



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها - ۶ سوال -

۵۲- ریشه کوچکتر معادله $2x^2 - 7x + 3 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۳ (۴) -۳

۵۳- کدام یک از معادلات درجه دوم زیر دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

- (۱) $201x^2 - 145x + 731 = 0$ (۲) $459x^2 + 65x + 100 = 0$
(۳) $295x^2 - 70x - 473 = 0$ (۴) $300x^2 - 200x + 500 = 0$

۵۴- در معادله درجه دوم $2x^2 + kx - 10 = 0$ یکی از ریشه ها $x = \frac{1}{5}$ است. ریشه دیگر معادله کدام است؟

- (۱) -۲۵ (۲) -۱۵ (۳) -۱۰ (۴) -۵

۵۵- اگر ریشه کوچکتر معادله $x^2 + 4x - 1 = 0$ به صورت $\alpha - \sqrt{\beta}$ باشد، در این صورت حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۵۶- اگر معادله درجه دوم $mx^2 + (m-1)x + n = 0$ دارای ریشه مضاعف $x = -2$ باشد، در این صورت مقدار $n + m$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) ۱

۵۷- حدود k برای آن که معادله درجه دوم $3x^2 - x + k = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، کدام است؟

- (۱) $k > \frac{1}{12}$ (۲) $k > \frac{1}{3}$ (۳) $k < \frac{1}{3}$ (۴) $k < \frac{1}{12}$

ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا - ۴ سوال

۵۸- تعداد جواب های معادله $\frac{10}{x-3} - \frac{5x-5}{x-3} = 2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) معادله جواب ندارد.

۵۹- معادله $1 = \frac{2}{x-2} - \frac{3}{x+1}$ دارای ...

- (۱) فقط یک ریشه مثبت است.
(۲) دو ریشه مثبت است.
(۳) فقط یک ریشه منفی است.
(۴) دو ریشه قرینه است.

۶۰- دو شیر A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A استخر را ۱۰ ساعت زودتر از شیر B پر می‌کند و اگر دو شیر را با هم باز کنیم، استخر در ۱۲ ساعت پر می‌شود. اگر شیر B به تنهایی باز باشد، استخر در چند ساعت پر می‌شود؟

۲۰ (۴)

۳۰ (۳)

۱۴ (۲)

۴ (۱)

۵۱- جواب معادله گویای $\frac{3x-5}{3-4x} = -2$ کدام است؟

$-\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

-۵۲

(معمربفیرایی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲)

معادله را به روش کلی یا Δ حل می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times (2) \times (3) = 49 - 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-7) + \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 + 5}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-7) - \sqrt{25}}{2 \times 2} = \frac{7 - 5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۳

(آرش ریسمی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲)

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ وقتی دارای دو ریشه حقیقی متمایز است که $\Delta > 0$ باشد. در صورتی که a و c مختلف‌العلامت باشند آنگاه $\Delta > 0$ می‌شود و شرط برقرار است که با توجه به گزینه‌ها تنها در گزینه «۳» a و c مختلف‌العلامت می‌باشند.

در سایر گزینه‌ها $\Delta > 0$ نمی‌شود.

تذکر: در معادله درجه دوم در شرایطی ممکن است که $\Delta > 0$ باشد ولی a و c مختلف‌العلامت نباشند.

۴

۳ ✓

۲

۱

حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ در صورت وجود از

رابطه $\frac{c}{a}$ بدست می‌آید، حال که a و c و یکی از ریشه‌ها معلوم است، داریم:

$$\alpha\beta = \frac{c}{a} \xrightarrow[\substack{\alpha = \frac{1}{5} \\ c = -10, a = 2}]{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \frac{1}{5}\beta = \frac{-10}{2} \Rightarrow \beta = -25$$

۴

۳

۲

۱ ✓

معادله را با استفاده از روش Δ حل می‌کنیم، داریم:

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \xrightarrow[\substack{\text{مقایسه با فرم استاندارد} \\ ax^2 + bx + c = 0}]{\left\{ \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 4 \\ c = -1 \end{array} \right.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4)^2 - 4 \times (1) \times (-1) = 16 + 4 = 20$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-4 + \sqrt{20}}{2 \times (1)} = \frac{-4 + 2\sqrt{5}}{2} = -2 + \sqrt{5}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-4 - \sqrt{20}}{2 \times 1} = \frac{-4 - 2\sqrt{5}}{2} = -2 - \sqrt{5}$$

که با مقایسه با عبارت صورت سؤال $\alpha - \sqrt{\beta}$ در می‌یابیم:

$$\alpha - \sqrt{\beta} = -2 - \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \\ \beta = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = -2 + 5 = 3$$

۴

۳

۲ ✓

۱

معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ زمانی دارای ریشه مضاعف است که $\Delta = 0$

باشد و در این حالت ریشه مضاعف از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ بدست می آید.

$$mx^2 + (m-1)x + n = 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -2 = \frac{-(m-1)}{2m} \Rightarrow -(m-1) = -2 \times 2m$$

$$\Rightarrow -m + 1 = -4m \Rightarrow 4m - m = -1 \Rightarrow 3m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

حال با جایگذاری $m = -\frac{1}{3}$ و $x = -2$ در معادله مقدار n را می یابیم:

$$-\frac{1}{3} \times (-2)^2 + \left(-\frac{1}{3} - 1\right) \times (-2) + n = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} + \frac{8}{3} + n = 0 \Rightarrow n = -\frac{4}{3}$$

$$m + n = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{5}{3}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

شرط این که معادله درجه دوم دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد این است که ممیز

معادله یا Δ مثبت باشد.

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (-1)^2 - 4(3)k > 0 \Rightarrow 1 - 12k > 0 \\ \Rightarrow 12k < 1 \Rightarrow k < \frac{1}{12} \end{array} \right.$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا طرف چپ معادله را ساده می‌کنیم:

$$\frac{10}{x-3} - \frac{5x-5}{x-3} = 2$$

$$\frac{10-5x+5}{x-3} = 2 \Rightarrow \frac{15-5x}{x-3} = 2$$

$$\Rightarrow 15-5x = 2(x-3) \Rightarrow 15-5x = 2x-6$$

$$\Rightarrow -5x-2x = -15-6$$

$$\Rightarrow -7x = -21 \Rightarrow x = \frac{-21}{-7} = 3 \quad \text{غ ق ق}$$

دقت کنید که $x=3$ جواب قابل قبول معادله نمی‌باشد، زیرا ریشهٔ مخرج کسرهای

سمت چپ معادلهٔ گویا می‌باشد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا در طرف چپ معادله مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\frac{2}{x-2} - \frac{3}{x+1} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2(x+1)}{(x-2)(x+1)} - \frac{3(x-2)}{(x-2)(x+1)} = 1 \Rightarrow \frac{2x+2-3x+6}{(x-2)(x+1)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-x+8}{(x-2)(x+1)} = 1 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم}} (x-2)(x+1) = -x+8$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = -x + 8 \Rightarrow x^2 = 10 \Rightarrow x = \pm\sqrt{10}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

فرض می‌کنیم شیر B استخر را در x ساعت پُر کند پس در یک ساعت شیر B،

$$\frac{V}{x-10} \text{ حجم استخر را پر می‌کند و با همین استدلال شیر A در یک ساعت}$$

حجم استخر را پُر می‌کند، حال هنگامی که دو شیر با هم باز باشند در یک ساعت

$$\frac{V}{12} \text{ حجم استخر پر می‌شود در نتیجه:}$$

$$\frac{V}{x} + \frac{V}{x-10} = \frac{V}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{x-10} = \frac{1}{12} \Rightarrow \frac{x-10}{x(x-10)} + \frac{x}{x(x-10)} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-10}{x(x-10)} = \frac{1}{12} \Rightarrow x(x-10) = 12(2x-10)$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x = 24x - 120 \Rightarrow x^2 - 34x + 120 = 0$$

$$\Rightarrow (x-30)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } x=30 \\ \text{غقق } x=4 \end{cases}$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱

با استفاده از طرفین وسطین کردن داریم:

$$\frac{3x-5}{3-4x} = -2 \Rightarrow 3x-5 = -2 \times (3-4x)$$

$$\Rightarrow 3x-5 = -6+8x$$

$$\Rightarrow 3x-8x = -6+5$$

$$\Rightarrow -5x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

□۴

□۳✓

□۲

□۱