



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی پایه ، هندسه تحلیلی و جبر - ۴ سوال

۱۰۲- تابع درجه دوم  $y = x^2 + \frac{c}{2}x + 8$  نسبت به خط  $x = 3$  متقارن است. این تابع محور  $x$  ها را در چه طولی قطع می کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۱ (۴) ۶

۱۰۴- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  معادله  $\frac{1}{4}x^4 + mx^2 + m^2 - 1 = 0$  فقط دارای دو جواب حقیقی متمایز است؟

(۱)  $(-1, 1)$  (۲)  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$  (۳)  $(0, +\infty)$  (۴)  $\mathbb{R}$

۱۰۶- دو دوندۀ در یک پیست دو و میدانی به طول ۳۰۰ متر با سرعت ثابت شروع به دویدن می کنند. نفر اول در هر ثانیه ۵ متر بیش تر از نفر دوم جلو می رود. بنابراین این دوندۀ ۲ ثانیه زودتر به خط پایان می رسد. سرعت دوندۀ سریع تر چند متر بر ثانیه است؟

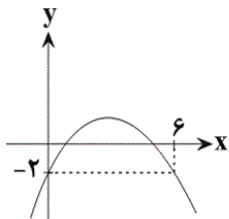
(۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۵

۱۱۰- معادله  $x^2 + 3 = 2x + \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  چند جواب حقیقی متمایز دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

ریاضی پایه ، ترکیبی - ۱ سوال

۱۰۸- اگر صفرهای تابع درجه دوم زیر، جملات چهارم و هشتم یک دنباله حسابی باشند، مجموع جمله دوم و دهم این دنباله حسابی کدام است؟



- (۱) ۶  
(۲) ۳  
(۳)  $\frac{3}{2}$   
(۴) ۱۲

ریاضی پایه ، مجموعه ، الگو و دنباله - ۳ سوال

۱۰۷- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی ۳۹ و حاصل ضرب آن ها ۱۰۰۰ است. بزرگ ترین این اعداد کدام است؟

(۱) ۲۹ (۲) ۲۱ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۱۰۳- در یک کلاس ۳۵ نفری، ۲۰ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۸ نفر عضو تیم والیبال و ۷ نفر عضو هر دو تیم هستند. چند نفر عضو هیچ تیمی نیستند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۱- حاصل  $100^3 - 100^2 \times 998$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۱۰۹- مخرج کسر  $\frac{x^{25}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1}$  را گویا کرده و حاصل کسر برابر با  $2 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$  شده است. مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۵۶ (۳) ۸۱ (۴) ۶۲۵

ریاضی پایه ، معادله ها و نامعادله ها - ۱ سوال

۱۰۵- چند عدد صحیح در نامعادله  $\frac{x^3}{1+x^2} \leq \frac{x^4}{1+x^3}$  صدق می کند؟

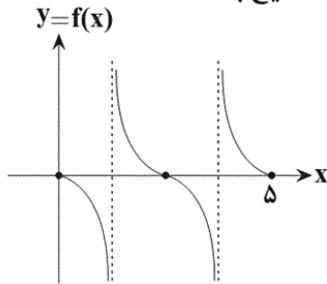
- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) بی شمار

ریاضی ۳ - دوازدهم ، مثلثات - ۱۰ سوال -

۹۱- کدام یک از مقادیر زیر نسبت به سایر گزینه ها، کوچک تر است؟ (زوایا برحسب رادیان هستند).

- (۱)  $\cos 1$  (۲)  $\cos 2$  (۳)  $\cos 6$  (۴)  $\cos 8$

۹۲- شکل مقابل، بخشی از نمودار تابع  $f(x) = a \tan(b\pi x)$  را نشان می دهد. کدام گزینه می تواند صحیح باشد؟



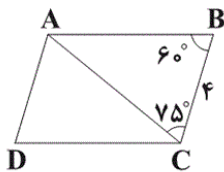
(۱)  $a \in \mathbb{R}, b = \pm \frac{2}{5}$

(۲)  $a > 0, b = \frac{2}{5}$

(۳)  $a < 0, b = \frac{-2}{5}$

(۴)  $a < 0, b = \frac{2}{5}$

۹۳- در متوازی الاضلاع زیر، اگر  $BC = 4$  باشد، در این صورت طول قطر  $AC$  برابر با کدام است؟



(۱) ۶

(۲)  $2\sqrt{6}$

(۳)  $2\sqrt{5}$

(۴)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

۹۴- اگر  $\alpha$  در محدوده  $30^\circ$  تا  $120^\circ$  تغییر کند،  $\sin \alpha$  در بازه  $[a, b]$  قرار می گیرد. مقدار  $b - a$  کدام است؟

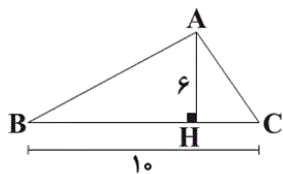
(۴)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱) ۱

۹۵- در شکل زیر اگر  $3 \tan \hat{B} = 2 \tan \hat{C}$  باشد، آن گاه طول ضلع  $AB$  کدام است؟



- (۱)  $6\sqrt{2}$   
 (۲)  $5\sqrt{2}$   
 (۳)  $7\sqrt{2}$   
 (۴)  $4\sqrt{2}$

۹۶- اگر  $x = \sin 35^\circ$  باشد، آن گاه حاصل  $\frac{\sin 215^\circ + \cos 125^\circ}{\tan 325^\circ - \cot 235^\circ}$  کدام است؟

- (۱)  $x\sqrt{1-x^2}$  (۲)  $\sqrt{1-x^2}$  (۳)  $x\sqrt{1+x^2}$  (۴)  $\sqrt{1+x^2}$

۹۷- اگر  $\tan x < 1$  باشد و  $\tan x + \cot x = \frac{5}{2}$ ، آن گاه مقدار مثبت  $\sin x$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$  (۲)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

۹۸- تعداد نقاط تلاقی نمودار تابع  $y = -3 \sin(2\pi x) + 1$  با خط  $y = -1$  در بازه  $[0, 1/5]$  کدام است؟

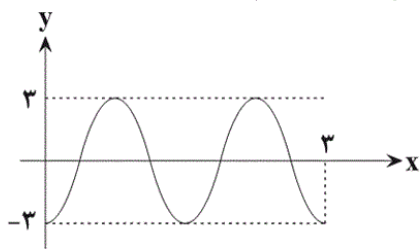
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۹۹- اندازه زاویه‌ای که عقربه دقیقه‌شمار بین دو زمان خاص طی می‌کند،  $\frac{3\pi}{11}$  رادیان است. اندازه زاویه‌ای که عقربه ساعت‌شمار در

این مدت طی می‌کند، چند رادیان است؟

- (۱)  $\frac{3\pi}{44}$  (۲)  $\frac{\pi}{44}$  (۳)  $\frac{\pi}{22}$  (۴)  $\frac{3\pi}{22}$

۱۰۰- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع  $y = a \sin(\pi(\frac{3}{4} + bx))$  را نشان می‌دهد. کمترین مقدار  $a + b$  کدام است؟



- (۱)  $-\frac{13}{3}$  (۲)  $\frac{13}{3}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $-\frac{5}{3}$

### ۱۰۲- گزینه «۱»

(بیلا مرادی)

طبق رابطه  $x = \frac{-b}{2a}$ ، محور تقارن سهمی به صورت  $x = \frac{-c}{2(1)} = -\frac{c}{4}$  است.

در نتیجه:  $-\frac{c}{4} = \frac{3}{1} \Rightarrow c = -12$

پس تابع به صورت  $y = x^2 - 6x + 8$  خواهد بود و تقاطع آن با محور  $x$  ها از حل معادله  $y = 0$  به دست می آید:

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 2, 4$$

هر دو جواب قابل قبول اند، ولی فقط عدد ۲ در گزینه‌ها موجود است.

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

### ۱۰۴- گزینه «۱»

(مهمربوار مسنی)

اگر  $x^2 = t$  باشد، آن گاه داریم:  $\frac{1}{4}t^2 + mt + m^2 - 1 = 0$

معادله فوق باید یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی داشته باشد تا معادله صورت سؤال دو جواب داشته باشد که کافی است ضرب ریشه‌ها منفی باشد:

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m^2 - 1}{\frac{1}{4}} < 0 \Rightarrow m \in (-1, 1)$$

البته اگر  $\Delta = 0$  و یک ریشه حاصل مثبت باشد هم این اتفاق می افتد:

$$\Delta = m^2 - 4 \times \frac{1}{4} (m^2 - 1) = 1$$

اما از آن جا که  $\Delta$  همواره مثبت است، پس حالت  $\Delta = 0$  هیچ گاه رخ نمی دهد.

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

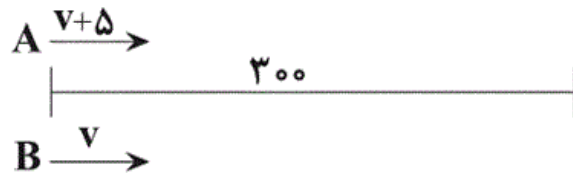
۴

۳

۲

۱

با توجه به شکل زیر داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \text{زمان } t_A = \frac{300}{v+5} \\ \text{زمان } t_B = \frac{300}{v} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{300}{v} - \frac{300}{v+5} = \frac{1500}{v(v+5)} = 2$$

$$\Rightarrow v^2 + 5v - 750 = 0 \Rightarrow (v+30)(v-25) = 0 \Rightarrow v = 25$$

سرعت دوندۀ سریع‌تر:  $v+5 = 25+5 = 30$

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۱۰- گزینه ۱»

(علی اصغر شریفی)

ابتدا معادله داده شده را ساده می‌کنیم:

$$x^2 - 2x + 3 = \sqrt{x^2 - 2x + 5} \Rightarrow (x^2 - 2x + 5) - 2 = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$$

با تغییر متغیر  $t = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$  معادله بالا به صورت زیر تبدیل می‌شود.

$$t^2 - 2 = t \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0$$

واضح است که جواب‌های معادله بالا  $t = -1$  و  $t = 2$  هستند. با توجه به آن که

$t$  برابر با رادیکال (فرجه زوج) یک عبارت است، پس نمی‌تواند مقادیر منفی را

بپذیرد. پس تنها جواب  $t = 2$  مورد قبول است:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 5} = 2 \Rightarrow x^2 - 2x + 5 = 4 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

معادله بالا یک ریشه مضاعف  $x = 1$  دارد.

(هندسه تحلیلی و جبر) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۸- گزینه «۱»

(مجموعه وار مسئله)

دو نقطه  $(0, -2)$  و  $(6, -2)$  عرض یکسانی دارند و معادله محور تقارن سهمی، میانگین طول این دو نقطه می شود پس طول رأس سهمی  $x_s = 3$  است. از طرفی می دانیم که میانگین ریشه ها برابر طول رأس سهمی است:

$$\frac{a_4 + a_8}{2} = 3 \Rightarrow 2a_6 = 6$$

$$a_2 + a_{10} = 2a_6 = 6$$

مطلوب مسئله برابر است با:

(ترکیبی) (ریاضی ۱، صفحه های ۲۱ تا ۲۴ و ۷۸ تا ۸۲)

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

۱۰۷- گزینه «۴»

(ایمان نهمین)

اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$  سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آن گاه:

$$a, b, c \Rightarrow b^2 = ac$$

$$abc = 1000, b^2 = ac \xrightarrow{\times b} b^3 = abc = 1000 \Rightarrow b = 10$$

$$a + b + c = 39 \Rightarrow a + 10 + c = 39 \Rightarrow a + c = 29 \quad (1)$$

$$b^2 = ac \Rightarrow (10)^2 = ac \Rightarrow ac = 100 \quad (2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم که یکی از اعداد ۲۵ و دیگری ۴ است. پس بزرگترین این اعداد، ۲۵ است.

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی ۱، صفحه های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

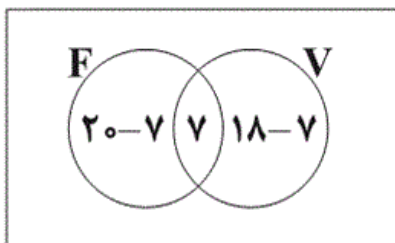
۲

۱

### ۱۰۳- گزینه «۴»

(سپار داوطلب)

u



با توجه به نمودار ون داریم:

۱۱ نفر فقط عضو تیم والیبال

۱۳ نفر فقط عضو تیم فوتبال

۷ نفر عضو هر دو تیم

پس مجموع آن‌ها می‌شود ۳۱ نفر. بنابراین  $۳۱ - ۳۵ = ۴$  نفر عضو هیچ تیمی نیستند.

روش دوم:

تعداد دانش‌آموزانی که در هیچ تیمی نیستند برابر است با  $n(F' \cap V')$  است.

$$n(F' \cap V') = n(U) - n(F \cup V) = n(U) - (n(F) + n(V) - n(F \cap V))$$

$$= ۳۵ - (۲۰ + ۱۸ - ۷) = ۴$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۸ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

### ۱۰۱- گزینه «۲»

(سروش موثنی)

به کمک اتحاد مزدوج می‌نویسیم:

$$(۱۰۰۰ - ۲)(۱۰۰۰ + ۲) - ۱۰۰^۳$$

$$= ۱۰۰۰^۲ - ۲^۲ - ۱۰۰^۳ = ۱۰^۶ - ۴ - ۱۰^۶ = -۴$$

(مجموعه، الگو و دنباله) (ریاضی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳

۲

۱



$$\begin{aligned} \frac{x^{0/25}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}+1} &= \frac{x^{0/25}}{\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1)} \times \frac{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)} \\ &= \frac{x^{0/25}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{3-(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{x^{0/25}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{3-(2+1-2\sqrt{2})} = \frac{x^{0/25}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}} \\ &= \frac{x^{0/25}(\sqrt{3}+\sqrt{2}-1)}{2\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x^{0/25}(\sqrt{6}+2-\sqrt{2})}{4} = \sqrt{6}-\sqrt{2}+2 \\ \Rightarrow \frac{x^{0/25}}{4} &= 1 \Rightarrow x^{0/25} = 4 \Rightarrow x^{\frac{1}{4}} = 4 \Rightarrow x = 4^4 = 256 \end{aligned}$$

(توان‌های گویا و عبارت‌های جبری) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{aligned} \frac{x^3}{1+x^2} - \frac{x^4}{1+x^3} \leq 0 &\Rightarrow \frac{x^3(1+x^3) - x^4(1+x^2)}{(1+x^2)(1+x^3)} \leq 0 \\ \Rightarrow \frac{x^3(1-x)}{(1+x^2)(1+x^3)} &\leq 0 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	0	+1	$+\infty$	
1-x	+	+	+	0	-	
$x^3$	-	-	0	+	+	
$1+x^2$	+	+	+	+	+	
$1+x^3$	-	0	+	+	+	
P	+	-	0	+	0	-

تعریف نشده

مجموعه جواب =  $(-1, 0] \cup [1, +\infty)$

پس بی‌شمار عدد صحیح در نامعادله مفروض صدق می‌کند.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

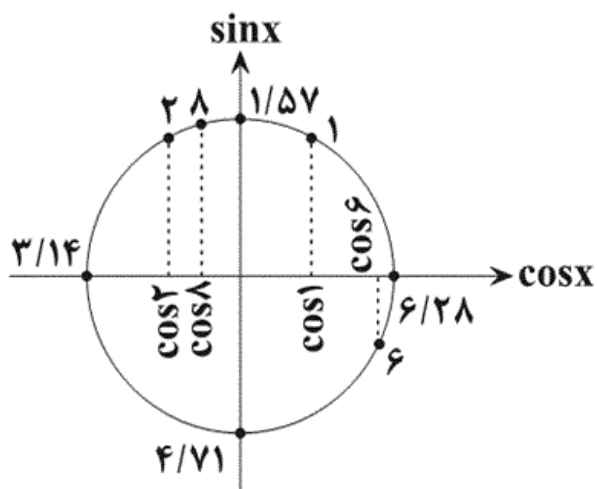
۴ ✓

۳

۲

۱

اول باید مکان زوایای موجود را روی دایره مثلثاتی تعیین کنیم، سپس کسینوس آن‌ها را بیابیم.



$$\cos 2 < \cos 8 < \cos 1 < \cos 6$$

طبق دایره مثلثاتی بالا داریم:

در نتیجه  $\cos 2$  از همه آن‌ها کوچک‌تر است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱

(سبب را بطلب)

نمودار تابع در بازه  $[0, 5]$  دو مرتبه تکرار شده است. یعنی دوره تناوب این تابع

$$2T = 5 \Rightarrow T = \frac{5}{2} \quad (1) \quad \text{زیرا: } \frac{5}{2}$$

با توجه به ضابطه  $f(x)$ ، درباره دوره تناوب تابع  $f(x) = \tan(cx)$  می دانیم

$$\text{که } T = \frac{\pi}{|c|} \text{ است. پس در این جا:}$$

$$f(x) = a \tan(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{\pi}{|b\pi|} = \frac{1}{|b|} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{1}{|b|} = \frac{5}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{2}{5}$$

با مقایسه نمودار تابع داده شده و فرم اصلی  $y = \tan x$  متوجه می شویم که

نمودار تابع در یک منفی ضرب شده است.

در نتیجه  $a$  و  $b$  مختلف‌العلامت هستند. لذا گزینه «۴» صحیح است.

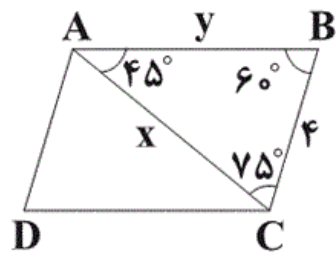
(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۴۱)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱



$$S = \frac{1}{2}xy \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times 4 \times y \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow x \sin 45^\circ = 4 \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 4 \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4 \frac{\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$$

البته با دانستن رابطه سینوسها تست سریعتر حل می شود:

$$\frac{4}{\sin 45^\circ} = \frac{x}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳

۲ ✓

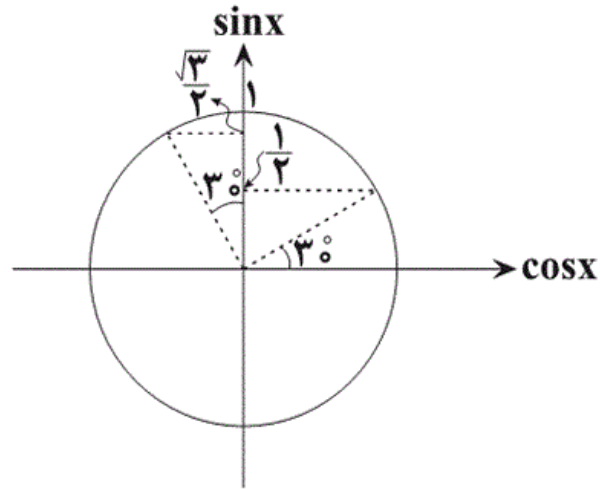
۱

کافی است زاویه‌ها را در دایره مثلثاتی نشان دهیم می‌توانیم ببینیم وقتی

$\alpha = 30^\circ$  است،  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$  و وقتی  $\alpha$  به  $90^\circ$  می‌رسد،  $\sin \alpha$  هم به

ماکزیمم مقدار خود یعنی عدد ۱ رسیده است چون مقدار  $\sin \alpha$  از  $90^\circ$  تا

$120^\circ$ ، کاهش می‌یابد.



$$[a, b] = [\frac{1}{2}, 1] \Rightarrow \max(b - a) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

بنابراین داریم:

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۲ و ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{cases} \tan \hat{B} = \frac{6}{x} \\ \tan \hat{C} = \frac{6}{10-x} \end{cases} \Rightarrow 3 \tan \hat{B} = 2 \tan \hat{C}$$

$$3\left(\frac{6}{x}\right) = 2\left(\frac{6}{10-x}\right) \Rightarrow \frac{3}{x} = \frac{2}{10-x} \Rightarrow 30 - 3x = 2x$$

$$\Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

لذا مثلث  $AHB$  یک مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین به طول ساق ۶ می‌باشد

که اندازه ضلع  $AB$  (وتر) برابر  $6\sqrt{2}$  است.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

زوایای داده شده را باید با کمک  $35^\circ$  بازنویسی کنیم، لذا داریم:

$$\frac{\overbrace{\sin(180^\circ + 35^\circ)}^{\text{ربع سوم}} + \overbrace{\cos(90^\circ + 35^\circ)}^{\text{ربع دوم}}}{\overbrace{\tan(360^\circ - 35^\circ)}^{\text{ربع چهارم}} - \overbrace{\cot(270^\circ - 35^\circ)}^{\text{ربع سوم}}} = \frac{-\sin 35^\circ - \sin 35^\circ}{-\tan 35^\circ - \tan 35^\circ}$$

$$= \frac{-2 \sin 35^\circ}{-2 \tan 35^\circ} = \frac{\sin 35^\circ}{\frac{\sin 35^\circ}{\cos 35^\circ}} = \cos 35^\circ$$

با توجه به این که  $x = \sin 35^\circ$  و این زاویه در ناحیه اول می باشد، داریم:

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 35^\circ = 1 - \sin^2 35^\circ$$

$$\Rightarrow \cos 35^\circ = \sqrt{1 - x^2}$$

(ریاضی ۱، صفحه های ۴۲ و ۴۳)

(ریاضی ۲، صفحه های ۷۷ تا ۸۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به رابطه داده شده، داریم:

$$\tan x + \cot x = \frac{5}{2}$$

$$\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{5}{2} \xrightarrow{\times 2 \tan x} 2 \tan^2 x + 2 = 5 \tan x$$

$$\Rightarrow 2 \tan^2 x - 5 \tan x + 2 = 0 \Rightarrow (2 \tan x - 1)(\tan x - 2) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{شرط سؤال } \tan x < 1} \begin{cases} \tan x = \frac{1}{2} \\ \tan x = 2 \text{ (غ.ق.ق)} \end{cases}$$

اگر  $\tan x = \frac{1}{2}$  با توجه به مثلث قائم الزاویه می توان  $\sin x$  را به دست آورد.

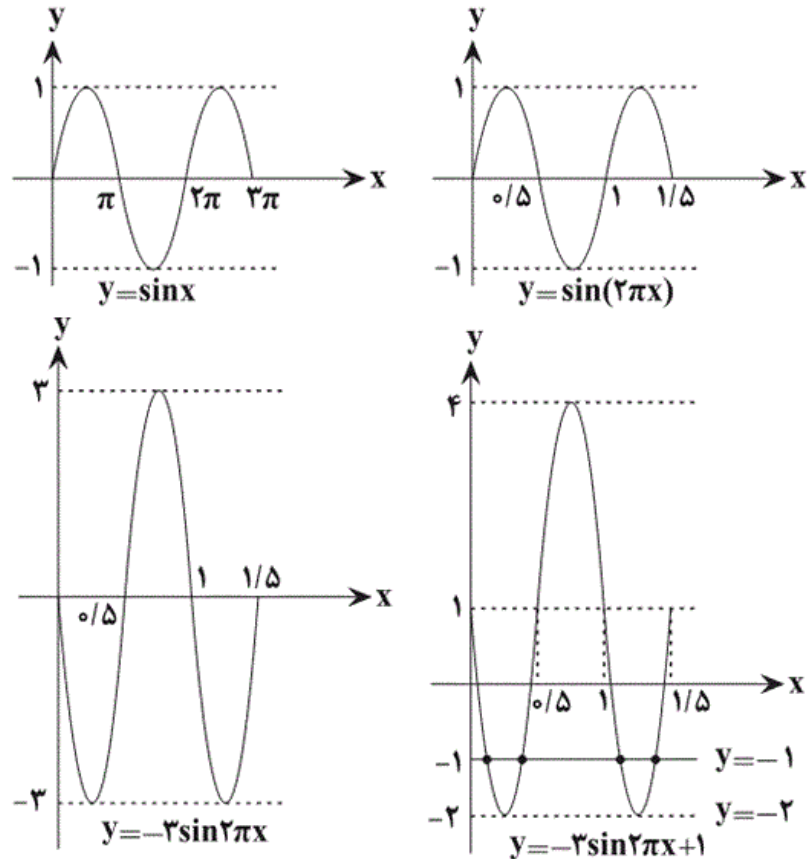
۴

۳

۲

۱ ✓

برای رسم تابع  $y = -3 \sin(2\pi x) + 1$ ، ابتدا نمودار  $y = \sin x$  را در بازه  $[0, 2\pi]$  رسم می‌کنیم. سپس طول نقاط دامنه تابع  $y = \sin x$  را بر  $2\pi$  تقسیم کرده تا شکل  $y = \sin(2\pi x)$  به دست آید. در مرحله بعد عرض نقاط منحنی را سه برابر کرده و نسبت به محور  $x$  ها قرینه می‌کنیم تا تابع  $y = -3 \sin(2\pi x)$  به دست آید. در مرحله آخر منحنی را یک واحد به بالا می‌بریم تا تابع  $y = -3 \sin(2\pi x) + 1$  حاصل شود. نمودار این تابع در چهار نقطه خط  $y = -1$  را قطع می‌کند.



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۴)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷، ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

می‌دانیم که وقتی عقربه دقیقه‌شمار یک دور کامل می‌چرخد، عقربه ساعت‌شمار  $\frac{1}{12}$  ساعت یعنی  $\frac{1}{12}$  دور کامل می‌چرخد. پس می‌توان گفت عقربه دقیقه‌شمار همیشه ۱۲ برابر عقربه ساعت‌شمار می‌چرخد.

حال که دقیقه‌شمار  $\frac{3\pi}{11}$  رادیان طی کرده، ساعت‌شمار  $\frac{1}{12} \times \frac{3\pi}{11}$  رادیان طی خواهد کرد، یعنی  $\frac{\pi}{44}$  رادیان.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱



ابتدا ضابطه تابع را ساده تر می کنیم:

$$y = a \sin\left(\pi\left(\frac{3}{2} + bx\right)\right) = a \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \pi bx\right) = -a \cos(\pi bx)$$

اگر به نمودار و ضابطه تابع دقت کنید، به مطالب زیر پی می برید:

(۱) نمودار تابع، نموداری کسینوسی است که نسبت به محور  $x$  ها قرینه شده، یعنی قطعاً یک عدد منفی در ضابطه تابع باید ضرب شده باشد که این عدد منفی هم اکنون در ضابطه تابع وجود دارد. پس  $a$  قطعاً مثبت بوده است.

(۲) کمترین و بیشترین مقدار تابع کسینوس در حالت عادی  $\pm 1$  است، در حالی که این مقادیر در نمودار کشیده شده  $\pm 3$  هستند، پس باید یک ضریب ۳ در پشت تابع کسینوس ضرب شده باشد.  $a = 3$

(۳) در تابع  $\cos x$ ، دوره تناوب  $2\pi$  و لذا در تابع  $\cos(\pi bx)$  دوره تناوب  $\frac{2\pi}{|\pi b|} = \frac{2}{|b|}$  است. حال با توجه به این که نمودار کشیده شده در فاصله

$[0, 3]$  دوبار تکرار شده است، پس دوره تناوب  $\frac{3}{2}$  است. یعنی:

$$\frac{2}{|b|} = \frac{3}{2} \Rightarrow |b| = \frac{4}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{4}{3}$$

اما دقت کنید، با توجه به این که  $\cos \alpha = \cos(-\alpha)$  می باشد، هر دو مقدار برای  $b$  قابل قبول است. پس دو مقدار برای  $a + b$  وجود دارد.

$$a + b = \begin{cases} 3 + \frac{4}{3} = \frac{13}{3} \\ 3 - \frac{4}{3} = \frac{5}{3} \end{cases}$$

از آن جا که کمترین مقدار  $a + b$  مدنظر است، پس  $\frac{5}{3}$  قابل قبول است.

(ریاضی ۲، صفحه های ۷۹ تا ۸۴ و ۸۱ تا ۹۴)

(ریاضی ۳، صفحه های ۳۲ تا ۳۷، ۴۰ و ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱