

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۱ سوال -

۵۱- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$ باشد، در این صورت $A - (A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) $[0, 4]$ (۲) $[-3, 0]$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $[-3, 0)$

ریاضی ۱، منتم یک مجموعه - ۱ سوال -

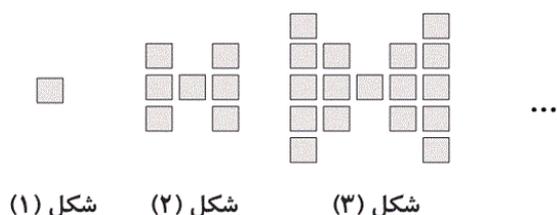
۵۶- در یک مدرسه ۵۰ نفر فوتبال و ۳۰ نفر والیبال بازی می کنند و ۲۰ نفر هیچ یک از این دو ورزش را انجام نمی دهند. اگر این مدرسه ۹۰ نفر دانش آموز داشته

باشد، چند دانش آموز فقط یکی از ورزش های فوتبال یا والیبال را انجام می دهند؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۴۵ (۴) ۵۰

ریاضی ۱، الگو و دنباله - ۱ سوال -

۵۹- با توجه به الگوی زیر چند مربع رنگی در شکل دهم وجود دارد؟



(۱) ۱۸۷

(۲) ۱۹۷

(۳) ۱۹۹

(۴) ۲۰۷

ریاضی ۱، دنباله های حسابی و هندسی - ۳ سوال -

۵۳- بین دو عدد ۵ و ۱۳۵، دو واسطه هندسی درج می کنیم. قدرنسبت دنباله هندسی به دست آمده کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{3}$

۶۱- در یک دنباله حسابی، جمله هشتم ۹ برابر جمله دوم و جمله چهارم برابر ۱۱ است. ۱۰۳ جمله چندم این دنباله است؟

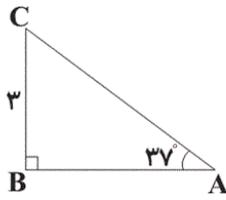
- (۱) بیست و ششم (۲) بیست و چهارم (۳) بیست و پنجم (۴) بیست و هفتم

۶۶- اگر جمله چهارم یک دنباله هندسی با قدرنسبت مثبت، $\frac{9}{4}$ جمله دوم آن باشد و مجموع چهار جمله اول آن نیز ۱۳۰ باشد، آن گاه جمله ششم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۲۴۳ (۳) $121/5$ (۴) ۱۶۲

ریاضی ۱، نسبت های مثلثاتی - ۴ سوال -

۶۲- محیط مثلث متساوی‌الاضلاع MNP با محیط مثلث قائم‌الزاویه مقابل برابر است. مساحت مثلث MNP تقریباً کدام است؟ ($\sin 37^\circ \simeq 0.6$)

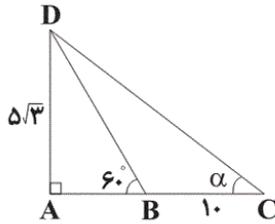


- (۱) $4\sqrt{3}$
- (۲) ۶
- (۳) $8\sqrt{3}$
- (۴) ۱۲

۶۴- مساحت مثلثی به اضلاع ۱۰، ۱۴ و $8\sqrt{2}$ واحد برابر ۵۶ است. اندازه کوچک‌ترین زاویه مثلث چند درجه است؟

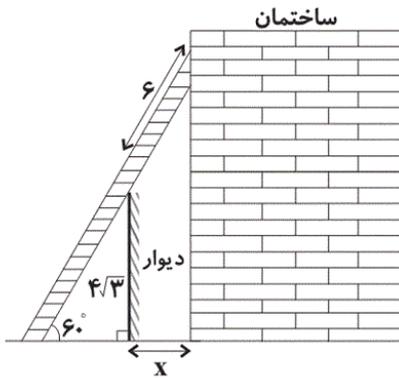
- (۱) ۴۵
- (۲) ۶۰
- (۳) ۳۰
- (۴) ۱۵

۵۷- در شکل مقابل، مقدار α کدام است؟



- (۱) 15°
- (۲) 30°
- (۳) 45°
- (۴) 50°

۵۵- مطابق شکل مقابل، نردبانی را به دیوار و ساختمان پشت آن تکیه داده‌ایم. فاصله پای ساختمان



تا پای دیوار (x) چقدر است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

ریاضی ۱، دایره مثلثاتی - سوال ۶

۵۸- با توجه به دایره مثلثاتی کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $\sin 175^\circ > \sin 55^\circ$
- (۲) $\cos 55^\circ < \cos 65^\circ$
- (۳) $\tan 65^\circ > \tan 75^\circ$
- (۴) $\cot 65^\circ > \cot 75^\circ$

۶۰- نقطه $A(\frac{\sqrt{3}}{2}, m)$ را روی دایره مثلثاتی 180° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم تا به نقطه $B(k, \frac{1}{2})$ برسیم. اگر \overrightarrow{OB} با جهت مثبت محور x ها زاویه α را بسازد، $\tan \alpha$ کدام است؟ (O مرکز دایره مثلثاتی است.)

- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۳) $-\sqrt{3}$
- (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۶۵- اگر $27^\circ < \alpha < 45^\circ$ باشد و $\cos \alpha = \frac{-2m+3}{2}$ آن‌گاه حدود m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2}$

۶۳- اگر $\sin x + \tan x > 0$ و $\frac{1}{\cos x} - \sin x \cdot \tan x < 0$ باشند، انتهای کمان x در کدام ناحیه دایره مثلثاتی است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۶۹- خطی که محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند، با جهت مثبت محور x زاویه α می‌سازد. اگر $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ و $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

باشد، کدام یک از نقاط زیر روی این خط قرار دارد؟

- (۱) $(2, -2)$ (۲) $(-2, 2)$ (۳) $(-1, 3)$ (۴) $(1, 3)$

۷۰- خط l از نقطه $A \left(\frac{8}{3} \right)$ می‌گذرد و با جهت مثبت محور x زاویه 37° می‌سازد. محیط مثلثی که از برخورد این خط با محورهای مختصات به وجود می‌آید،

چقدر است؟ $(\cot 37^\circ = \frac{4}{3})$

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۹

ریاضی ۱، روابط بین نسبت های مثلثاتی - ۲ سوال -

۶۷- اگر $\sin x - \cos x = m$ باشد، حاصل $\sqrt{\tan x + \cot x}$ کدام است؟ $(0^\circ < x < 90^\circ)$

- (۱) $\sqrt{\frac{1-m^2}{2}}$ (۲) $\sqrt{\frac{2}{1-m^2}}$ (۳) $\sqrt{\frac{m^2-1}{2}}$ (۴) $\sqrt{\frac{2}{m^2-1}}$

۶۸- اگر $\frac{1+\tan x}{1+\cot x} = \sqrt{3}$ باشد، حاصل $\frac{\cos x - 2\sin x}{\sin x + 2\cos x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+2}$ (۲) $\frac{2\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+2}$ (۳) $-1-5\sqrt{3}$ (۴) $1+5\sqrt{3}$

ریاضی ۱، ریشه و توان - ۲ سوال -

۵۴- عدد $3-3\sqrt{3}$ بین دو عدد صحیح متوالی a و b قرار دارد. بین دو عدد a^2 و b^2 ، چند عدد صحیح وجود دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۴

۵۲- کدام گزینه همواره صحیح است؟

- (۱) $0 < a < 1 \Rightarrow a^5 > a^3$ (۲) $-1 < a < 0 \Rightarrow a^6 > a^2$
 (۳) $a < -1 \Rightarrow a^5 > a^4$ (۴) $a < -1 \Rightarrow a^6 > a^4$

ریاضی ۱ - سوالات موازی، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۲ سوال -

۷۱- اگر $A = [1, +\infty)$ ، $B = (-\infty, 4)$ و $C = [-4, -1) \cup (-1, 2)$ باشد آن گاه مجموعه $(B - A) \cup C$ چند

عضو طبیعی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) بی شمار (۳) ۳ صفر (۴) ۲

۷۲- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 4\}$ باشد، در این صورت $A - (A \cap B)$ کدام است؟

- (۱) $[0, 4]$ (۲) $[-3, 0]$ (۳) $(0, 2)$ (۴) $[-3, 0)$

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **متنم یک مجموعه** - ۲ سوال -

۷۶- در یک مدرسه ۵۰ نفر فوتبال و ۳۰ نفر والیبال بازی می کنند و ۲۰ نفر هیچ یک از این دو ورزش را انجام نمی دهند. اگر این مدرسه ۹۰ نفر دانش آموز داشته باشد، چند دانش آموز فقط یکی از ورزش های فوتبال یا والیبال را انجام می دهند؟

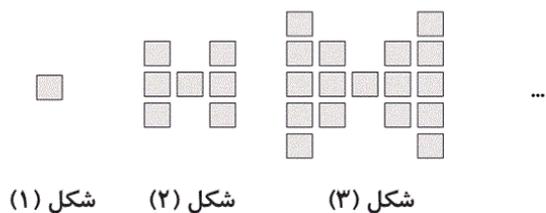
- (۱) ۶۰ (۲) ۷۰ (۳) ۴۵ (۴) ۵۰

۹۰- مجموعه های A و B زیرمجموعه مجموعه مرجع U هستند. اگر $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 16$ ، $n(A') = 8$ و $n(B') = 10$ ، مقدار $n(A)$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **الگو و دنباله** - ۲ سوال -

۸۲- با توجه به الگوی زیر چند مربع رنگی در شکل دهم وجود دارد؟



- (۱) ۱۸۷
(۲) ۱۹۷
(۳) ۱۹۹
(۴) ۲۰۷

۲, ۶, ۱۲, ۲۰, ...

۷۳- در دنباله روبه رو، جمله صد و بیست و دوم برابر است با:

- (۱) ۱۴۸۸۴ (۲) ۱۵۰۰۶ (۳) ۱۴۷۶۲ (۴) ۱۴۶۴۰

ریاضی ۱ - سوالات موازی ، **دنباله های حسابی و هندسی** - ۵ سوال -

۸۳- محیط دایره ای را به شش قسمت طوری تقسیم می کنیم که زاویه مرکزی کمان های مربوط به آن ها تشکیل یک دنباله حسابی دهد. اگر اختلاف بزرگ ترین و

کوچک ترین زاویه برابر 40° باشد، در این صورت بزرگ ترین کمان چند درجه است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

۸۵- در یک دنباله حسابی، جمله هشتم ۹ برابر جمله دوم و جمله چهارم برابر ۱۱ است. ۱۰۳ جمله چندم این دنباله است؟

- (۱) بیست و ششم (۲) بیست و چهارم (۳) بیست و پنجم (۴) بیست و هفتم

۷۷- در یک دنباله هندسی با جملات مثبت، بین دو عدد a و b ، واسطه هندسی قرار می‌دهیم. اگر دومین واسطه هندسی ۲ و ششمین واسطه هندسی ۳۲ باشد، جمله چهارم این دنباله با جمله اول a کدام است؟ ($a < b$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

۷۸- جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = \frac{2kn + 18}{(k + 2)n^2 + k - 1}$ است. چند جمله کوچکتر از صفر در این دنباله قرار دارد؟

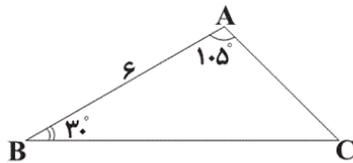
- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) بی‌شمار

۸۷- اگر جمله چهارم یک دنباله هندسی با قدر نسبت مثبت، $\frac{9}{4}$ جمله دوم آن باشد و مجموع چهار جمله اول آن نیز 130 باشد، آن‌گاه جمله ششم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۲۴۳ (۳) $121/5$ (۴) ۱۶۲

ریاضی ۱ - سوالات موازی، نسبت های مثلثاتی - سوال ۴

۸۸- مساحت مثلث داده شده چند برابر $(\sqrt{3} + 1)$ است؟



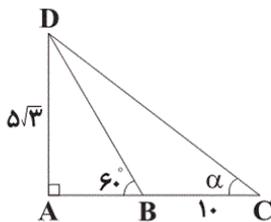
- (۱) $3/5$

- (۲) ۴

- (۳) $4/5$

- (۴) ۵

۸۰- در شکل مقابل، مقدار α کدام است؟



- (۱) 15°

- (۲) 30°

- (۳) 45°

- (۴) 50°

۷۴- اگر $\frac{4 \sin^4 30^\circ - 4 \cos^4 30^\circ}{\tan 30^\circ - \tan 60^\circ} = \cot x$ باشد، آن‌گاه x چند درجه است؟ ($0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

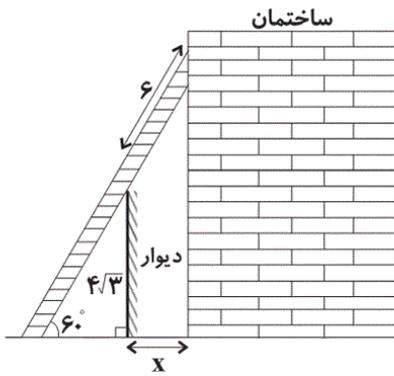
- (۱) 60°

- (۲) 30°

- (۳) 45°

- (۴) 90°

۷۵- مطابق شکل مقابل، نردبانی را به دیوار و ساختمان پشت آن تکیه داده‌ایم. فاصله پای ساختمان



تا پای دیوار (x) چقدر است؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

ریاضی ۱ - سوالات موازی، دایره مثلثاتی - سوال ۵ -

۸۱- با توجه به دایره مثلثاتی کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $\sin 175^\circ > \sin 55^\circ$ (۲) $\cos 55^\circ < \cos 65^\circ$ (۳) $\tan 65^\circ > \tan 75^\circ$ (۴) $\cot 65^\circ > \cot 75^\circ$

۷۹- خطی که با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه 60° می‌سازد و محور عرض‌ها را در نقطه ۳- قطع می‌کند، از کدام نقطه زیر عبور نمی‌کند؟

- (۱) $(3\sqrt{3}, 6)$ (۲) $(1, \sqrt{3} - 3)$ (۳) $(\sqrt{3}, 0)$ (۴) $(3, 3\sqrt{3})$

۸۶- اگر $270^\circ < \alpha < 450^\circ$ باشد و $\cos \alpha = \frac{-2m+3}{2}$ آن‌گاه حدود m کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2} < m < \frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{2}$ (۳) $\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2}$

۸۴- نقطه $A(\frac{\sqrt{3}}{2}, m)$ را روی دایره مثلثاتی 180° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌دهیم تا به نقطه $B(k, \frac{1}{2})$ برسیم. اگر \vec{OB} با جهت

مثبت محور x ها زاویه α را بسازد، $\tan \alpha$ کدام است؟ (O مرکز دایره مثلثاتی است.)

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۳) $-\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

۸۹- خط L از نقطه $A(\frac{8}{3})$ می‌گذرد و با جهت مثبت محور x ها زاویه 37° می‌سازد. محیط مثلثی که از برخورد این خط با محورهای مختصات بوجود می‌آید،

چقدر است؟ $(\cot 37^\circ = \frac{4}{3})$

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۵ (۴) ۹

هندسه ۱، ترسیم های هندسی - سوال ۲

۹۴- ارتفاع‌های مثلث ABC در نقطه H درون این مثلث هم‌رس هستند. اگر $\hat{BHC} = 110^\circ$ و $BH = AH$ ، آنگاه اندازه کوچکترین زاویه مثلث ABC کدام است؟

- (۱) 50° (۲) 60° (۳) 40° (۴) 70°

۹۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) نقطه P روی ضلع AC ، از رأس A و ضلع BC به یک فاصله است. اگر

$\hat{C} = 40^\circ$ ، آنگاه زاویه BPC چند درجه است؟

۱۱۰ (۴)

۱۱۵ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۰۵ (۱)

هندسه ۱، استدلال - ۳ سوال -

۹۲- کدامیک از گزاره‌های زیر را نمی‌توان به صورت یک قضیه دو شرطی نوشت؟

(۱) نقطه هم‌مرسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

(۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

(۳) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه اضلاع مجاور آن بر هم عمود هستند.

(۴) اگر در مثلث ABC ، $AB \neq AC$ ، آنگاه $\hat{B} \neq \hat{C}$.

۹۳- چند متوازی‌الاضلاع به طول اضلاع ۳ و ۵ و طول قطر کوچک ۸ واحد می‌توان رسم کرد؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

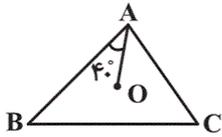
۹۵- در شکل زیر، نقطه O از سه ضلع مثلث ABC به یک فاصله است. زاویه بین OB و OC چند درجه است؟

(۱) ۱۱۰

(۲) ۱۲۰

(۳) ۱۳۰

(۴) ۱۴۰



هندسه ۱، نسبت و تناسب در هندسه - ۱ سوال -

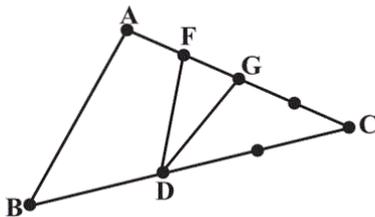
۹۶- در شکل زیر، AC و BC به ترتیب به ۴ و ۳ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. مساحت مثلث DFG چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{1}{6}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{1}{9}$



هندسه ۱، قضیه تالس - ۴ سوال -

۹۷- در مثلث ABC که $AB = \sqrt{2}$ و $AC = \sqrt{5}$ ، دو نقطه X و Y را به ترتیب روی AB و AC در نظر می‌گیریم. در کدام حالت XY موازی BC است؟

(۲) $AX = \frac{1}{2}$ ، $AY = \frac{1}{5}$

(۱) $AX = 1$ ، $AY = \frac{1}{\sqrt{2}}$

(۴) $AX = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ، $AY = 1$

(۳) $AX = 1$ ، $AY = 2$

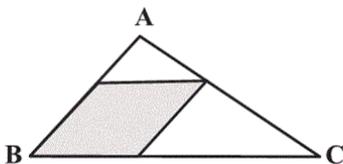
۹۸- در شکل زیر اگر $2BC = 3AB$ ، آنگاه مساحت لوزی سایه خورده چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{12}{25}$

(۴) $\frac{6}{25}$



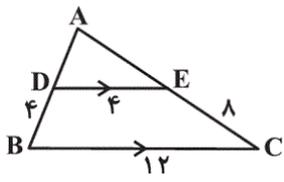
۹۹- در شکل زیر DE با BC موازی است. با توجه به اندازه‌های روی شکل، فاصله C از AB کدام است؟

(۱) $3\sqrt{15}$

(۲) $5\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۴) $2\sqrt{35}$



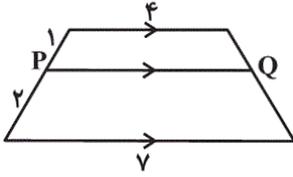
۱۰۰- در شکل مقابل پاره‌خط PQ با قاعده‌های دوزنقه موازی است، طول آن کدام است؟

(۱) $4/5$

(۲) $4/75$

(۳) 5

(۴) $5/25$



-۵۱

(رئیم مشتاق نظم)

$$A \cap B = (0, 2)$$

$$A - (A \cap B) = [-3, 0]$$

بنابراین:

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

-۵۶

(علی ارجمند)

A : فوتبال و $n(A) = 50$

B : والیبال و $n(B) = 30$

$$\begin{cases} n((A \cup B)') = 20 \\ n(U) = 90 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 90 - 20 = 70$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 70 = 50 + 30 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 50 - 10 = 40$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 10 = 20$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) = 20 + 40 = 60$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

با توجه به شکل می‌توان متوجه شد که در شکل n ام تعداد مربع‌ها به صورت زیر است:

$$1 + 2 \times (3 + 5 + \dots + (2n - 1))$$

$$= 2 \times (1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)) - 1$$

$$= 2 \times \left(\frac{2n(2n+1)}{2} - 2 \times \frac{n(n+1)}{2} \right) - 1$$

$$= 2n(2n+1-n-1) - 1 = 2n^2 - 1$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مربع‌ها در شکل دهم} = 1 + 2 \times (3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

$$+ 13 + 15 + 17 + 19)$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مربع‌ها در شکل دهم} = 2 \times 10^2 - 1 = 199$$

توجه کنید که برای محاسبه مجموع اعداد فرد کافی است مجموع اعداد زوج ۲ تا

$2n$ را از مجموع اعداد ۱ تا $2n$ کم کنیم و همانطور که می‌دانید حاصل جمع

$$\text{اعداد از ۱ تا } n \text{ برابر است با } \frac{n(n+1)}{2}.$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۳ تا ۲۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(موسا زمانی)

-۵۳

$$a_1 = 5 \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 = 135 = a_1 q^3$$

$$\frac{a_4}{a_1} = \frac{135}{5} = q^3 \Rightarrow q^3 = 27 \Rightarrow q = 3$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{t_8}{t_2} = 9 \Rightarrow \frac{t_1 + 7d}{t_1 + d} = 9 \Rightarrow t_1 + 7d = 9t_1 + 9d$$

$$\Rightarrow 8t_1 = -2d \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{4}d$$

$$t_4 = 11 \Rightarrow t_1 + 3d = 11 \xrightarrow{t_1 = -\frac{d}{4}} -\frac{d}{4} + 3d = 11$$

$$\Rightarrow -d + 12d = 44 \Rightarrow 11d = 44 \Rightarrow d = 4$$

$$t_1 = -\frac{d}{4} \xrightarrow{d=4} t_1 = -1$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -1 + (n-1) \times 4$$

$$\Rightarrow t_n = 4n - 5 \Rightarrow 103 = 4n - 5 \Rightarrow 4n = 108 \Rightarrow n = 27$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

از آن جایی که جمله چهارم $\frac{9}{4}$ جمله دوم می باشد، نتیجه می گیریم که:

$$\frac{a_4}{a_2} = \frac{a_1 \times q^3}{a_1 \times q} = q^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{قدرنسبت } < 0} q = \frac{3}{2}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 130$$

$$\Rightarrow a_1 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{9}{4}a_1 + \frac{27}{8}a_1 = 130$$

$$\Rightarrow \left(\frac{8+12+18+27}{8}\right)a_1 = 130 \Rightarrow \frac{65}{8}a_1 = 130 \Rightarrow a_1 = 16$$

$$a_6 = a_1 \times q^5 = 16 \times \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{2} = 121\frac{1}{2}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

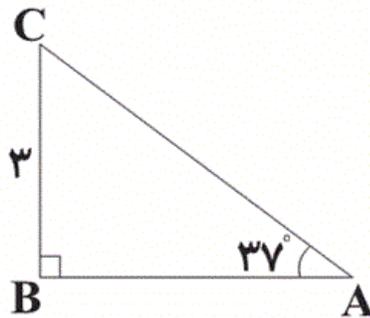
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا محیط مثلث ABC را به دست می‌آوریم:



$$\sin 37^\circ = \frac{BC}{AC}$$

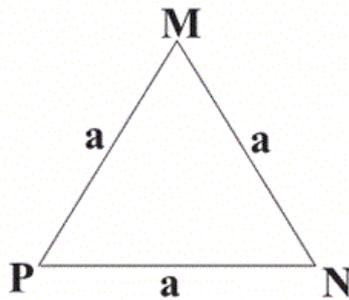
$$\Rightarrow 0.6 = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 5$$

$$AB^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow AB = 4$$

$$\Rightarrow \Delta ABC \text{ محیط} = 3 + 4 + 5 = 12$$

از آنجا که محیط مثلث متساوی‌الاضلاع MNP با محیط مثلث ABC برابر

است، داریم:



$$3a = 12 \Rightarrow a = 4$$

$$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (4^2)$$

$$\Rightarrow S = 4\sqrt{3}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

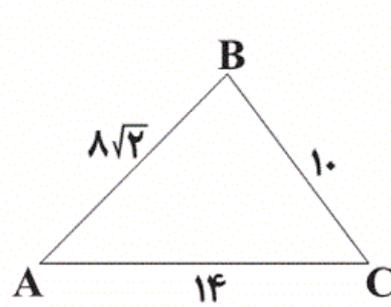
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

کوچک‌ترین زاویه مثلث، روبه‌رو به کوچک‌ترین ضلع مثلث است، بنابراین داریم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A}$$

$$56 = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times 14 \times \sin \hat{A}$$

$$\Rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{\hat{A} \text{ کوچک‌ترین زاویه مثلث است}}{\hat{A} = 45^\circ}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(زهرا ممتازی)

در مثلث قائم‌الزاویه **ABD**:

$$\tan 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 5$$

در مثلث قائم‌الزاویه **ADC**:

$$\tan \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{15} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

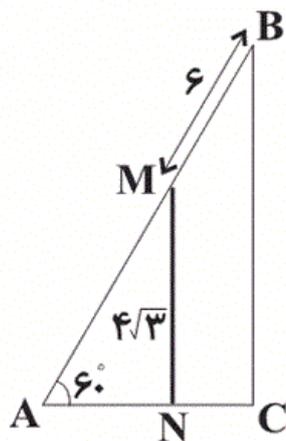
(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\Delta AMN \begin{cases} \sin 6^\circ = \frac{MN}{AM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{AM} \Rightarrow AM = 8 \\ \tan 6^\circ = \frac{MN}{AN} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{AN} \Rightarrow AN = 4 \end{cases}$$

$$\Delta ABC : \cos 6^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{6+8}$$

$$\Rightarrow AC = 7 \Rightarrow NC = 7 - 4 = 3$$

(مثالت، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

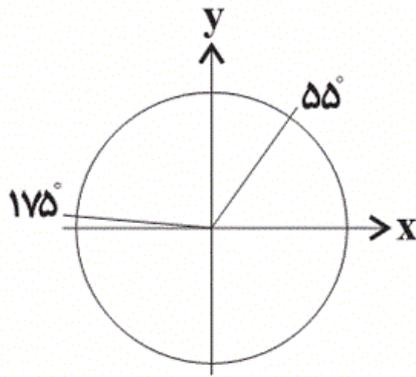
۴

۳

۲✓

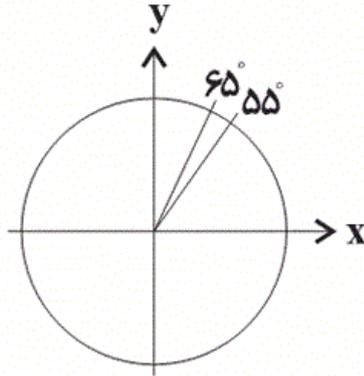
۱

گزینه «۱»:



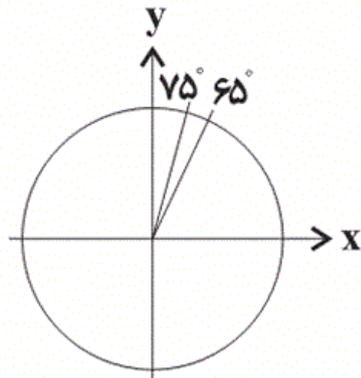
$$\sin 55^\circ > \sin 175^\circ$$

گزینه «۲»:



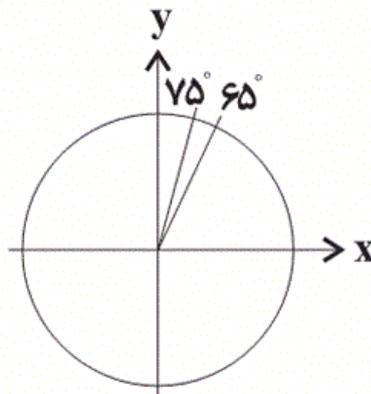
$$\cos 55^\circ > \cos 65^\circ$$

گزینه «۳»:



$$\sin 75^\circ > \sin 65^\circ, \cos 65^\circ > \cos 75^\circ \\ \Rightarrow \tan 75^\circ > \tan 65^\circ$$

گزینه «۴»:



$$\sin 75^\circ > \sin 65^\circ, \cos 65^\circ > \cos 75^\circ \\ \Rightarrow \cot 65^\circ > \cot 75^\circ$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

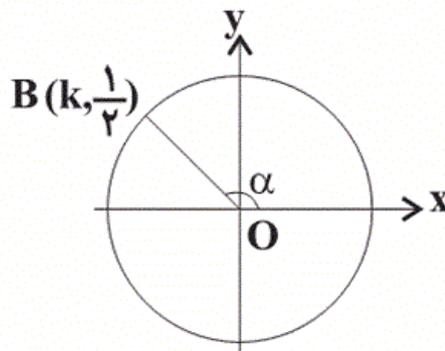
نقطه $A(\frac{\sqrt{3}}{2}, m)$ در ربع اول یا چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر در ربع اول

باشد پس از 180° دوران در ربع سوم قرار می‌گیرد و اگر در ربع چهارم باشد پس

از 180° دوران در ربع دوم قرار می‌گیرد. پس از دوران به نقطه $B(k, \frac{1}{2})$

رسیده‌ایم و $\frac{1}{2} > 0$ است بنابراین نقطه B در ربع اول یا دوم دایره مثلثاتی قرار

دارد. در نتیجه نقطه A در ربع چهارم قرار دارد.



$$\Rightarrow (\frac{1}{2})^2 + k^2 = 1$$

$$\xrightarrow{k < 0} k = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

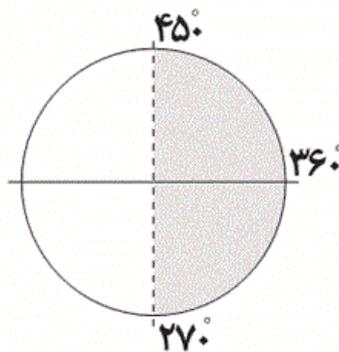
۴

۳

۲

۱

(سهند ولی‌زاده)



$$0 < \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{-2m + 3}{2} \leq 1 \xrightarrow{\times 2}$$

$$0 < -2m + 3 \leq 2$$

$$\xrightarrow{-3} -3 < -2m \leq -1 \xrightarrow{\div (-2)}$$

$$\frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱

از آن جایی که $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ، بنابراین داریم: $\sin x = \cos x \cdot \tan x$.

پس می توان نوشت:

$$\sin x + \tan x = \cos x \cdot \tan x + \tan x = (\cos x + 1) \times \tan x$$

چون $\sin x + \tan x$ طبق فرض سؤال مثبت است پس:

$$(\cos x + 1) \times \tan x > 0 \xrightarrow{-1 \leq \cos x \leq 1}$$

$$\underbrace{(\cos x + 1)}_{\text{نامنفی}} \times \tan x > 0 \Rightarrow \tan x > 0$$

(۱) انتهای کمان X در ربع اول یا سوم است. \Rightarrow

$$\frac{1}{\cos x} - \sin x \times \tan x = \frac{1}{\cos x} - \sin x \times \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x} < 0$$

از طرفی $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$ پس:

$$\frac{\cos^2 x}{\cos x} < 0 \Rightarrow \cos x < 0 \Rightarrow \text{(۲) انتهای کمان } X \text{ در ربع دوم یا سوم است.}$$

با توجه به اشتراک (۱) و (۲)، انتهای کمان X در ناحیه سوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

(مثلثات، صفحه های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)

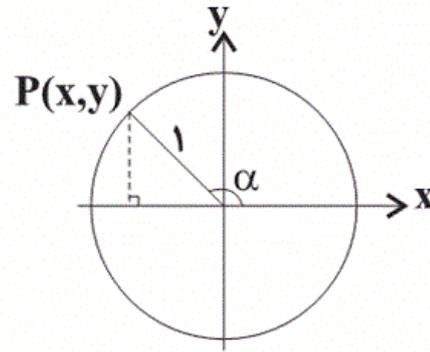
۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به دایره مثلثاتی مقابل داریم:



$$\sin \alpha = y = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 + x^2 = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\xrightarrow[\alpha \text{ در ربع دوم}]{x < 0} x = -\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\frac{2}{\sqrt{5}}}{-\frac{1}{\sqrt{5}}} = -2$$

بنابراین شیب خط برابر -2 و عرض از مبدأ آن 1 است و داریم: $y = -2x + 1$

که تنها مختصات نقطه داده شده در گزینه «۳» در این معادله صدق می‌کند.

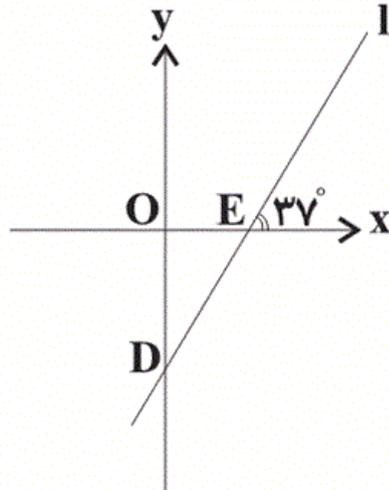
(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

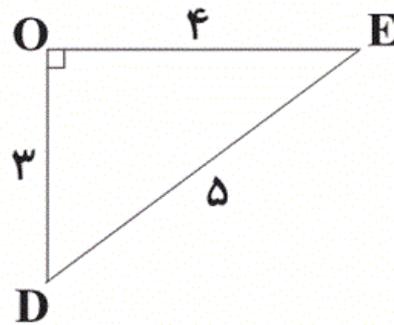
 ۱



$$\text{شیب خط } l = \tan 37^\circ = \frac{1}{\cot 37^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$l \text{ معادله خط: } y - 3 = \frac{3}{4}(x - 8)$$

$$\Rightarrow l: 3x - 4y - 12 = 0$$



$$x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow D \begin{matrix} 3 \\ - \end{matrix}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow E \begin{matrix} 4 \\ \end{matrix}$$

$$\Delta ODE \text{ محیط مثلث} = 3 + 4 + 5 = 12$$

(مثلات، صفحه‌های ۳۰ و ۳۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\sin x - \cos x = m$$

$$\xrightarrow{\text{به توان } ۲} \underbrace{\sin^2 x + \cos^2 x}_1 - ۲ \sin x \cos x = m^2$$

$$\Rightarrow 1 - ۲ \sin x \cos x = m^2 \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1 - m^2}{۲}$$

$$\sqrt{\tan x + \cot x} = \sqrt{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x}} = \sqrt{\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\cos x \sin x}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\frac{1 - m^2}{۲}}} = \sqrt{\frac{۲}{1 - m^2}}$$

(مثلاًت، صفحه‌های ۳۴۲ تا ۳۴۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

عبارت داده شده را ساده می‌کنیم:

$$\frac{1 + \tan x}{1 + \cot x} = \frac{1 + \tan x}{1 + \frac{1}{\tan x}} = \frac{1 + \tan x}{\frac{1 + \tan x}{\tan x}} = \tan x = \sqrt{3}$$

داریم:

$$\frac{\cos x - 2 \sin x}{\sin x + 2 \cos x} = \frac{\frac{\cos x}{\cos x} - \frac{2 \sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{2 \cos x}{\cos x}} = \frac{1 - 2 \tan x}{\tan x + 2}$$

$$= \frac{1 - 2(\sqrt{3})}{\sqrt{3} + 2}$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امسان لعل)

-۵۴

می‌دانیم $\sqrt{3} \simeq 1/7$ است پس:

$$3\sqrt{3} \simeq 3 \times 1/7 = 5/1 \Rightarrow 3 - 5/1 = -2/1$$

این عدد بین دو عدد صحیح متوالی ۳- و ۲- قرار دارد. پس:

$$-3 < -2/1 < -2 \Rightarrow a = -3, b = -2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ |b^2 = 4 \end{cases}$$

که بین دو عدد صحیح ۹ و ۴، چهار عدد صحیح وجود دارد.

(توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

نادرست است. $a = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$: گزینه «۱»

نادرست است. $a = \frac{-1}{2} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^6 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2$: گزینه «۲»

نادرست است. $a = -2 \rightarrow (-2)^5 > (-2)^4$: گزینه «۳»

دقت شود که رابطه $a^5 > a^4$ فقط برای $a > 1$ برقرار است.

درست است. $a < -1 \Rightarrow a^6 > a^4$: گزینه «۴»

(توان‌های گویا و عبارات‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۳ کتاب درسی)

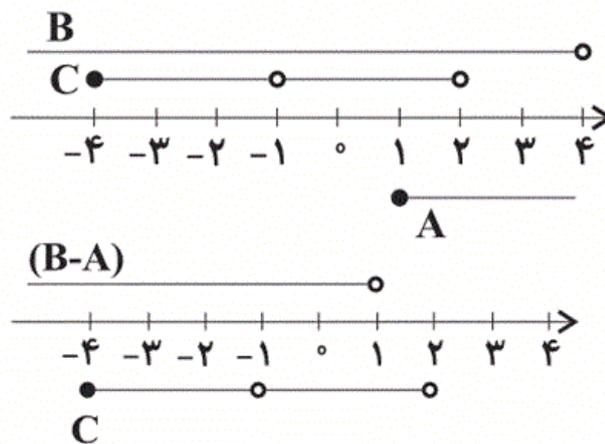
 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

مجموعه‌ها را روی محور اعداد نمایش می‌دهیم:



$$B - A = (-\infty, 1)$$

$$(B - A) \cup C = (-\infty, 2)$$

مجموعه مورد نظر شامل عدد طبیعی $\{1\}$ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱ ✓

$$A \cap B = (0, 2)$$

$$A - (A \cap B) = [-3, 0]$$

بنابراین:

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی ارجمند)

-۷۶

A : فوتبال و $n(A) = 50$ B : والیبال و $n(B) = 30$

$$\begin{cases} n((A \cup B)') = 20 \\ n(U) = 90 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)') = 90 - 20 = 70$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 70 = 50 + 30 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 50 - 10 = 40$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 30 - 10 = 20$$

$$\Rightarrow n(A - B) + n(B - A) = 40 + 20 = 60$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

طبق فرمول تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow n(A) + n(B) = ۱۶ \quad (۱)$$

از طرفی طبق فرض داریم:

$$n(A') + n(B') = ۱۸ \quad (۲)$$

از جمع (۱) و (۲) داریم:

$$n(A) + n(A') + n(B) + n(B') = ۳۴$$

نکته: اگر $A \subseteq U$ باشد، $n(A) + n(A') = n(U)$ پس خواهیم داشت:

$$n(A) + n(A') + n(B) + n(B') = ۳۴$$

$$\Rightarrow n(U) + n(U) = ۳۴ \Rightarrow n(U) = ۱۷$$

حال مقدار $n(A)$ را پیدا می‌کنیم:

$$n(A) = n(U) - n(A') = ۱۷ - ۸ = ۹$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به شکل می‌توان متوجه شد که در شکل n ام تعداد مربع‌ها به صورت زیر است:

$$1 + 2 \times (3 + 5 + \dots + (2n - 1))$$

$$= 2 \times (1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)) - 1$$

$$= 2 \times \left(\frac{2n(2n+1)}{2} - 2 \times \frac{n(n+1)}{2} \right) - 1$$

$$= 2n(2n+1-n-1) - 1 = 2n^2 - 1$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مربع‌ها در شکل دهم} = 1 + 2 \times (3 + 5 + 7 + 9 + 11$$

$$+ 13 + 15 + 17 + 19)$$

$$\Rightarrow \text{تعداد مربع‌ها در شکل دهم} = 2 \times 10^2 - 1 = 199$$

توجه کنید که برای محاسبه مجموع اعداد فرد کافی است مجموع اعداد زوج ۲ تا

$2n$ را از مجموع اعداد ۱ تا $2n$ کم کنیم و همانطور که می‌دانید حاصل جمع

$$\text{اعداد از ۱ تا } n \text{ برابر است با } \frac{n(n+1)}{2}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا جمله عمومی دنباله را به دست می آوریم. توجه شود که:

$$\text{جمله اول} = ۲ = \boxed{۱} \times ۲$$

$$\text{جمله دوم} = ۶ = \boxed{۲} \times ۳$$

$$\text{جمله سوم} = ۱۲ = \boxed{۳} \times ۴$$

$$\text{جمله چهارم} = ۲۰ = \boxed{۴} \times ۵$$

$$\Rightarrow \text{جمله } n \text{ ام دنباله} = n \times (n+1)$$

بنابراین جمله ۱۲۲ ام برابر است با:

$$n = ۱۲۲ \Rightarrow ۱۲۲ \times (۱۲۲ + ۱) = ۱۲۲ \times ۱۲۳ = ۱۵۰۰۶$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه های ۱۶ تا ۲۰ کتاب درسی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\alpha_1 + \alpha_1 + d + \alpha_1 + 2d + \alpha_1 + 2d + \alpha_1 + 4d + \alpha_1 + 5d = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 6\alpha_1 + 15d = 360^\circ$$

$$2\alpha_1 + 5d = 120^\circ \quad (*)$$

از طرفی اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه 40° می‌باشد، داریم:

$$\alpha_1 + 5d - \alpha_1 = 40^\circ \Rightarrow 5d = 40^\circ \Rightarrow d = 8^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} 2\alpha_1 + 5 \times 8 = 120^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 40^\circ$$

بزرگ‌ترین کمان برابر است با:

$$\alpha_1 + 5d = 40 + 5 \times 8 = 80^\circ$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{t_8}{t_2} = 9 \Rightarrow \frac{t_1 + 7d}{t_1 + d} = 9 \Rightarrow t_1 + 7d = 9t_1 + 9d$$

$$\Rightarrow 8t_1 = -2d \Rightarrow t_1 = -\frac{1}{4}d$$

$$t_4 = 11 \Rightarrow t_1 + 3d = 11 \xrightarrow{t_1 = -\frac{d}{4}} -\frac{d}{4} + 3d = 11$$

$$\Rightarrow -d + 12d = 44 \Rightarrow 11d = 44 \Rightarrow d = 4$$

$$t_1 = -\frac{d}{4} \xrightarrow{d=4} t_1 = -1$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \Rightarrow t_n = -1 + (n-1) \times 4$$

$$\Rightarrow t_n = 4n - 5 \Rightarrow 103 = 4n - 5 \Rightarrow 4n = 108 \Rightarrow n = 27$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱

$a, \underbrace{\dots}, b$
۷ واسطه هندسی

$$\text{جمله سوم} = \text{دومین واسطه هندسی} \Rightarrow a_3 = 2 \Rightarrow aq^2 = 2$$

$$\text{جمله هفتم} = \text{ششمین واسطه هندسی} \Rightarrow a_7 = 32 \Rightarrow aq^6 = 32$$

$$\Rightarrow \frac{aq^6}{aq^2} = \frac{32}{2}$$

$$\Rightarrow q^4 = 16 = (\pm 2)^4 \xrightarrow{\text{جملات مثبت هستند } (q > 0)} q = 2$$

$$aq^2 = 2 \xrightarrow{q=2} a(4) = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$a_4 = aq^3 = \frac{1}{2}(2)^3 = 4$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

چون جمله عمومی یک دنباله حسابی باید درجه یک باشد، بنابراین باید ضریب

جمله n^2 در مخرج صفر شود، پس:

$$k + 2 = 0 \Rightarrow k = -2$$

$$a_n = \frac{2kn + 18}{(k + 2)n^2 + k - 1}$$

$$\xrightarrow{k=-2} a_n = \frac{-4n + 18}{-3} = \frac{4}{3}n - 6 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{4n}{3} < 6 \Rightarrow n < \frac{18}{4} \Rightarrow n < 4.5 \Rightarrow n = \{1, 2, 3, 4\}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

از آن جایی که جمله چهارم $\frac{9}{4}$ جمله دوم می‌باشد، نتیجه می‌گیریم که:

$$\frac{a_4}{a_2} = \frac{a_1 \times q^3}{a_1 \times q} = q^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow q = \pm \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{قدرنسبت} < 0} q = \frac{3}{2}$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 130$$

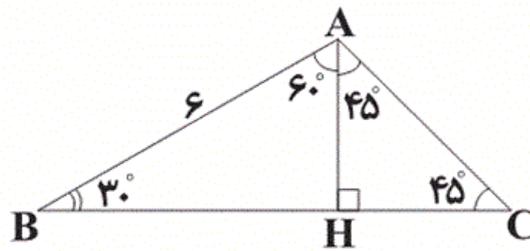
$$\Rightarrow a_1 + \frac{3}{2}a_1 + \frac{9}{4}a_1 + \frac{27}{8}a_1 = 130$$

۴

۳ ✓

۲

۱

با رسم ارتفاع AH داریم:

$$HC = HA = 6 \sin 30^\circ = 6 \left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$BH^2 = AB^2 - AH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$$\Rightarrow BH = 3\sqrt{3}$$

$$BC = BH + HC = 3\sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1)$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} (3)(3)(\sqrt{3} + 1)$$

$$= \frac{9}{2} (\sqrt{3} + 1) = \frac{4}{5} (\sqrt{3} + 1)$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(زهرا ممتازی)

-۸۰

در مثلث قائم‌الزاویه ABD :

$$\tan 60^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow AB = 5$$

در مثلث قائم‌الزاویه ADC :

$$\tan \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{15} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(سهند ولی زاده)

$$\frac{4\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 4\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}} = \cot x \Rightarrow \frac{4\left(\frac{1}{16}\right) - 4\left(\frac{9}{16}\right)}{\frac{-2\sqrt{3}}{2}} = \cot x$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{1}{4} - \frac{9}{4}}{\frac{-2\sqrt{3}}{2}} = \cot x \Rightarrow \frac{-2}{-2\sqrt{3}} = \cot x \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \cot x$$

$$\Rightarrow \cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = 60^\circ$$

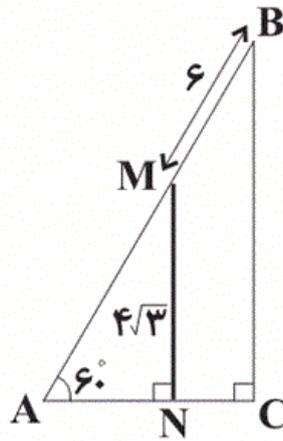
(مثال‌ها، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\Delta AMN \left\{ \begin{array}{l} \sin 6^\circ = \frac{MN}{AM} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{AM} \Rightarrow AM = 8 \\ \tan 6^\circ = \frac{MN}{AN} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{AN} \Rightarrow AN = 4 \end{array} \right.$$

$$\Delta ABC : \cos 6^\circ = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{6+8}$$

$$\Rightarrow AC = 7 \Rightarrow NC = 7 - 4 = 3$$

(مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ کتاب درسی)

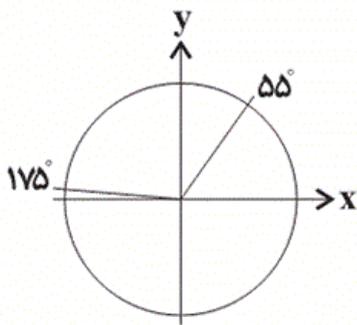
۴

۳

۲ ✓

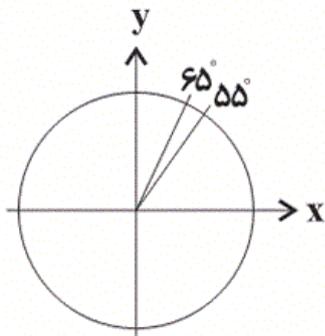
۱

گزینه «۱»:



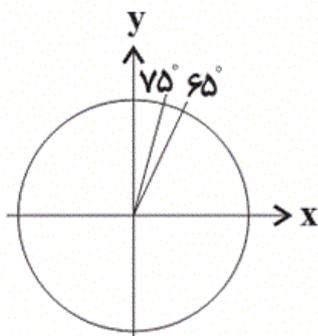
$$\sin 55^\circ > \sin 175^\circ$$

گزینه «۲»:



$$\cos 55^\circ > \cos 65^\circ$$

گزینه «۳»:



$$\sin 75^\circ > \sin 65^\circ, \cos 65^\circ > \cos 75^\circ \\ \Rightarrow \tan 75^\circ > \tan 65^\circ$$

۴

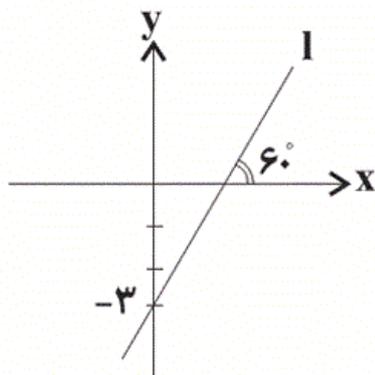
۳

۲

۱

m = شیب خط

h = عرض از مبدأ خط



$$y = mx + h$$

$$y = (\tan 6^\circ)x - 3$$

$$y = \sqrt{3}x - 3$$

و از بین چهار نقطه داده شده در گزینه‌ها فقط نقطه $(3, 3\sqrt{3})$ در معادله خط

l صدق نمی‌کند.

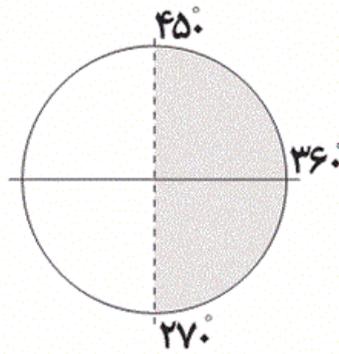
(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱



$$0 < \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{-2m + 3}{2} \leq 1 \xrightarrow{\times 2}$$

$$0 < -2m + 3 \leq 2$$

$$\xrightarrow{-3} -3 < -2m \leq -1 \xrightarrow{\div (-2)}$$

$$\frac{1}{2} \leq m < \frac{3}{2}$$

(مثالها، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

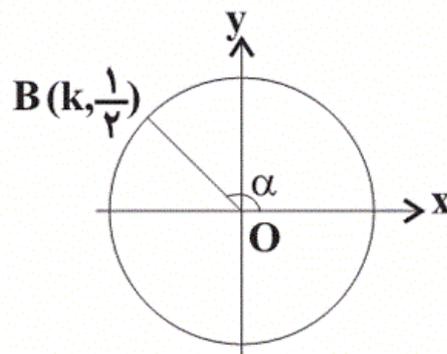
نقطه $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, m\right)$ در ربع اول یا چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر در ربع اول

باشد پس از 180° دوران در ربع سوم قرار می‌گیرد و اگر در ربع چهارم باشد پس

از 180° دوران در ربع دوم قرار می‌گیرد. پس از دوران به نقطه $B(k, \frac{1}{2})$

رسیده‌ایم و $\frac{1}{2} > 0$ است بنابراین نقطه B در ربع اول یا دوم دایره مثلثاتی قرار

دارد. در نتیجه نقطه A در ربع چهارم قرار دارد.



$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + k^2 = 1$$

$$\xrightarrow{k < 0} k = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

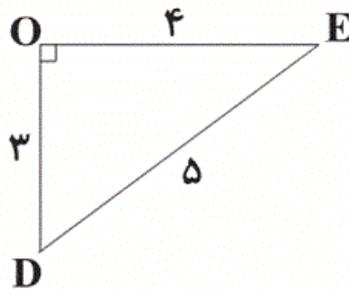
(مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱



$$x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow D \begin{matrix} 0 \\ -3 \end{matrix}$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow E \begin{matrix} 4 \\ 0 \end{matrix}$$

$$\Delta ODE \text{ محیط مثلث} = 3 + 4 + 5 = 12$$

(مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

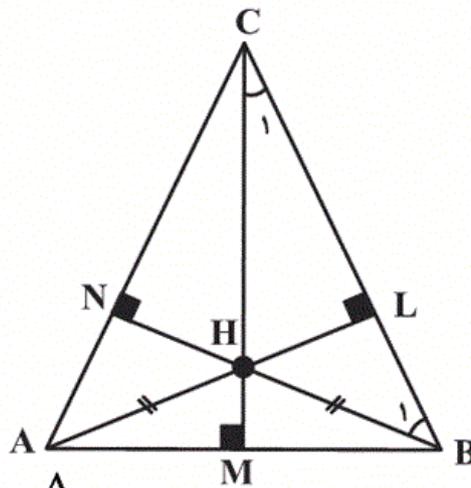
(میلاد منصوری)

-۹۴

در شکل زیر، نقطه H از A و B به یک فاصله است، پس روی عمود منصف AB قرار دارد، پس CM علاوه بر ارتفاع وارد بر AB، عمود منصف آن هم هست، پس

مثلث ABC متساوی الساقین است، یعنی در مثلث ABC داریم: $\hat{A} = \hat{B}$

از طرفی:



$$\begin{cases} \Delta BCM : \hat{C}_1 = 90^\circ - \hat{B} \\ \Delta BCN : \hat{B}_1 = 90^\circ - \hat{C} \end{cases}$$

$$\Delta BCH : \hat{BHC} + \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 110^\circ + (90^\circ - \hat{C}) + (90^\circ - \hat{B}) = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 110^\circ$$

$$\begin{cases} \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{B} + \hat{C} = 110^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow \hat{C} = 40^\circ$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

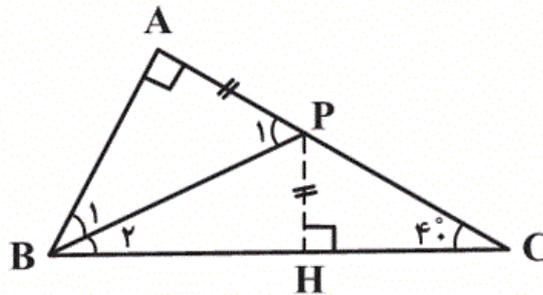
۲

۱

می‌دانیم اگر نقطه‌ای از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیمساز آن زاویه است. بنابراین:

$$PH = PA \Rightarrow \hat{B} \text{ روی نیمساز } P \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 25^\circ$$

$$\hat{P}_1 = 90^\circ - \hat{B}_1 = 65^\circ \Rightarrow \hat{BPC} = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

در گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴»، علاوه بر گزاره شرطی، عکس آن نیز درست است، یعنی «اگر نقطه‌ای از سه رأس یک مثلث به یک فاصله باشد، آن نقطه، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع آن مثلث است»، «اگر قطرهای یک چهارضلعی عمودمنصف یکدیگر باشند، آن چهارضلعی لوزی است» و «اگر در مثلث ABC ، $\hat{B} \neq \hat{C}$ باشد، آنگاه $AB \neq AC$ است» ولی در گزینه «۳»، عکس گزاره شرطی درست نیست، زیرا در صورتی که اضلاع مجاور یک چهارضلعی بر هم عمود باشند، آن چهارضلعی مستطیل است و لزوماً مربع نمی‌باشد، پس این گزاره را نمی‌توان به صورت یک قضیه دو شرطی بیان کرد.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۲۵ و ۲۷ کتاب درسی)

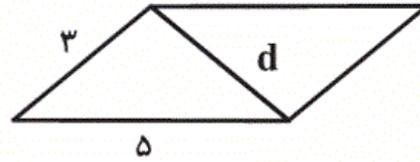
۴

۳ ✓

۲

۱

در هر مثلث، مجموع هر دو ضلع، از ضلع سوم بزرگتر است، بنابراین مجموع دو ضلع متوازی الاضلاع باید از هر دو قطر بزرگتر باشد، یعنی در شکل زیر باید $d < 3 + 5$ که به‌ازای $d = 8$ این شرط برقرار نیست.



(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه‌های ۱۵ و ۲۷ کتاب درسی)

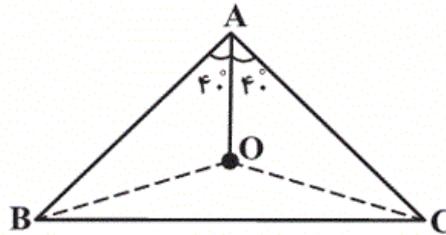
۴

۳

۲

۱ ✓

نقطه O ، نقطه هم‌رسی نیمسازهای داخلی مثلث ABC است، یعنی AO ، BO و CO نیمسازهای زاویه‌های مثلث هستند، داریم:



$$\Delta BOC: \frac{\hat{B}}{2} + \frac{\hat{C}}{2} + \hat{BOC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} + \hat{BOC} \Rightarrow 180^\circ \Rightarrow \frac{180^\circ - \hat{A}}{2} + \hat{BOC} = 180^\circ$$

$$\xrightarrow{\hat{A}=80^\circ} \hat{BOC} = 130^\circ$$

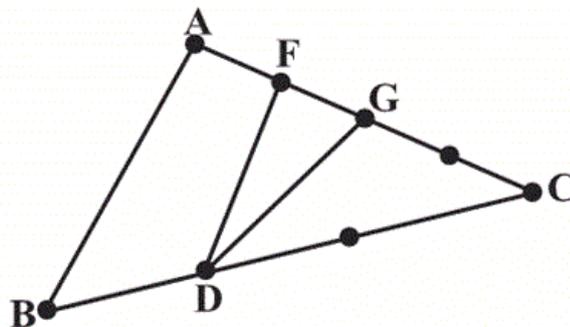
(ترسیم‌های هندسی و استرلال، صفحه ۱۹ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



$$\begin{cases} S_{DFG} = \frac{1}{4} S_{ADC} \\ S_{ADC} = \frac{2}{3} S_{ABC} \end{cases} \Rightarrow S_{DFG} = \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} S_{ABC} = \frac{1}{6} S_{ABC}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسین فایلو)

-۹۷

طبق عکس قضیه تالس، گزینه‌ای جواب سوال است که در آن تساوی

$$\frac{AX}{AB} = \frac{AY}{AC}$$

برقرار باشد که تنها در گزینه «۱» این تساوی برقرار است، زیرا:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2/5}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2/5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{2/5}{5}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

توجه کنید که:

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه ۳۶ کتاب درسی)

۴

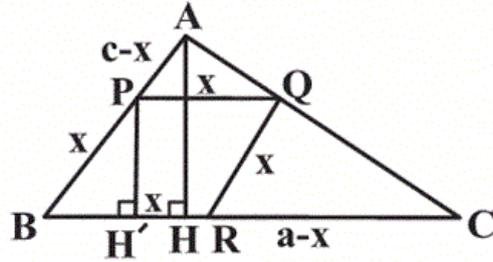
۳

۲

۱ ✓

(مفسر مفسر کریمی)

اگر ضلع لوزی را برابر x و اندازه اضلاع AB و BC را به ترتیب برابر c و a در نظر بگیریم. خواهیم داشت:



$$\text{فرض: } \frac{a}{c} = \frac{3}{2}$$

با استفاده از قضیه تالس در مثلث ABC ، داریم:

$$\left. \begin{aligned} PQ \parallel BC &\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{c-x}{c} \rightarrow \frac{x}{c-x} = \frac{a}{c} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{x}{c} = \frac{3}{5} \\ RQ \parallel AB &\Rightarrow \frac{x}{c} = \frac{a-x}{a} \rightarrow \frac{x}{a-x} = \frac{c}{a} = \frac{2}{3} \rightarrow \frac{x}{a} = \frac{2}{5} \end{aligned} \right\}$$

$$PH' \parallel AH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{PH'}{AH} = \frac{x}{c}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\text{لوزی}}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{BR \times PH'}{\frac{1}{2} BC \times AH} =$$

$$= 2 \left(\frac{BR}{BC} \right) \left(\frac{PH'}{AH} \right) = 2 \left(\frac{x}{a} \right) \left(\frac{x}{c} \right) = 2 \left(\frac{2}{5} \right) \left(\frac{3}{5} \right) = \frac{12}{25}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

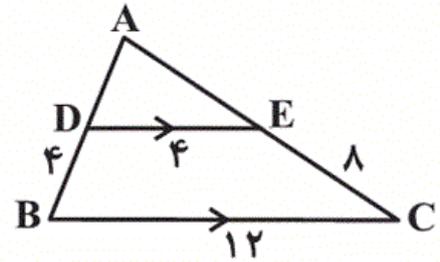
۲

۱

فرض کنید $AD=x$ و $AE=y$ باشد. در این صورت طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{x}{x+4} = \frac{4}{12} = \frac{y}{y+8}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{x+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow x=2 \\ \frac{y}{y+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow y=4 \end{cases}$$



بنابراین:

$$AB = x + 4 = 6, \quad AC = y + 8 = 12$$

پس $\triangle ABC$ متساوی الساقین است. در نتیجه ارتفاع CH میانه نیز هست، پس:

$$CH^2 + HA^2 = CA^2 \Rightarrow CH^2 + 3^2 = 12^2 \Rightarrow CH = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

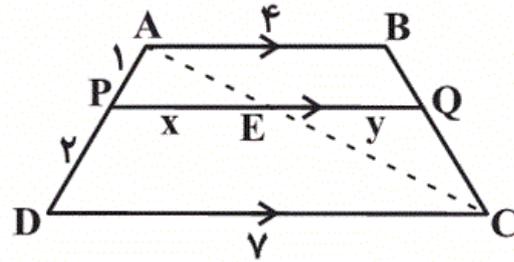
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مطابق شکل، قطر AC را رسم می‌کنیم، داریم:



$$\triangle ACD \xrightarrow[\text{تالس}]{PE \parallel DC} \frac{AP}{AD} = \frac{PE}{CD} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x}{7} \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$$\frac{AP}{PD} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{EC}{AE} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{EC}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\triangle ABC \xrightarrow[\text{تالس}]{EQ \parallel AB} \frac{EQ}{AB} = \frac{EC}{AC} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow PQ = x + y = \frac{7}{3} + \frac{8}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

(قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱