

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



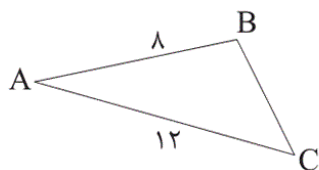
<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۶ سوال

۵۷- حاصل $(\frac{1}{\cos\theta} + \tan\theta)(1 - \sin\theta)$ کدام است؟

- (۱) $\sin\theta$ (۲) $\cos\theta$ (۳) $1 + \sin\theta$ (۴) $1 + \cos\theta$

۵۹- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل کدام است؟ $(\cot \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{2})$



- (۱) ۲۸
(۲) ۳۲
(۳) ۲۴
(۴) ۴۰

۶۸- اگر $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$ و $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ باشند، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۶۹- اگر $\sin^2 \alpha \times \cos \alpha < 0$ و $1 - \tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $-\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $-\frac{3}{10}$

۷۰- حاصل عبارت مثلثاتی $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 2 \cot \alpha \times \sin^2 \alpha$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $4 \sin \alpha \cos \alpha$

۶۶- حاصل عبارت $\tan^2 x - \sin^2 x$ کدام است؟

- (۱) $\cot^2 x$ (۲) $\cot^2 x \cos^2 x$ (۳) $\cos^2 x$ (۴) $\tan^2 x \sin^2 x$

ریاضی ۱، ریشه و توان - ۶ سوال - د

۶۷- حاصل عبارت $3\sqrt{6-2\sqrt{5}} - 2\sqrt{9-4\sqrt{5}}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5} - 2$ (۲) $\sqrt{5} - 1$ (۳) $1 - \sqrt{5}$ (۴) $1 + \sqrt{5}$

۶۰- اگر $a^2 > a^3$ و $b^3 > b^5$ باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

- الف) $a^2 < 1$ (۱) صفر
 ب) $b^4 < b^2$ (۲) یک
 ج) $ab < 1$ (۳) دو
 د) $a + b < 1$ (۴) سه

۵۶- اگر a عددی مثبت باشد، کدام عبارت درست است؟

- (۱) اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.
 (۲) اگر $\sqrt[3]{a} = a$ ، آن گاه a دو مقدار مختلف می تواند باشد.
 (۳) اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه a هر عدد دلخواه مثبتی می تواند باشد.
 (۴) اگر $\sqrt[3]{a} > a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.

۵۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0.00032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = ?$$

- (۱) $+0.005$ (۲) -0.005 (۳) -0.002 (۴) $+0.002$

۵۳- کدام یک از نامساوی های زیر صحیح نیست؟

- (۱) $(-0.5)^2 < (0.5)^2$ (۲) $(-2)^5 < (-2)^3$ (۳) $(0.5)^4 < (-0.5)^2$ (۴) $2^3 < (-2)^4$

۵۴- اگر در نامساوی $a < \sqrt[3]{49} < b$ ، a و b دو عدد صحیح متوالی باشند، حاصل $\sqrt{b^a}$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۹ (۴) $3\sqrt{3}$

ریاضی ۱، ریشه نام - ۴ سوال

۵۵- کدام گزینه بزرگترین عدد را نسبت به بقیه گزینه ها نشان می دهد؟

- (۱) $(\sqrt{3})^{\frac{2}{5}}$ (۲) $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$ (۳) $\sqrt[5]{3\sqrt[4]{3}}$ (۴) $\sqrt[15]{9\sqrt{\frac{1}{3}}}$

۵۱- اگر اعداد ۲- و a ریشه های چهارم عدد b باشند، حاصل $a^3 - b$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) -۸ (۳) ۲۴ (۴) -۲۴

۶۲- برای عدد طبیعی n و اعداد حقیقی a و b چند تا از تساوی‌های زیر همواره درست است؟

الف) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (به شرط $a > 0$ و $b > 0$)

ب) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (به شرط با معنا بودن $\sqrt[n]{a}$)

پ) $\sqrt[n]{a^n} = \sqrt{a}$ (به شرط زوج بودن n)

ت) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (به شرط فرد بودن n)

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۵- اگر $\sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^m}$ باشد، حاصل عبارت تعریف شده $\sqrt[n]{x^m} \times \sqrt[n]{x^m} \times \sqrt[n]{x^m} = \sqrt[n]{x^m}$ همواره کدام است؟ ($x \geq 0$)

۱) ab ۲) $\frac{a}{b}$ ۳) b ۴) a

ریاضی ۱، توان های گویا - ۲ سوال -

۶۳- اگر $x = \sqrt[3]{2}\sqrt[3]{2} - 1$ باشد، حاصل $\sqrt{x^3 \times x^{-1}} \times \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

۱) $3 - 2\sqrt{2}$ ۲) $3 + 2\sqrt{2}$ ۳) $3 - \sqrt{2}$ ۴) $3 + \sqrt{2}$

۶۴- ساده شده عبارت زیر برابر با کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

$(y-2)(y+2)(y^2+2y+4)(y^2-2y+4)$

۱) $y^6 + 64$ ۲) $y^6 - 64$ ۳) $(y^2+4)^2 - 4y^2$ ۴) $(y^2-4)(y^2+16)$

ریاضی ۱، عبارت های جبری - ۲ سوال -

۶۱- اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) ۱

۵۸- در تجزیه عبارت $x^6 - 16x^3y^3 + 64y^6$ کدام عبارت وجود ندارد؟

۱) $x - 2y$ ۲) $(x - 2y)^2$ ۳) $x^2 + 2xy + 4y^2$ ۴) $(x + 2y)^2$

ریاضی ۱ - سوالات موازی، دایره مثلثاتی - ۷ سوال

۸۴- اگر خط $2my = (2m-1)x + 1$ با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد، زاویه حاده‌ای که خط گذرنده از نقاط $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -3m+1 \\ 4m \end{pmatrix}$ با

جهت مثبت محور x می‌سازد، چند درجه است؟

۱) ۴۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

۸۱- اگر $60^\circ \leq \alpha \leq 120^\circ$ و $m + 2 \leq 2 \cos \alpha - 1 \leq n - \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $m + n$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) $-\frac{1}{2}$

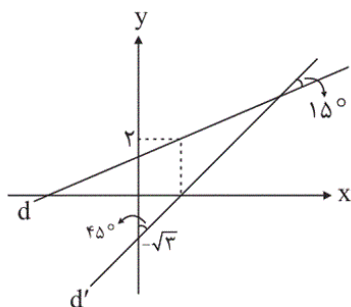
۷۴- کدام نامساوی نادرست است؟

- (۱) $\cos 40^\circ > \cos 60^\circ$ (۲) $\sin 120^\circ > \sin 90^\circ$
 (۳) $\sin 210^\circ > \sin 240^\circ$ (۴) $\cos 180^\circ < \cos 90^\circ$

۷۶- در کدام یک از محدوده‌های زیر $\tan \theta > \cot \theta$ است؟

- (۱) $0 < \theta < 45^\circ$ (۲) $95^\circ < \theta < 120^\circ$ (۳) $150^\circ < \theta < 180^\circ$ (۴) $190^\circ < \theta < 200^\circ$

۸۹- با توجه به شکل مقابل، معادله خط d کدام است؟



- (۱) $y = \sqrt{3}x + \frac{2}{3}$
 (۲) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2}{3}$
 (۳) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$
 (۴) $y = \sqrt{3}x + 1$

۸۶- اگر $18^\circ < \alpha < 225^\circ$ ، حاصل عبارت زیر به ساده‌ترین شکل ممکن کدام است؟

- (۱) $\sin \alpha + \cos \alpha$ (۲) $-\sin \alpha - \cos \alpha$ (۳) $\sin \alpha - \cos \alpha$ (۴) $-\sin \alpha + \cos \alpha$

۸۷- اگر $\sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$ و $\tan \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$ باشند، انتهای کمان α در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

ریاضی ۱ - سوالات موازی، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۴ سوال

۸۸- اگر $\sin^2 \alpha \times \cos \alpha < 0$ و $1 - \tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $-\frac{9}{10}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $-\frac{3}{10}$

۹۰- حاصل عبارت مثلثاتی $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 + 2 \cot \alpha \times \sin^2 \alpha$ کدام است؟ (عبارت تعریف شده است.)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $4 \sin \alpha \cos \alpha$

۷۸- حاصل $(1 - \sin \theta) \left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta \right)$ کدام است؟

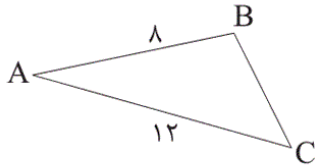
۱ + cos θ (۴)

۱ + sin θ (۳)

cos θ (۲)

sin θ (۱)

۷۹- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل کدام است؟ $(\cot \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{2})$



۲۸ (۱)

۳۲ (۲)

۲۴ (۳)

۴۰ (۴)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه و توان - ۵ سوال

۸۰- اگر $a^2 > a^3$ و $b^3 > b^5$ باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

$a + b < 1$ (د)

$ab < 1$ (ج)

$b^4 < b^2$ (ب)

$a^2 < 1$ (الف)

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

صفر (۱)

۸۳- اگر $x = \sqrt{2\sqrt{2}} - 1$ باشد، حاصل $\sqrt{x^3 \times x^{-1}} \times \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

$3 + \sqrt{2}$ (۴)

$3 - \sqrt{2}$ (۳)

$3 + 2\sqrt{2}$ (۲)

$3 - 2\sqrt{2}$ (۱)

۷۵- اگر در نامساوی $a < \sqrt[3]{49} < b$ ، a و b دو عدد صحیح متوالی باشند، $\sqrt{b^a}$ کدام است؟

$3\sqrt{3}$ (۴)

۹ (۳)

$2\sqrt{2}$ (۲)

۸ (۱)

۷۲- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0.00032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = ?$$

$+0.002$ (۴)

-0.002 (۳)

-0.005 (۲)

$+0.005$ (۱)

۷۳- کدام یک از نامساوی‌های زیر صحیح نیست؟

$(-2)^5 < (-2)^3$ (۲)

$(-0.5)^2 < (0.5)^3$ (۱)

$2^3 < (-2)^4$ (۴)

$(0.5)^4 < (-0.5)^2$ (۳)

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، ریشه نام - ۳ سوال

۷۷- اگر a عددی مثبت باشد، کدام عبارت درست است؟

(۱) اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.

(۲) اگر $\sqrt[3]{a} = a$ ، آن گاه a دو مقدار مختلف می تواند باشد.

(۳) اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه a هر عدد دلخواه مثبتی می تواند باشد.

(۴) اگر $\sqrt[3]{a} > a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.

۸۲- برای عدد طبیعی n و اعداد حقیقی a و b چند تا از تساوی های زیر همواره درست است؟

(الف) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (به شرط $a > 0$ و $b > 0$)

(ب) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (به شرط با معنا بودن $\sqrt[n]{a}$)

(پ) $\sqrt[2n]{a^n} = \sqrt{a}$ (به شرط زوج بودن n)

(ت) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (به شرط فرد بودن n)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۷۱- اگر اعداد ۲- و a ریشه های چهارم عدد b باشند، حاصل $a^3 - b$ کدام است؟

-۸ (۲)

۸ (۱)

-۲۴ (۴)

۲۴ (۳)

ریاضی ۱ - سوالات موازی، **توان های گویا** - ۱ سوال -

۸۵- حاصل عبارت $3\sqrt{6} - 2\sqrt{5} - 2\sqrt{9} - 4\sqrt{5}$ کدام است؟

$1 + \sqrt{5}$ (۴)

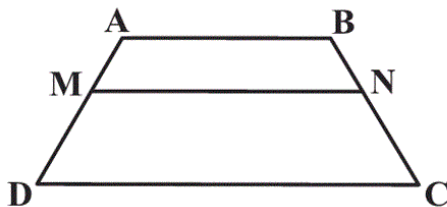
$1 - \sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{5} - 1$ (۲)

$\sqrt{5} - 2$ (۱)

هندسه ۱، **قضیه تالس** - ۱ سوال -

۹۱- در شکل زیر اگر $AB \parallel MN \parallel DC$ ، آن گاه کدام یک از گزینه های زیر صحیح نیست؟



$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \quad (۱)$$

$$\frac{DM}{AD} = \frac{CN}{CB} \quad (۲)$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \quad (۳)$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DC} \quad (۴)$$

هندسه ۱، **تشابه مثلث ها** - ۹ سوال

۹۲- زاویه‌های داخلی مثلثی با اعداد ۱، ۱ و ۲ متناسبند. این مثلث با مثلثی به طول اضلاع ... متشابه است.

(۲) ۱، ۱ و $\sqrt{2}$

(۱) ۱، ۱ و ۲

(۴) ۱، ۱ و $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) ۱، ۱ و $\frac{1}{2}$

۹۳- مثلثی به طول اضلاع ۲، ۴ و ۵ با مثلث دیگری به طول اضلاع ۴، a و b متشابه است. بیشترین مقدار a+b کدام است؟

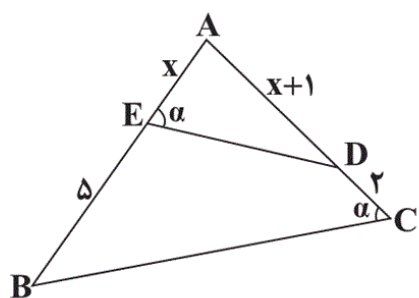
(۲) ۲۰

(۱) ۲۱

(۴) ۱۶

(۳) ۱۸

۹۴- با توجه به شکل روبه‌رو طول BC چند برابر طول DE است؟



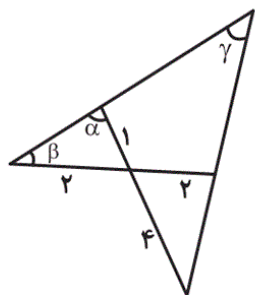
(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۲/۵

(۴) ۳

۹۵- با توجه به شکل زیر، کدام رابطه درست است؟



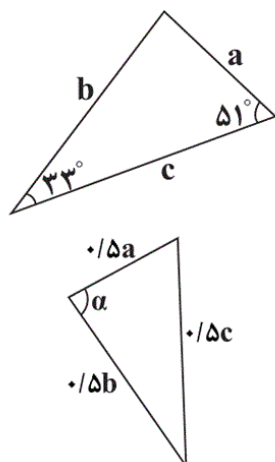
(۱) $\gamma = \alpha - \beta$

(۲) $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

(۳) $\alpha + \beta = 90^\circ + \gamma$

(۴) $2\gamma = \alpha + \beta$

۹۶- با توجه به شکل، زاویه α چند درجه است؟



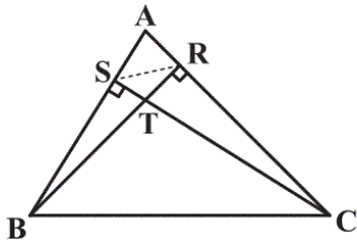
(۱) ۹۶

(۲) ۹۷

(۳) ۹۸

(۴) ۹۵

۹۷- در شکل روبه‌رو BR و CS ارتفاع‌های مثلث ABC هستند. کدام دو مثلث متشابه نیستند؟



(۱) ACS و ABR

(۲) CRT و BST

(۳) CRS و BRS

(۴) ASR و ABC

۹۸- در یک مثلث قائم‌الزاویه به طول اضلاع قائمه $۶\sqrt{۳}$ و $۳\sqrt{۶}$ ، فاصله بین پای ارتفاع و پای میانه وارد بر ضلع بزرگتر چند برابر $\sqrt{۲}$ است؟

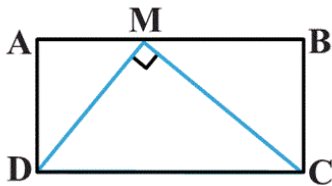
(۱) ۲

(۲) $۱/۲۵$

(۳) $۱/۵$

(۴) $۱/۷۵$

۹۹- در شکل زیر، ABCD مستطیلی به عرض ۵ است. اگر $BM = ۸$ ، آنگاه اندازه طول مستطیل کدام است؟



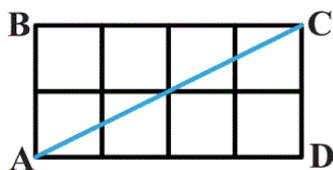
(۲) $۱۲/۲۵$

(۱) $۱۱/۲۵$

(۴) $۱۲/۱۲۵$

(۳) $۱۱/۱۲۵$

۱۰۰- در شکل زیر طول ضلع هر یک از مربع‌های کوچک یک واحد است. فاصله D از AC چند برابر $\sqrt{۵}$ است؟



(۱) $۰/۸$

(۲) $۰/۹$

(۳) ۱

(۴) $۱/۱$

(عاطفه فان معمیری)

-۵۷

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right)(1 - \sin \theta) = \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right)(1 - \sin \theta)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(موسا زمانی)

-۵۹

$$1 + \cot^2 \hat{A} = \frac{1}{\sin^2 \hat{A}} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{2}{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC \times \sin \hat{A}}{2} = \frac{8 \times 12 \times 2}{2 \times 3} = 32$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(مهدی فیر الامور)

-۶۸

$$(۱): \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\xrightarrow{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{|\cos \alpha|} = \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha > 0 \text{ ناحیه اول یا چهارم}$$

$$(۲): \tan \alpha = -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-|\sin \alpha|}{\cos \alpha}$$

۴

۳

۲

۱

$$1 - \tan^2 \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{10}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0$$

$$\xrightarrow{\tan \alpha > 0} \sin \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\sqrt{\frac{1}{10}}, \quad \cos \alpha = -\sqrt{\frac{9}{10}}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{10}} \times \left(-\sqrt{\frac{9}{10}}\right) = \frac{3}{10}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سوران عبیدرا)

-۷۰

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} \sin^2 \alpha$$

$$= 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهران حسینی)

-۶۶

$$\tan^2 x - \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \sin^2 x$$

$$= \frac{\sin^2 x - \sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{\sin^2 x (1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x \times \sin^2 x}{\cos^2 x} = \tan^2 x \times \sin^2 x$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا زاکر)

$$\begin{aligned}\sqrt{6-2\sqrt{5}} &= \sqrt{1-2\sqrt{5}+5} = \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} \\ &= |1-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{9-4\sqrt{5}} &= \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} \\ &= |\sqrt{5}-2| = \sqrt{5}-2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 3\sqrt{6-2\sqrt{5}} - 2\sqrt{9-4\sqrt{5}} \\ = 3(\sqrt{5}-1) - 2(\sqrt{5}-2) = \sqrt{5}+1\end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۸ و ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴ ✓

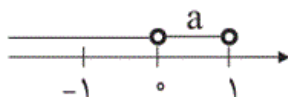
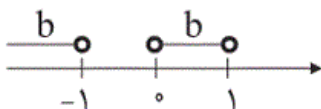
۳

۲

۱

-۶۰

(امیر محمودیان)

ابتدا a را بررسی می‌کنیم: $a^2 > a^3$ اگر $a < 0$ باشد $a^2 > 0$ و $a^3 < 0$ خواهد بود و $a^2 > a^3$ می‌شود.اگر $0 < a < 1$ باشد نیز $a^2 > a^3$ می‌شود.پس $a < 1$ و غیر صفر است. b را بررسی می‌کنیم: $b^3 > b^5$ می‌دانیم اگر $0 < b < 1$ یا $b < -1$ باشد $b^3 > b^5$ خواهد شد.

حال موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:

الف) $a^2 < 1$: اگر $a < -1$ باشد $a^2 > 1$ می‌شود. پس این مورد همواره درست نیست.

۴

۳

۲

۱ ✓

(سعیل حسن خان پور)

$$\sqrt[3]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\sqrt[3]{a} = a, a > 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یک مقدار دارد.}$$

$$\sqrt[3]{a} > a, a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ بنابراین گزینه «۴» صحیح است.}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(علی ارجمند)

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0/00032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = \frac{\sqrt[5]{(0/1)^5} \times \sqrt[5]{(-0/2)^5}}{|-4|}$$

$$= \frac{0/1 \times (-0/2)}{4} = -0/005$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی ارجمند)

$$\begin{cases} (-0/5)^2 = 0/25 \\ (0/5)^2 = 0/25 \end{cases} \Rightarrow (-0/5)^2 > (0/5)^2$$

$$\begin{cases} (-0/5)^3 = -0/125 \\ (0/5)^3 = 0/125 \end{cases}$$

سایر گزینه‌ها درست هستند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امین نصراله)

$$\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{49} < \sqrt[3]{64} \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{49} < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^a} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نبفی)

$$\text{گزینه «۱» : } (\sqrt{3})^{\frac{2}{5}} = (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3}$$

$$\text{گزینه «۲» : } \sqrt[3]{3}\sqrt{3} = \sqrt[3]{3 \times 3^2} = \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{3} = \sqrt{3}$$

$$\text{گزینه «۳» : } \sqrt[5]{3^4}\sqrt{3} = \sqrt[5]{3 \times 3^4} = \sqrt[5]{3^5} = \sqrt[5]{3^4 \times 3} = \sqrt[5]{3^4}$$

$$\text{گزینه «۴» : } \sqrt[15]{9}\sqrt[8]{\frac{1}{3}} = \sqrt[15]{9 \times \frac{1}{3^8}} = \sqrt[15]{\frac{9}{3^8}} = \sqrt[15]{\frac{3^2}{3^8}} = \sqrt[15]{\frac{1}{3^6}} = \sqrt[15]{3^{-6}} = \sqrt[5]{3^{-2}} = \sqrt[5]{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[3]{3} > \sqrt[5]{3} > \sqrt[15]{3}$$

نکته:

$$a > 1 \Rightarrow \dots > a^3 > a^2 > a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots > 1$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(علی ارجمند)

$$b = (-2)^4 = 16 \Rightarrow 2, -2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a^3 - b = 8 - 16 = -8$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمد بهیرایی)

الف) به‌ازای $a = 4$ ، $b = 9$ و $n = 2$ داریم:

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

بنابراین تساوی «الف» نادرست است.

(ب) به شرط بامعنا بودن $\sqrt[n]{a}$ تساوی همواره درست است.(پ) اگر a منفی باشد و n زوج باشد، عبارت $\sqrt[n]{a^n}$ بامعناست ولی \sqrt{a} تعریف نشده است پس تساوی همواره درست نیست.(ت) به شرط فرد بودن n تساوی همواره درست است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(امین نصراله)

$$\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} \times x^{\frac{1}{n}} = x^{\frac{2}{n}} = \sqrt[n]{x^2} = x^{\frac{2}{n}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{5}{6n} \Rightarrow m = \frac{5}{6}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[5]{ab})^m \times \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}} = (ab)^{2 \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{5}} \times (a^2 b^{-1})^{\frac{1}{3}}$$

$$= (ab)^{\frac{1}{3}} \times (a^2 b^{-1})^{\frac{1}{3}} = (a^3)^{\frac{1}{3}} = a$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(ابراهیم نبغی)

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$\sqrt{x^3 \times x^{-1}} = \sqrt{x^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ و ۶۲ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رحیم مشتاق نظم)

$$(y-2)(y+2)(y^2+2y+4)(y^2-2y+4)$$

$$= (y-2)(y^2+2y+4)(y+2)(y^2-2y+4)$$

$$= (y^3-8)(y^3+8) = y^6-64$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x-4}} \times \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}}$$

$$= \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x-4}}{x+2-x+4} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۵ تا ۶۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رمیم مشتاق نظم)

$$x^6 - 16x^3y^3 + 64y^6 = (x^3 - 4y^3)^2$$

$$= [(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)]^2$$

$$= (x - 2y)^2 (x^2 + 2xy + 4y^2)^2$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کیمیا شیرزاد)

$$3my = (2m-1)x + 1 \Rightarrow \text{شیب} = \tan \theta = \frac{2m-1}{3m}$$

$$\tan 45^\circ = 1 = \frac{2m-1}{3m} \Rightarrow 3m = 2m-1 \Rightarrow m = -1$$

$$\begin{pmatrix} -3m+1 \\ 4m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -4-\sqrt{3} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{شیب} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - (-4 - \sqrt{3})}{4 - 1}$$

$$\text{شیب} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \tan \alpha \xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \alpha = 30^\circ$$

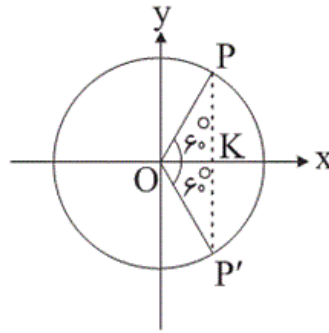
(مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\left. \begin{array}{l} OP = OP' \\ \hat{KOP} = \hat{KOP}' = 60^\circ \\ \hat{OPK} = \hat{OP'K} = 30^\circ \end{array} \right\} \Delta KOP \cong \Delta KOP' \Rightarrow OK = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \cos(-60^\circ) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2 \cos \alpha \leq 2 \Rightarrow 0 \leq 2 \cos \alpha - 1 \leq 1 \Rightarrow m + 2 = 1 \Rightarrow m = -1$$

۴

۳

۲

۱

-۷۴

(زهرا ممتازی)

با توجه به اینکه با افزایش θ مقدار $\sin \theta$ در ناحیه (ربع) دوم دایره مثلثاتی کاهش می‌یابد، عبارت گزینه «۲» نادرست است.

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

(معوسا زمانی)

$$0 < \theta < 45^\circ : \sin \theta < \cos \theta \Rightarrow \tan \theta < \cot \theta$$

$$45^\circ < \theta < 90^\circ : \sin \theta > \cos \theta \Rightarrow \tan \theta > \cot \theta$$

$$90^\circ < \theta < 135^\circ : \sin \theta > |\cos \theta| \Rightarrow \tan \theta < \cot \theta$$

$$135^\circ < \theta < 180^\circ : \sin \theta < |\cos \theta| \Rightarrow \tan \theta > \cot \theta$$

$$180^\circ < \theta < 225^\circ : |\sin \theta| < |\cos \theta| \Rightarrow \tan \theta < \cot \theta$$

$$225^\circ < \theta < 270^\circ : |\sin \theta| > |\cos \theta| \Rightarrow \tan \theta > \cot \theta$$

$$270^\circ < \theta < 315^\circ : |\sin \theta| > \cos \theta \Rightarrow \tan \theta < \cot \theta$$

$$315^\circ < \theta < 360^\circ : |\sin \theta| < \cos \theta \Rightarrow \tan \theta > \cot \theta$$

با توجه به مطالب بالا گزینه «۳» صحیح است.

(مثلاًت، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

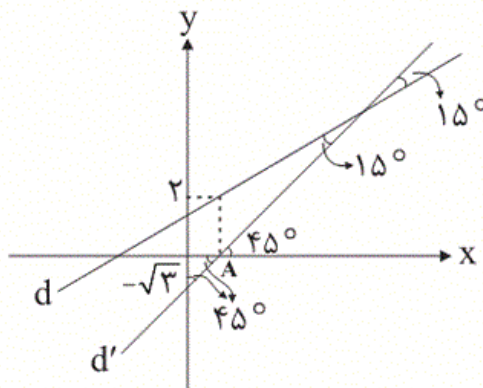
۴

۳ ✓

۲

۱

زاویه خط d' با محور x ها برابر 45° است.



$$d' \text{ معادله خط } y = mx + h \xrightarrow{m = \tan 45^\circ = 1} y = x + h$$

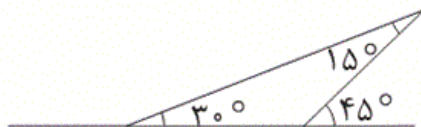
نقطه $(0, -\sqrt{3})$ در خط d' صدق می‌کند. پس:

$$-\sqrt{3} = 0 + h \Rightarrow h = -\sqrt{3} \Rightarrow y = x - \sqrt{3}$$

با توجه به شکل مشخص است که برای به دست آوردن معادله خط d به نقطه A (محل برخورد خط d' با محور x ها) نیاز داریم:

$$d' : y = x - \sqrt{3} \xrightarrow{y=0} A(\sqrt{3}, 0)$$

با توجه به شکل مشخص است که زاویه خط d با محور x ها، 30° است؛ زیرا:



بنابراین شیب این خط $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ است. پس معادله خط d برابر

است با $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + h$. چون نقطه $(\sqrt{3}, 2)$ در d صدق می‌کند پس

$$d : 2 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} + h \Rightarrow h = 1 \quad \text{داریم:}$$

$$d : y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$$

پس معادله خط d برابر است با:

(مثلثات، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned}
 A &= \sqrt{1 + 2\sqrt{\cos^2 \alpha} - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 + 2\sqrt{\cos^2 \alpha}(1 - \cos^2 \alpha)} \\
 &= \sqrt{1 + 2\sqrt{\cos^2 \alpha} \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 + 2|\sin \alpha \cos \alpha|} \\
 &\xrightarrow[\sin \alpha \cos \alpha > 0]{\text{در ناحیه سوم است}} \sqrt{1 + 2(\sin \alpha \cos \alpha)} = \sqrt{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha} \\
 &= \sqrt{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha} = \sqrt{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} \\
 &= |\sin \alpha + \cos \alpha| \xrightarrow{\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0} -\sin \alpha - \cos \alpha
 \end{aligned}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(مهری فی‌الامور)

$$\begin{aligned}
 (۱) : \sqrt{1 + \tan^2 \alpha} &= \frac{1}{\cos \alpha} \\
 \xrightarrow{1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}} \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} &= \frac{1}{\cos \alpha} \\
 \Rightarrow \frac{1}{|\cos \alpha|} &= \frac{1}{\cos \alpha} \Rightarrow \cos \alpha > 0 \quad \text{ناحیه اول یا چهارم} \\
 (۲) : \tan \alpha &= -\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-|\sin \alpha|}{\cos \alpha} \\
 \Rightarrow \sin \alpha &= -|\sin \alpha| \\
 \Rightarrow \sin \alpha < 0 &\quad \text{ناحیه سوم یا چهارم} \\
 (۱) \cap (۲) &\rightarrow \alpha \text{ در ناحیه چهارم واقع است.}
 \end{aligned}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

(امیر زرانروز)

$$1 - \tan \alpha = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{3}$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{1}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow \frac{10}{9} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{10}$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{10} = \frac{1}{10}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(سوران عبیدفر)

-۹۰

$$\begin{aligned} & \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{2 \cos \alpha}{\sin \alpha} \sin^2 \alpha \\ & = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 \end{aligned}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عاطفه فان‌ممیری)

-۷۸

$$\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right)(1 - \sin \theta) = \left(\frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta}\right)(1 - \sin \theta)$$

$$= \frac{1 - \sin^2 \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta} = \cos \theta$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$1 + \cot^2 \hat{A} = \frac{1}{\sin^2 \hat{A}} \Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{2}{3}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times AC \times \sin \hat{A}}{2} = \frac{8 \times 12 \times 2}{2 \times 3} = 32$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

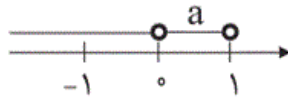
۱

ابتدا a را بررسی می‌کنیم: $a^2 > a^3$

اگر $a < 0$ باشد $a^2 > 0$ و $a^3 < 0$ خواهد بود و $a^2 > a^3$ می‌شود.

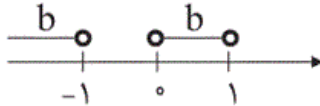
اگر $0 < a < 1$ باشد نیز $a^2 > a^3$ می‌شود.

پس $a < 1$ و غیر صفر است.



b را بررسی می‌کنیم: $b^3 > b^5$

می‌دانیم اگر $0 < b < 1$ یا $b < -1$ باشد $b^3 > b^5$ خواهد شد.



حال موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:

(الف) $a^2 < 1$: اگر $a < -1$ باشد $a^2 > 1$ می‌شود. پس این مورد همواره درست نیست.

(ب) $b^4 < b^2$: اگر $b < -1$ باشد $b^4 > b^2$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

(ج) $ab < 1$: اگر $a < -1$ و $b < -1$ باشد $ab > 1$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

(د) $a + b < 1$: اگر $a = 0/9$ و $b = 0/9$ باشد، $a + b > 1$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نبفی)

$$x = \sqrt[3]{\sqrt{2}\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$\sqrt{x^3 \times x^{-1}} = \sqrt{x^2} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امین نصراله)

$$\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{49} < \sqrt[3]{64} \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{49} < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^a} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی ارجمند)

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0/00032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = \frac{\sqrt[5]{(0/1)^5} \times \sqrt[5]{(-0/2)^5}}{|-4|}$$

$$= \frac{0/1 \times (-0/2)}{4} = -0/005$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left\{ \begin{array}{l} (-0/5)^2 = 0/25 \\ (0/5)^3 = 0/125 \end{array} \right. \Rightarrow (-0/5)^2 > (0/5)^3$$

سایر گزینه‌ها درست هستند.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\sqrt[3]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\sqrt[3]{a} = a, a > 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یک مقدار دارد.}$$

$$\sqrt[3]{a} > a, a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ بنابراین گزینه «۴» صحیح است.}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

الف) به‌ازای $a = 4$ ، $b = 9$ و $n = 2$ داریم:

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

بنابراین تساوی «الف» نادرست است.

ب) به شرط بامعنا بودن $\sqrt[n]{a}$ تساوی همواره درست است.

پ) اگر a منفی باشد و n زوج باشد عبارت $\sqrt[n]{a^n}$ بامعناست ولی \sqrt{a} تعریف نشده است پس تساوی همواره درست نیست.

ت) به شرط فرد بودن n تساوی همواره درست است.

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی ارجمند)

$$b = (-2)^4 = 16 \Rightarrow 16 \text{ ریشه‌های چهارم } 2, -2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a^3 - b = 8 - 16 = -8$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۵۴ و ۵۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا زاکر)

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{1-2\sqrt{5}+5} = \sqrt{(1-\sqrt{5})^2}$$

$$= |1-\sqrt{5}| = \sqrt{5}-1$$

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$$

۴✓

۳

۲

۱

گزینه «۱» قضیه تالس در دوزنقه است و گزینه‌های «۳» و «۲» از آن قابل

استنتاج هستند، اما دلیلی برای درستی گزینه «۴» نداریم.

گزینه «۳»:

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{AM}{AM+MD} = \frac{BN}{BN+NC}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC}$$

گزینه «۲»:

$$\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} \xrightarrow{\text{تفضیل نسبت در صورت}} \frac{AD-AM}{AD} = \frac{BC-BN}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{AD} = \frac{CN}{BC}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

زاویه‌های مثلث اول را x ، x و $2x$ در نظر می‌گیریم، داریم:

$$x + x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$$

یعنی زاویه‌های این مثلث 45° ، 45° و 90° است، یعنی مثلث،

قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است؛ بنابراین گزینه‌ای قابل قبول است که در

آن طول دو ضلع برابر و رابطه فیثاغورس بین طول اضلاع برقرار باشد که

تنها در گزینه «۲» این اتفاق می‌افتد.

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

برای اینکه $a + b$ ماکسیمم شود، باید نسبت تشابه حداکثر باشد. پس

ضلع به طول ۴ از مثلث دوم را متناظر کوچکترین ضلع مثلث اول (یعنی

ضلع به طول ۲) می‌گیریم و داریم:

$$k = \frac{4}{2} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{4} = \frac{b}{5} = \frac{4}{2} = k = 2 \Rightarrow a + b = 8 + 10 = 18$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۸ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

دو مثلث ABC و ADE به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند. پس اضلاع روبه‌رو به زاویه‌های برابر دو مثلث متناسبند:

$$\frac{x+1}{x+5} = \frac{x}{x+3} \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = x^2 + 5x \Rightarrow x = 3$$

پس $k = \frac{AB}{AD} = 2$ نسبت تشابه دو مثلث است، بنابراین:

$$\frac{BC}{DE} = k = 2$$

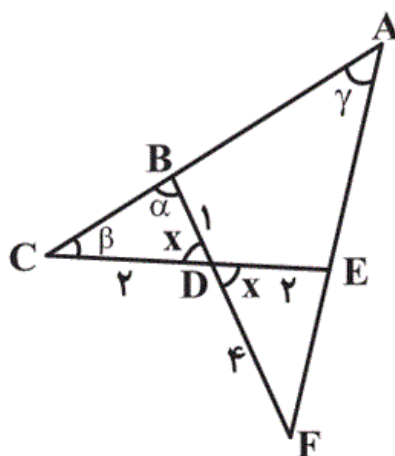
(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱



با توجه به شکل، زاویه x در دو مثلث

$$BCD \text{ و } DEF \text{ برابر است و } \frac{BD}{DE} = \frac{CD}{DF}$$

پس این دو مثلث با هم متشابه‌اند. بنابراین

$$\hat{DEF} = \alpha \text{؛ حال در مثلث } ACE \text{ داریم:}$$

$$\beta + \gamma + \hat{AEC} = 180^\circ \Rightarrow \beta + \gamma + (180 - \alpha) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \gamma = \alpha - \beta$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

(رسول مفسنی منش)

ضلع‌های دو مثلث متناسبند، پس دو مثلث متشابه‌اند و در نتیجه زاویه‌های نظیر در آن‌ها با هم برابر است. پس زاویه روبه‌روی ضلع به طول c در مثلث بزرگ با زاویه روبه‌روی ضلع به طول $۵c/۰$ در مثلث کوچک با هم برابرند، پس:

$$\alpha = 180^\circ - (51^\circ + 33^\circ) = 96^\circ$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسین فاپیلو)

گزینه «۱»: دو مثلث قائم‌الزاویه ABR و ACS در زاویه حاده \hat{A} مشترک‌اند، پس متشابه‌اند.

گزینه «۲»: دو مثلث قائم‌الزاویه BST و CRT یک زاویه حاده برابر دارند $(\hat{BTS} = \hat{CTR})$ پس متشابه‌اند.

گزینه «۴»: از درستی گزینه «۱» نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{AR}{AS} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AR}{AB} = \frac{AS}{AC}$$

$$\xrightarrow{\hat{A}=\hat{A}} \triangle ABC \sim \triangle ARS$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱ کتاب درسی)

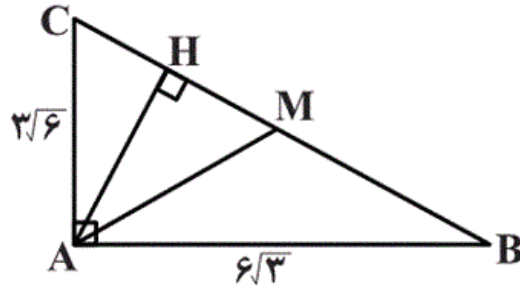
۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا اندازه وتر را می‌یابیم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 108 + 54 = 162 = 2 \times 81$$

$$\Rightarrow BC = 9\sqrt{2}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{9 \times 6}{9\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

۴

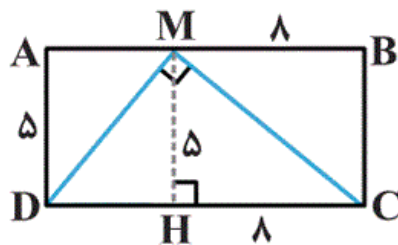
۳ ✓

۲

۱

(امیر زرانروز)

از نقطه M عمود MH را بر ضلع CD رسم می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه MCD ، پاره خط MH ارتفاع وارد بر وتر است. پس خواهیم داشت:



$$MH^2 = DH \times HC \Rightarrow 25 = DH \times 8 \Rightarrow DH = \frac{25}{8}$$

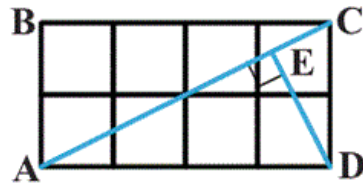
$$\Rightarrow CD = DH + HC = \frac{25}{8} + 8 = \frac{89}{8} = 11 \frac{1}{8}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۱

در مثلث قائم‌الزاویه ACD با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:



$$AC^2 = CD^2 + AD^2 \Rightarrow AC^2 = 4 + 16 \Rightarrow AC^2 = 20$$

$$\Rightarrow AC = 2\sqrt{5}$$

از طرف دیگر در مثلث قائم‌الزاویه ADC ، بنابر رابطه‌های طولی

$$\text{پس: } DE \times AC = AD \times DC$$

$$DE \times 2\sqrt{5} = 4 \times 2$$

$$\Rightarrow DE = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} = 0.8\sqrt{5}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۴۱ و ۴۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓