یک به یک - ۶ سوال -

۱۲۵- اگر مجموعه جواب معادله $1 = [x+1] - [2-x]$ را به صورت $\{c\} - [a, b]$ نشان دهیم، حاصل $b - ac$ کدام است؟ ([،] نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۲
(۲) ۱
(۳) -۱
(۴) -۲

۱۲۶- نمودار تابع خطی f و وارون f از نقطه $(-۲, ۴)$ عبور می کنند. تابع $f^{-۱}$ محور x ها را در نقطه ای با کدام طول قطع می کند؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

صفر (۱)

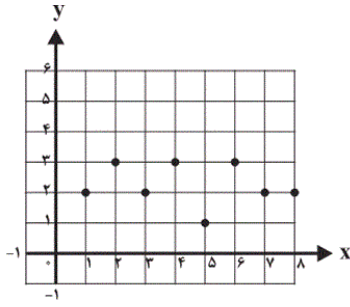
۱۲۷- با حذف حداقل چند نقطه از نمودار تابع مقابل می توان آن را به یک تابع یک به یک تبدیل کرد؟

۶ (۱)

۵ (۲)

۴ (۳)

۳ (۴)



۱۲۸- اگر توابع f و g وارونپذیر باشند و داشته باشیم: $f(۳x-۱) = ۲g(x+۲)-۱$ و $g^{-۱}(۲) = ۴$ مقدار $f^{-۱}(۳)$ کدام است؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

۱۲۹- تابع $f(x) = |۲x-۳|+۱$ با دامنه $[-۱, ۱]$ مفروض است. وارون تابع f کدام است؟

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{۲}x + ۲; D_{f^{-1}} = [۲, ۶] \quad (۲)$$

$$f^{-1}(x) = -\frac{1}{۲}x + ۲; D_{f^{-1}} = [-۱, ۱] \quad (۱)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{۲}x + ۱; D_{f^{-1}} = [-۴, ۰] \quad (۴)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{۲}x + ۱; D_{f^{-1}} = [-۱, ۱] \quad (۳)$$

۱۳۰- به ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تابع $f(x) = -x^۲ - ax + ۱$ در فاصله $[-۲, ۱]$ یک به یک است؟

$R - (-۲, ۴)$ (۴)

$(-۲, ۴)$ (۳)

$R - (-۴, ۲)$ (۲)

$(-۴, ۲)$ (۱)

-۹۷

(سید فیا هاشمی زاده)

$$g(x) = b - f(x) = b - (1 - \sqrt{x+1}) = \sqrt{x+1} + b - 1$$

با توجه به نمودار واضح است که $a = -1$ و $b - 1 = 2$ و در نتیجه
 $\Rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$ است. $b = 3$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۸

(حمید علیزاده)

$$\left. \begin{aligned} 0 < x < 1 &\rightarrow 2000 \text{ تومان} \\ 1 \leq x < 2 &\rightarrow 4000 \text{ تومان} \\ 2 \leq x < 3 &\rightarrow 6000 \text{ تومان} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow y = 2000[x] + 2000 = 10000 \Rightarrow 2[x] + 2 = 100$$

$$\Rightarrow 2[x] = 98 \Rightarrow [x] = 49 \Rightarrow 49 \leq x < 50$$

([]، نماد جزء صحیح است.)

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۹

(رمیم کوهی)

$$|2 - |x+1|| = 1 \Rightarrow 1 \leq 2 - |x+1| < 2$$

$$\xrightarrow{-2} -1 \leq -|x+1| < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 0 < |x+1| \leq 1$$

$$0 < |x+1| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} |x+1| > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{-1\} & (1) \\ |x+1| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x+1 \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x \in [-2, 0] - \{-1\} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b - ac = 0 - (-2)(-1) = -2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

۹۱-

(ریم مشتاق نظم)

گزینه «۱» تابعی گویا با دامنه $R - \{0, -2\}$ است. گزینه «۲» تابع گویا نیست. گزینه «۳» تابعی گویا با دامنه $R - \{1, -2\}$ است. فقط گزینه «۴» تابعی گویا با دامنه $R - \{-2\}$ است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰ و ۵۶)

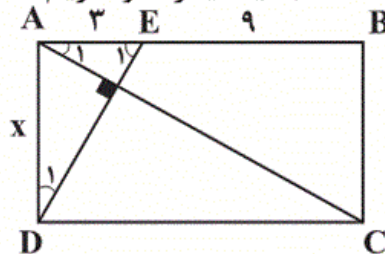
۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۲-

(سیدفیا هاشمی زاده)

$$\hat{A}_1 + \hat{E}_1 = \hat{D}_1 + \hat{E}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1$$

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه AED و BCA بنابر تساوی یک زاویه حاده و یک زاویه قائمه، مشابه یکدیگرند و داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۳-

(پوریا مهرث)

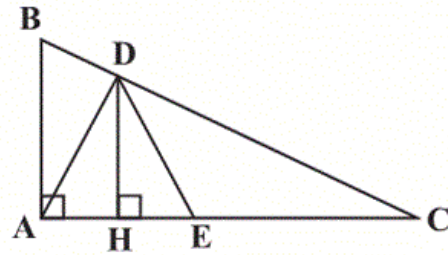
می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه یا همان نسبت اضلاع است. پس داریم:

$$\frac{64}{121} = \left(\frac{24}{x}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{8}{11} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 33$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

چون $\triangle ADE$ متساوی الساقین است، پس $AH = HE$ است. پس قرار می‌دهیم: $AH = HE = x$



از طرفی داریم:

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CE}{2x} = 3 \Rightarrow CE = 6x$$

چون DH و BA هر دو بر AC عمودند، پس:

$$\triangle DHC \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{DH}{BA} = \frac{CH}{CA} = \frac{6x + x}{6x + 2x} = \frac{7}{8}$$

چون $BA = 8$ است، پس $DH = 7$ خواهد بود.

$$\triangle AHD: (7)^2 + x^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow 49 + x^2 = 50 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $AC = 8x = 8$ است، در نتیجه داریم:

۴

۳

۲✓

۱

برای بدست آوردن مساحت ناحیه هاشورخورده باید مساحت مثلث ABH را از مساحت ربع دایره کم کنیم؛ به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه AH را محاسبه می‌کنیم. (AH برابر شعاع دایره است.)

$$\begin{cases} BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3 \\ AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \end{cases}$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 9 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} \times BH \times AH = \frac{1}{2} \times 1\frac{4}{5} \times 2\frac{2}{5} = 2\frac{1}{16}$$

$$S_{\text{ربع دایره}} = \frac{1}{4} \times \pi \times AH^2 = \frac{1}{4} \pi \times (2\frac{2}{5})^2 = 1\frac{1}{44}\pi$$

$$\Rightarrow S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\text{ربع دایره}} - S_{\triangle ABH} = 1\frac{1}{44}\pi - 2\frac{1}{16}$$

۴

۳

۲✓

۱

f^{-1} و f از نقطه $(-۲, ۴)$ عبور می کنند. پس داریم:

$$\Rightarrow (-۲, ۴) \in f \Rightarrow (۴, -۲) \in f^{-1}, (-۲, ۴) \in f^{-1}$$

$$m = \frac{-۲ - ۴}{۴ - (-۲)} = \frac{-۶}{۶} = -۱ \quad \text{معادله خط } f^{-1} \text{ را بدست می آوریم:}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\xrightarrow{(-۲, ۴) \in f^{-1}} y - ۴ = -۱(x - (-۲))$$

$$\Rightarrow y = -x + ۲ \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + ۲$$

$$\xrightarrow{f^{-1}(x)=0} 0 = -x + ۲ \Rightarrow x = ۲ \quad \text{طول از مبدأ}$$

نکته: اگر نمودار توابع خطی f و f^{-1} هر دو از نقطه ای خارج از خط

$y = x$ عبور کنند، f و f^{-1} بر هم منطبق اند و شیبشان (-۱) است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

۴ ✓ ۳ ۲ ۱

تنها یک نقطه با عرض ۱ وجود دارد که در یک به یک بودن تابع ایرادی وارد نمی کند و این نقطه حذف نمی شود.

از ۴ نقطه با عرض یکسان ۲، حداقل باید ۳ نقطه حذف شوند تا تابع یک به یک شود.

۴ ۳ ۲ ✓ ۱

$$g^{-1}(۲) = ۴ \Rightarrow g(۴) = ۲$$

با قراردادن $x = ۲$ در رابطه داده شده داریم:

$$f(۵) = ۲g(۴) - ۱ \Rightarrow f(۵) = ۲(۲) - ۱$$

$$\Rightarrow f(۵) = ۳ \Rightarrow f^{-1}(۳) = ۵$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

۴ ۳ ۲ ✓ ۱

-۱۰۳

(علی شهبازی)

اگر $-1 \leq x \leq 1$ باشد، حاصل عبارت داخل قدرمطلق منفی است.

$$\Rightarrow f(x) = |2x - 3| + 1 = -2x + 3 + 1 = -2x + 4$$

وارون تابع $y = -2x + 4$ را حساب می‌کنیم:

$$y = -2x + 4 \xrightarrow{x \text{ بر حسب } y} x = \frac{4 - y}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{جای } y, x]{\text{عوض کردن}} y = \frac{4 - x}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

حال برد f که همان دامنه f^{-1} است را بدست می‌آوریم:

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow 2 \leq -2x + 4 \leq 6$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, 6]$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

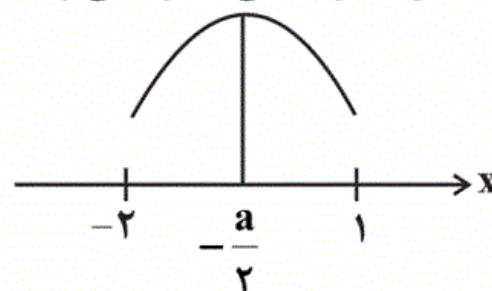
۳

۲✓

۱

-۱۰۴

(عادل حسینی)

مطابق شکل اگر طول رأس سهمی $(x = -\frac{a}{2})$ در داخل بازه $(-2, 1)$ قرار گیرد، تابع در این بازه یک‌به‌یک نمی‌شود. بنابراین $-\frac{a}{2}$ به جز بازه $(-2, 1)$ هر مقدار حقیقی دیگری می‌تواند اختیار کند.

$$-2 < -\frac{a}{2} < 1 \Rightarrow -4 < -a < 2 \Rightarrow -2 < a < 4$$

$$\Rightarrow a \in \mathbb{R} - (-2, 4)$$

بنابراین:

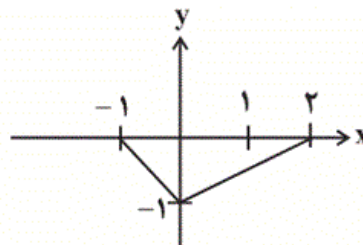
(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴✓

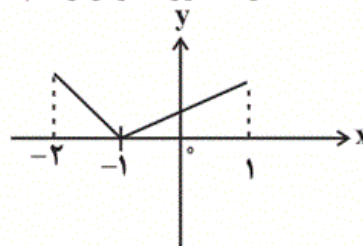
۳

۲

۱



حال نمودار $f(-1-x)+1$ را بصورت زیر رسم می کنیم:



دامنه تابع کسری y از اشتراک دامنه های تابع صورت و تابع مخرج،
منهای ریشه های تابع مخرج به دست می آید، بنابراین:

$$D_y = [-2, 1] \cap [-2, 1] - \{-2, 1\} = (-2, 1)$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۳ و ۶۵ تا ۷۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۰۶

(علی شهرابی)

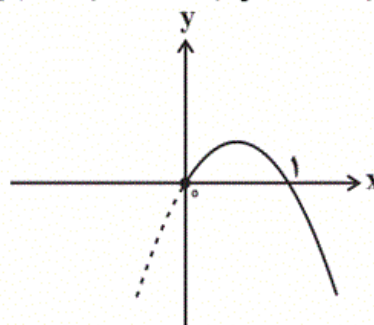
ابتدا دامنه تابع $f \times g$ را حساب می کنیم:

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty) \cap [0, +\infty) = [0, +\infty)$$

حال ضابطه $f \times g$ را بدست می آوریم:

$$(f \times g)(x) = (x + \sqrt{x})(-x + \sqrt{x}) = -x^2 + x = -x(x-1)$$

نمودار سهمی $y = -x(x-1)$ با دامنه $[0, +\infty)$ را رسم می کنیم:



(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی بهانگیری)

با در نظر گرفتن $f(x) = ax + b$ و $g(x) = cx + d$ خواهیم داشت:

$$(f + g)(x) = (a + c)x + b + d,$$

$$(g - f)(x) = (c - a)x + d - b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + c = 2 \\ c - a = 8 \end{cases} \Rightarrow c = 5, a = -3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b + d = -1 \\ d - b = -3 \end{cases} \Rightarrow d = -2, b = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(x) = -3x + 1 \\ g(x) = 5x - 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \cdot g)(1) = f(1) \times g(1) = (-2) \times (3) = -6$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳✓

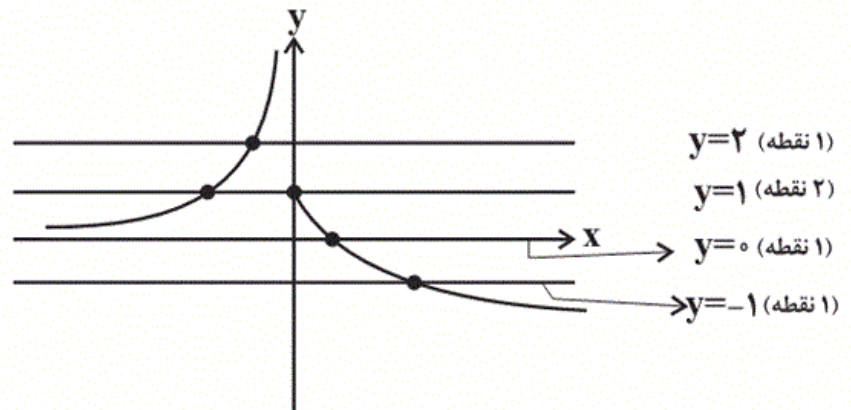
۲

۱

(علی شهبازی)

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ و خط‌های داده‌شده در ۴

گزینه را رسم می‌کنیم:



خط $y = 1$ ، تابع f را نسبت به خطوط دیگر، در تعداد نقاط بیشتری قطع می‌کند.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۶، ۶۸ و ۶۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$f^{-1} = \{(1, a), (b, 1), (-1, 4)\}$$

$$\Rightarrow f + f^{-1} = \{(1, a+b), (b, 0)\}$$

$$\Rightarrow b = 4, a + b = 7 \xrightarrow{b=4} a = 3 \Rightarrow ab = 12$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۴

۳✓

۲

۱

$$y = -2x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

و نمودار این تابع گزینه «۴» است.

روش دوم: با رسم نمودار تابع g^{-1} مشخص می‌شود که g^{-1} خطی با شیب مثبت بوده و محور x ها را در نقطه‌ای با طول منفی قطع می‌کند. پس تابع $f \times g^{-1}$ یک تابع درجه دوم با ضریب x^2 منفی بوده (حذف گزینه‌های ۱ و ۲) پس داریم:

$$(f \times g^{-1})(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ \text{یا} \\ g^{-1}(x) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \text{یا} \\ x = \text{عدد منفی} \end{cases}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۴✓

۳

۲

۱

می‌دانیم که $D_f = [-a, +\infty)$ و $D_g = (-\infty, b]$ و چون $D_{f+g} = \{-1\}$ بنابراین:

$D_f \cap D_g = \{-1\}$ و این وقتی امکان پذیر است که: $-a = b = -1$ باشد. داریم:

$$\Rightarrow f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = \sqrt{-1-x}$$

$$(f+g)(-1) = c \Rightarrow f(-1) + g(-1) = c$$

$$\Rightarrow 0 + 0 = c \Rightarrow c = 0 \Rightarrow a + b + c = 1 - 1 + 0 = 0$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ و ۶۵ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱✓

(علی بوانگیری)

$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$$

$$x^2 - 4 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 4 \Rightarrow |x| \geq 2$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

با توجه به اینکه دو تابع دامنه یکسانی ندارند موارد الف و پ نادرست خواهند بود.
مورد (ب) درست است. زیرا:

$$\xrightarrow{x \geq 2} \sqrt{x-2} \times \sqrt{x+2} = \sqrt{x^2 - 4}$$

$$\xrightarrow{x \geq 2} f(x) = g(x)$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۰ تا ۵۳)

۴

۳

۲✓

۱

(ریمیشقاق نظم)

میلیون تومان $121/6 = 121/600/000$ تومان

$$\Rightarrow \frac{40x}{101-x} = 121/6$$

$$\Rightarrow 40x = 12281/6 - 121/6x \Rightarrow 161/6x = 12281/6$$

$$\Rightarrow x = \frac{12281/6}{161/6} = 76 \text{ درصد}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمر بمیرایی)

$$-2 \leq x < -1 \Rightarrow [x] = -2 \Rightarrow f(x) = -1$$

$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow [x] = -1 \Rightarrow f(x) = 0$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow f(x) = 1$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow f(x) = 2$$

بنابراین شکل تابع به صورت زیر است و برد تابع ۴ عضو دارد.

۴

۳

۲✓

۱

(ارمیم مشتاق نظم)

گزینه «۱» تابعی گویا با دامنه $R - \{0, -2\}$ است. گزینه «۲» تابع گویا نیست. گزینه «۳» تابعی گویا با دامنه $R - \{1, -2\}$ است. فقط گزینه «۴» تابعی گویا با دامنه $R - \{-2\}$ است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰ و ۵۶)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

(سیدضیا هاشمی زاده)

$$g(x) = b - f(x) = b - (1 - \sqrt{x+1}) = \sqrt{x+1} + b - 1$$

با توجه به نمودار واضح است که $a = -1$ و $b - 1 = 2$ و در نتیجه $b = 3$ است.

$$\Rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

(حمید علیزاده)

$$\left. \begin{array}{l} 0 < x < 1 \rightarrow 2000 \text{ تومان} \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow 4000 \text{ تومان} \\ 2 \leq x < 3 \rightarrow 6000 \text{ تومان} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow y = 2000[x] + 2000 = 10000 \Rightarrow 2[x] + 2 = 100$$

$$\Rightarrow 2[x] = 98 \Rightarrow [x] = 49 \Rightarrow 49 \leq x < 50$$

([]، نماد جزء صحیح است.)

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

$$\Rightarrow 6ab + 24a + 12b + 48 = 6ab + 8a + 36b + 48$$

$$\Rightarrow 16a = 24b \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐

بنا به قضیه تالس داریم:

$$\frac{2x+3}{3} = \frac{4x+1/5}{4/5} \Rightarrow 9x+13/5 = 12x+4/5$$

$$\Rightarrow 9 = 3x \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{2x+3}{2x+6} = \frac{x^2+6}{y} \quad \text{بنا به تعمیم قضیه تالس}$$

$$\xrightarrow{x=3} \frac{9}{12} = \frac{15}{y} \Rightarrow y = 20$$

$$\Rightarrow \frac{y-5x}{2} = \frac{20-5(3)}{2} = 2/5$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲✓

۱

(ویدر راضی)

$$\frac{BF}{FC} = \frac{AE}{ED} = \frac{1}{4} \Rightarrow ED = 4AE \quad \text{بنا به قضیه تالس داریم:}$$

$$\text{در مثلث } ACD \xrightarrow[\text{EH} \parallel \text{DC}]{\text{قضیه تالس}} \frac{AE}{\underbrace{AD}_{AE+ED}} = \frac{EH}{DC}$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{5AE} = \frac{EH}{DC} \Rightarrow EH = 2$$

$$\text{در مثلث } ABD \xrightarrow[\text{EG} \parallel \text{AB}]{\text{قضیه تالس}} \frac{ED}{AD} = \frac{EG}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{4AE}{5AE} = \frac{EG}{4} \Rightarrow EG = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow GH = EG - EH = 3\frac{1}{5} - 2 = 1\frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{GH}{EH} = \frac{1/5}{2} = 0/6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث CBD داریم:

$$\frac{CM}{CB} = \frac{MN}{BD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{MN}{BD} \Rightarrow MN = \frac{1}{2}BD \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow ED = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}BD\right)$$

$$\Rightarrow ED = \frac{1}{4}BD \Rightarrow BE = \frac{3}{4}BD$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{ED} = \frac{\frac{3}{4}BD}{\frac{1}{4}BD} \Rightarrow \frac{BE}{ED} = 3$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

۴

۳

۲✓

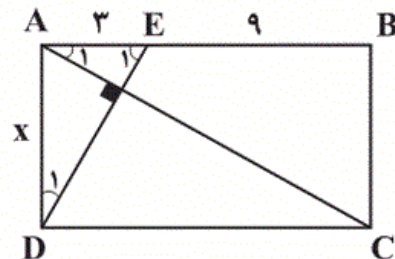
۱

۱۱۹-

(سیرضیا هاشمی زاده)

$$\hat{A}_1 + \hat{E}_1 = \hat{D}_1 + \hat{E}_1 = 90^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1$$

بنابراین دو مثلث قائم‌الزاویه AED و BCA بنابر تساوی یک زاویه حاده و یک زاویه قائمه، مشابه یکدیگرند و داریم:



$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{BC} \Rightarrow \frac{x}{12} = \frac{3}{x} \Rightarrow x^2 = 36 \xrightarrow{x>0} x = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳✓

۲

۱

می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مجذور نسبت تشابه یا همان نسبت اضلاع است. پس داریم:

$$\frac{64}{121} = \left(\frac{24}{x}\right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{8}{11} = \frac{24}{x} \Rightarrow x = 33$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$\frac{CE}{AE} = \frac{CE}{2x} = 3 \Rightarrow CE = 6x$$

چون DH و BA هر دو بر AC عمودند، پس:

$$\triangle DHC \sim \triangle BAC \Rightarrow \frac{DH}{BA} = \frac{CH}{CA} = \frac{6x+x}{6x+2x} = \frac{7}{8}$$

چون $BA = 8$ است، پس $DH = 7$ خواهد بود.

$$\triangle HD : (7)^2 + x^2 = (5\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow 49 + x^2 = 50 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $AC = 8x = 8$ است، در نتیجه داریم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(8)(8) = 32$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲✓

۱

برای بدست آوردن مساحت ناحیه هاشورخورده باید مساحت مثلث ABH را از مساحت ربع دایره کم کنیم؛ به کمک روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AH را محاسبه می‌کنیم. (AH برابر شعاع دایره است).

$$\left\{ \begin{array}{l} BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AB^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3 \\ AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5} = 2.4 \end{array} \right.$$

$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow 9 = BH \times 5 \Rightarrow BH = \frac{9}{5} = 1.8$$

$$S_{\Delta ABH} = \frac{1}{2} \times BH \times AH = \frac{1}{2} \times 1.8 \times 2.4 = 2.16$$

$$S_{\text{ربع دایره}} = \frac{1}{4} \times \pi \times AH^2 = \frac{1}{4} \pi \times (2.4)^2 = 1.44\pi$$

$$\Rightarrow S_{\text{هاشور خورده}} = S_{\text{ربع دایره}} - S_{\Delta ABH} = 1.44\pi - 2.16$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$[2 - |x+1|] = 1 \Rightarrow 1 \leq 2 - |x+1| < 2$$

$$\xrightarrow{-2} -1 \leq -|x+1| < 0 \xrightarrow{\times(-1)} 0 < |x+1| \leq 1$$

$$0 < |x+1| \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} |x+1| > 0 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - \{-1\} \quad (1) \\ |x+1| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x+1 \leq 1 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x \in [-2, 0] - \{-1\} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b - ac = 0 - (-2)(-1) = -2$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴✓

۳

۲

۱

f^{-1} و f از نقطه $(-۲, ۴)$ عبور می کنند. پس داریم:

$$\Rightarrow (-۲, ۴) \in f \Rightarrow (۴, -۲) \in f^{-1}, (-۲, ۴) \in f^{-1}$$

معادله خط f^{-1} را بدست می آوریم:

$$m = \frac{-۲ - ۴}{۴ - (-۲)} = \frac{-۶}{۶} = -۱$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$\xrightarrow{(-۲, ۴) \in f^{-1}} y - ۴ = -۱(x - (-۲))$$

$$\Rightarrow y = -x + ۲ \Rightarrow f^{-1}(x) = -x + ۲$$

$$\text{طول از مبدأ} \xrightarrow{f^{-1}(x)=0} 0 = -x + ۲ \Rightarrow x = ۲$$

نکته: اگر نمودار توابع خطی f و f^{-1} هر دو از نقطه ای خارج از خط

$y = x$ عبور کنند، f و f^{-1} بر هم منطبق اند و شیبشان (-۱) است.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

از ۴ نقطه با عرض یکسان ۲، حداقل باید ۳ نقطه حذف شوند تا تابع یک به یک شود.

از ۳ نقطه با عرض یکسان ۳، حداقل باید ۲ نقطه حذف شوند تا تابع یک به یک شود. بنابراین حداقل ۵ نقطه باید حذف شود.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$g^{-1}(۲) = ۴ \Rightarrow g(۴) = ۲$$

با قراردادن $x = ۲$ در رابطه داده شده داریم:

$$f(۵) = ۲g(۴) - ۱ \Rightarrow f(۵) = ۲(۲) - ۱$$

$$\Rightarrow f(۵) = ۳ \Rightarrow f^{-1}(۳) = ۵$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه های ۵۷ تا ۶۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

اگر $-1 \leq x \leq 1$ باشد، حاصل عبارت داخل قدرمطلق منفی است.

$$\Rightarrow f(x) = |2x - 3| + 1 = -2x + 3 + 1 = -2x + 4$$

وارون تابع $y = -2x + 4$ را حساب می‌کنیم:

$$y = -2x + 4 \xrightarrow{x \text{ بر حسب } y} x = \frac{4 - y}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{جای } y, x]{\text{عوض کردن}} y = \frac{4 - x}{2} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

حال برد f که همان دامنه f^{-1} است را بدست می‌آوریم:

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq -2x \leq 2 \Rightarrow 2 \leq -2x + 4 \leq 6$$

$$\Rightarrow D_{f^{-1}} = [2, 6]$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳

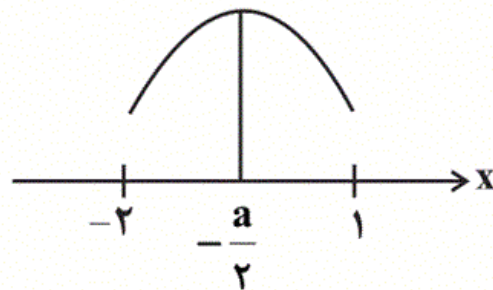
۲✓

۱

مطابق شکل اگر طول رأس سهمی $(x = -\frac{a}{2})$ در داخل بازه

$(-2, 1)$ قرار گیرد، تابع در این بازه یک‌به‌یک نمی‌شود. بنابراین $-\frac{a}{2}$

به جز بازه $(-2, 1)$ هر مقدار حقیقی دیگری می‌تواند اختیار کند.



$$-2 < -\frac{a}{2} < 1 \Rightarrow -4 < -a < 2 \Rightarrow -2 < a < 4$$

$$\Rightarrow a \in \mathbb{R} - (-2, 4)$$

بنابراین:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴✓

۳

۲

۱