

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- نمودار کدام سهمی زیر از نقاط $(-1, 2)$ و $(1, 0)$ گذشته و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -1 قطع می‌کند؟

(۱) $y = 2x^2 - x - 1$

(۲) $y = -2x^2 + 3x - 1$

(۳) $y = x^2 - 2x + 1$

(۴) $y = x^2 - 2x$

۹۲- اگر ریشه‌های معادله $x^2 - bx + c = 0$ برابر $\sqrt{3} \pm 1$ باشند، آن‌گاه حاصل $b^2 - c^2$ کدام است؟

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۱۶

(۱) ۱۲

۹۳- تعداد جواب‌های معادله $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x^2 - 6x}$ کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۹۴- حاصل ضرب جواب‌های مثبت معادله $(x^2 - x)^2 - 26(x^2 - x) + 120 = 0$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۸

(۱) ۱۵

۹۵- قرینه نقطه $A(1, -2)$ نسبت به خط $y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ را B می‌نامیم. طول پاره خط AB کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۶

(۲) ۸

(۱) ۱۰

۹۶- نقاط $A(2, k)$ ، $B(-1, -1)$ و $C(4, 1)$ رئوس یک مثلث هستند. اگر طول میانه BM برابر با ۵ باشد، عرض نقطه A کدام می‌تواند باشد؟

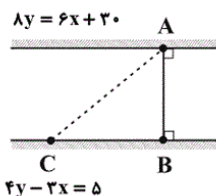
(۴) -۱۱

(۳) -۹

(۲) -۷

(۱) -۵

۹۷- شخصی می‌خواهد از نقطه A بالای رودخانه‌ای به نقطه B در پایین رودخانه برود. جریان آب رودخانه، وی را به نقطه C در ۴ کیلومتری نقطه B هدایت می‌کند. نقطه C چقدر از A فاصله دارد؟ (x و y برحسب کیلومتر است).



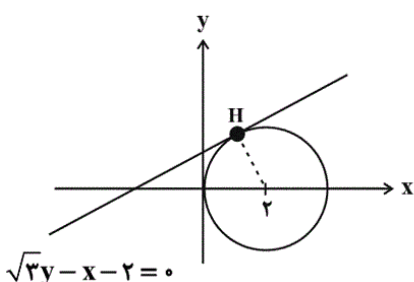
(۱) $\sqrt{5}$

(۲) $2\sqrt{5}$

(۳) $4\sqrt{5}$

(۴) ۲۰

۹۸- خطی به معادله $\sqrt{3}y - x - 2 = 0$ در نقطه H بر دایره‌ای به مرکز $O(2, 0)$ مطابق شکل مماس شده است. حاصل ضرب طول و عرض نقطه H کدام است؟



(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

۹۹- مرکز دایره به مختصات $O(\alpha, \beta)$ روی خط $y - 2x = 0$ قرار دارد و این دایره از مبدأ مختصات می‌گذرد. اگر مساحت دایره 20π باشد. حاصل

$\alpha + 2\beta$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۸ (۱) ۶ (۲) ۱۰ (۳) -۶ (۴)

۱۰۰- دو خط به معادله‌های $y + x = 3$ و $3y + 1 = 2x$ قطرهای یک دایره‌اند. اگر نقطه $(-1, 0)$ روی این دایره قرار داشته باشد، مساحت این دایره چند π است؟

- ۲۰ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴)

۱۰۱- نقطه $A(7, 6 - \sqrt{5})$ و نقطه A' دو سر قطر یک مربع هستند. اگر نقطه $(9, 6)$ وسط AA' باشد، مساحت این مربع کدام است؟

- ۳۶ (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۱۴ (۴)

۱۰۲- اگر جواب‌های معادله $(m-1)x^2 - (2m+1)x + m = 5$ شیب‌های دو خط عمود بر هم باشند، مجموع مربعات جواب‌های این معادله کدام است؟

- $\frac{51}{4}$ (۱) $\frac{53}{4}$ (۲) $\frac{55}{4}$ (۳) $\frac{57}{4}$ (۴)

۱۰۳- سهمی $y = f(x)$ ، محور x ها را در نقاطی به طول ۱- و ۵ قطع می‌کند و خط $y = 18$ بر آن مماس است. مقدار $f(7)$ کدام است؟

- ۳۲ (۱) -۳۲ (۲) ۱۶ (۳) -۱۶ (۴)

۱۰۴- مجموع معکوس دو عدد طبیعی زوج متوالی، ۷ برابر اختلاف معکوس آن‌هاست. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$ کدام است؟

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) صفر (۱)

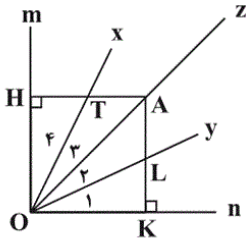
۱۰۶- در چهارضلعی $ABCD$ ، نقطه‌ای وجود دارد که فاصله آن از همه رأس‌های چهارضلعی به یک اندازه است. این نقطه همواره است.

- (۱) محل برخورد قطرهای چهارضلعی
 (۲) محل برخورد نیمساز زاویه‌های چهارضلعی
 (۳) محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی
 (۴) محل برخورد پاره‌خط واصل وسط اضلاع AB و CD و پاره‌خط واصل وسط اضلاع AD و BC

۱۰۷- نقطه M روی عمودمنصف پاره‌خط AB قرار دارد، اگر فاصله A تا M برابر $3x + 2$ ، فاصله B تا M برابر $6x - 1$ و فاصله M تا پاره خط AB برابر $x + 3$ باشد، طول پاره خط AB کدام است؟

- ۳ (۱) $\frac{4}{5}$ (۲) ۶ (۳) $3\sqrt{2}$ (۴)

۱۰۸- هر نقطه روی نیم خط Oz از دو ضلع زاویه xOy به یک فاصله است و فاصله نقطه A روی Oz از Om و On به یک فاصله است. چند مورد زیر همواره درست است؟

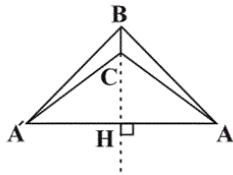


- (۱) $AT = TH$
 (ب) $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_4$
 (پ) $TH = LK$
 (ت) $OK = OH$

۲ (۲)
 ۴ (۴)

۱ (۱)
 ۳ (۳)

۱۰۹- در شکل زیر، اگر مساحت دو مثلث ABC و $A'BC$ با هم برابر باشند، چند مورد از نتایج زیر الزاماً درست است؟



(الف) $AB + A'C = A'B + AC$

(ب) $\widehat{BAC} = \widehat{BA'C}$

(ج) $\widehat{ABC} = \widehat{A'BC}$

(د) $\frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C}$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۰- نقاط A و B به فاصله 8cm از هم قرار دارند. به مرکز A و شعاع 6cm و مرکز B به شعاع 4cm دو کمان رسم می‌کنیم تا دو کمان همدیگر را در نقاط X و Y قطع کنند. کدام نتیجه‌گیری در مورد چهارضلعی $AXBY$ نادرست است؟

(۱) مثلث‌های AXB و $A'YB$ هم‌نهشتند.

(۲) XY عمود منصف AB است.

(۳) مثلث‌های BXY و AXY متساوی‌الساقین هستند.

(۴) AB نیم‌ساز زاویه XAY است.

ریاضی ۲- سوالات موازی - ۲۰ سوال

۱۱۱- نمودار کدام سهمی زیر از نقاط $(-1, 2)$ و $(1, 0)$ گذشته و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض -1 قطع می‌کند؟

(۲) $y = -2x^2 + 3x - 1$

(۱) $y = 2x^2 - x - 1$

(۴) $y = x^2 - 2x$

(۳) $y = x^2 - 2x + 1$

۱۱۲- اگر ریشه‌های معادله $x^2 - bx + c = 0$ برابر $\sqrt{3} \pm 1$ باشد، آن‌گاه حاصل $b^2 - c^2$ کدام است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

۱۱۳- تعداد جواب‌های معادله $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x^2 - 6x}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۱۱۴- حاصل ضرب جواب‌های مثبت معادله $(x^2 - x)^2 - 26(x^2 - x) + 120 = 0$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۸ (۲)

۱۵ (۱)

۱۱۵- قرینه نقطه $A(1, -2)$ نسبت به خط $y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ را B می‌نامیم. طول پاره خط AB کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

۱۱۶- نقاط $A(2, k)$ ، $B(-1, -1)$ و $C(4, 1)$ رئوس یک مثلث هستند. اگر طول میانه BM برابر با ۵ باشد، عرض نقطه A کدام می‌تواند باشد؟

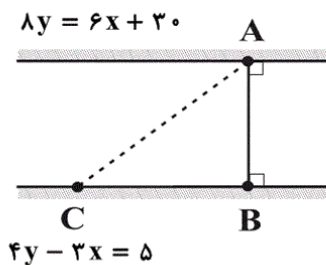
-۱۱ (۴)

-۹ (۳)

-۷ (۲)

-۵ (۱)

۱۱۷- شخصی می‌خواهد از نقطه A بالای رودخانه‌ای به نقطه B در پایین رودخانه برود. جریان آب رودخانه، وی را به نقطه C در ۴ کیلومتری نقطه B هدایت می‌کند. نقطه C چقدر از A فاصله دارد؟ (X و Y بر حسب کیلومتر است.)



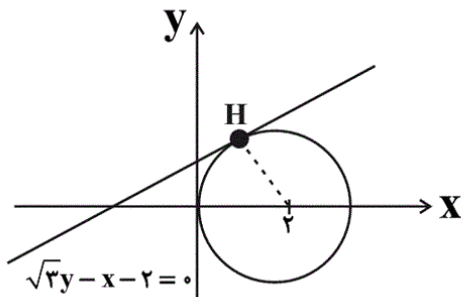
$\sqrt{5}$ (۱)

$2\sqrt{5}$ (۲)

$4\sqrt{5}$ (۳)

۲۰ (۴)

۱۱۸- خطی به معادله $\sqrt{3}y - x - 2 = 0$ در نقطه H بر دایره‌ای به مرکز $O(2, 0)$ مطابق شکل مماس شده است. حاصل ضرب طول و عرض نقطه H کدام است؟



$\sqrt{3}$ (۱)

$2\sqrt{3}$ (۲)

$3\sqrt{3}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۴)

۱۱۹- مرکز دایره به مختصات $O(\alpha, \beta)$ روی خط $y - 2x = 0$ قرار دارد و این دایره از مبدأ مختصات می‌گذرد. اگر مساحت دایره 20π باشد.

حاصل $\alpha + 2\beta$ کدام می‌تواند باشد؟

-۶ (۴)

۱۰ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۱۲۰- دو خط به معادله‌های $y + x = 3$ و $3y + 1 = 2x$ قطرهای یک دایره‌اند. اگر نقطه $(-1, 0)$ روی این دایره قرار داشته باشد، مساحت این دایره چند

است π ؟

۱۲۱- نقطه $A(7, 6 - \sqrt{5})$ و نقطه A' دو سر قطر یک مربع هستند. اگر نقطه $(9, 6)$ وسط AA' باشد، مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۸ (۳) ۹ (۴) ۱۴

۱۲۲- اگر جواب‌های معادله $(m-1)x^2 - (2m+1)x + m = 5$ شیب‌های دو خط عمود بر هم باشند، مجموع مربعات جواب‌های این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{51}{4}$ (۲) $\frac{53}{4}$ (۳) $\frac{55}{4}$ (۴) $\frac{57}{4}$

۱۲۳- سهمی $y = f(x)$ ، محور x ها را در نقاطی به طول -1 و 5 قطع می‌کند و خط $y = 18$ بر آن مماس است. مقدار $f(7)$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) -32 (۳) ۱۶ (۴) -16

۱۲۴- مجموع معکوس دو عدد طبیعی زوج متوالی، 7 برابر اختلاف معکوس آن‌هاست. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۱۲۵- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۶- دو خط $AB: 2x + y + 1 = 0$ و $CD: ax + 2y = 3$ موازی هستند. فاصله این دو خط کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۱۲۷- اگر α و β ریشه‌های معادله $4x^2 - 14x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۸- سرعت یک قایق موتوری در آب راکد 90 متر در دقیقه است. این قایق با این سرعت فاصله 2400 متری در رودخانه را رفته و همین فاصله را برگشته است، به طوری که اختلاف زمان رفت و برگشت 20 دقیقه است. سرعت آب رودخانه چند متر بر دقیقه است؟ (مسیر رفت حرکت در جهت حرکت آب است.)

- (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

۱۲۹- مجموع ریشه‌های معادله $(x + \sqrt{x})^2 - 18(x + \sqrt{x}) + 72 = 0$ برابر کدام است؟

۳۸ (۴)

۲ (۳)

۵ (۲)

۱۳ (۱)

۱۳۰- تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{5-x} - \sqrt{\sqrt{x}-1} = 0$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

-۹۱

(رضا ذاکر)

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$(-1, 2) \in f \Rightarrow 2 = a(-1)^2 + b(-1) + c$$

$$(1, 0) \in f \Rightarrow 0 = a(1)^2 + b(1) + c$$

$$(0, -1) \in f \Rightarrow -1 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -1 \Rightarrow y = 2x^2 - x - 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱

-۹۲

(رضا ذاکر)

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$x + x' = S = -\frac{B}{A} = b = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

$$x \cdot x' = P = \frac{C}{A} = c = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow b^2 - c^2 = (2\sqrt{3})^2 - (2)^2 = 12 - 4 = 8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(رئیم مشتاق نظم)

$$\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x(x+6)} \xrightarrow{\times x(x+3)(x+6)}$$

$$3x(x+6) - 2(x+3)(x+6) = -12(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 18x - 2x^2 - 18x - 36 = -12x - 36$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x(x+12) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -12$$

$x = 0$ ریشهٔ مخرج است، پس قابل قبول نیست.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رئیم مشتاق نظم)

$$(x^2 - x)^2 - 26(x^2 - x) + 120 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 20) = 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+2)(x-5)(x+4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = -2 \text{ یا } x = 5 \text{ یا } x = -4$$

۱۵ = حاصل ضرب جواب‌های مثبت

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

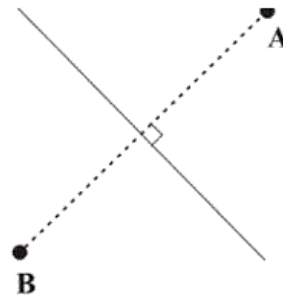
۴

۳

۲

۱ ✓

$$d: 3x - 4y + 9 = 0$$



طول پاره خط AB ، دو برابر فاصله A تا خط d است:

$$\text{فاصله } A \text{ تا خط } d = \frac{|3(1) - 4(-2) + 9|}{\sqrt{9+16}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2 \times 4 = 8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

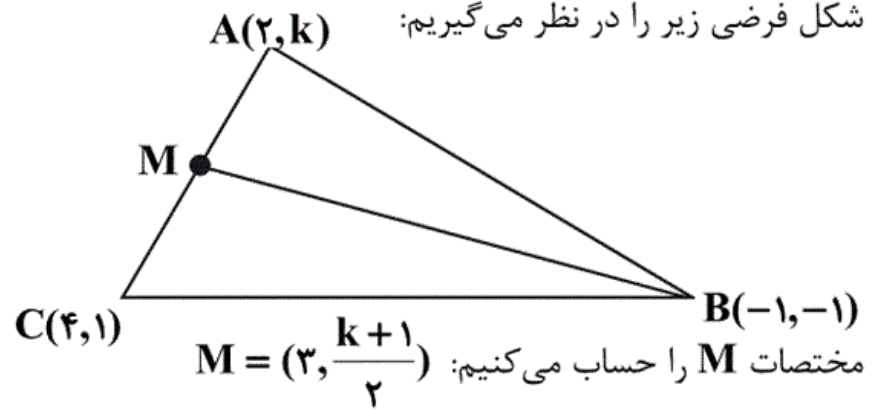
۴

۳

۲ ✓

۱

شکل فرضی زیر را در نظر می‌گیریم:



فاصله B تا M باید برابر با ۵ باشد:

$$BM = 5 \Rightarrow \sqrt{(3+1)^2 + (\frac{k+1}{2} + 1)^2} = 5$$

$$\Rightarrow 16 + (\frac{k+3}{2})^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} \frac{k+3}{2} = 3 \Rightarrow k = 3 \\ \frac{k+3}{2} = -3 \Rightarrow k = -9 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۴ تا ۸ و ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

فاصله نقاط A و B همان فاصله دو خط موازی $8y = 6x + 30$ و $4y - 3x = 5$ است:

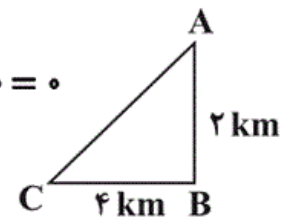
$$\begin{cases} 8y - 6x - 30 = 0 \\ 4y - 3x - 5 = 0 \xrightarrow{\times 2} 8y - 6x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|C - C'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{|-30 - (-10)|}{\sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{20}{10} = 2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



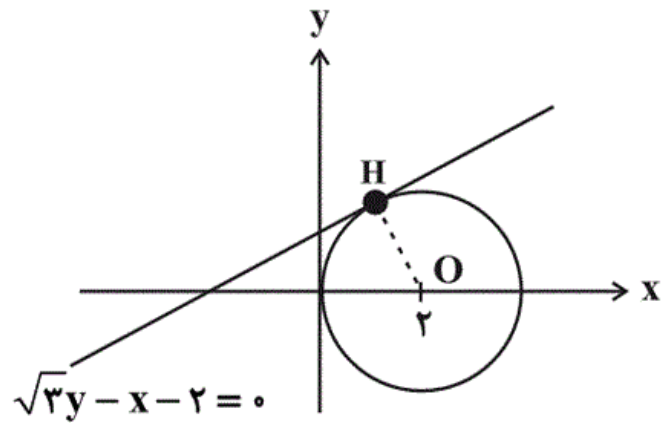
۴

۳

۲ ✓

۱

$$m_{OH} = \frac{-1}{\text{شیب خط}} = \frac{-1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{3}$$



حال معادله شعاع OH را می‌نویسیم:

$$y - 0 = -\sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$$

نقطه H محل برخورد شعاع و خط $\sqrt{3}y - x - 2 = 0$ است. پس با حل دستگاه زیر، مختصات H را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \sqrt{3}y - x - 2 = 0 \\ y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3}(-\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}) - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -3x + 6 - x - 2 = 0 \Rightarrow 4x = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 \xrightarrow{y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}} y = -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

پس $H(1, \sqrt{3})$ بوده و داریم: $x_H \cdot y_H = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و پیر، صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسئله اسفینی)

مرکز دایره روی خط $y - 2x = 0$ قرار دارد. لذا مختصات مرکز دایره را می‌توان به صورت $O(\alpha, 2\alpha)$ در نظر گرفت. از طرفی دایره از نقطه $A(0, 0)$ می‌گذرد. لذا شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$OA = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2} = \sqrt{5\alpha^2}$$

$$\text{شعاع دایره} = \sqrt{5\alpha^2} \Rightarrow \pi(\text{شعاع})^2 = 20\pi$$

$$\Rightarrow \pi(\sqrt{5\alpha^2})^2 = 20\pi \Rightarrow \pi(5\alpha^2) = 20\pi$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow \alpha = \pm 2 \xrightarrow{O(\alpha, 2\alpha)} O(\pm 2, \pm 4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \Rightarrow \beta = 4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 10 \\ \alpha = -2 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = -10 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$r = \sqrt{(1)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$$

برای به دست آوردن مساحت داریم:

$$S = \pi r^2 \xrightarrow{*} S = \pi(\sqrt{10})^2 = 10\pi$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

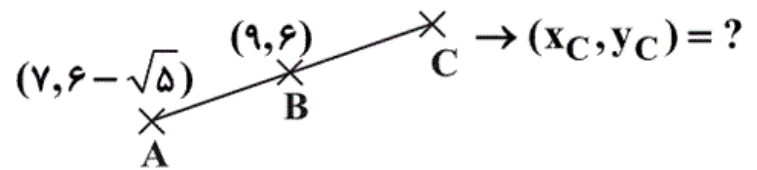
۳

۲ ✓

۱

(رئیس کوهی)

برای محاسبه مساحت یک مربع به قطر d داریم:

$$* S = \frac{d^2}{2}$$


سپس برای بدست آوردن مساحت باید اندازه قطر را محاسبه کنیم، برای این کار ابتدا باید مختصات نقطه قرینه را پیدا کنیم، داریم:

$$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 9 = \frac{7 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 11$$

$$y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \rightarrow 6 = \frac{6 - \sqrt{5} + y_C}{2} \rightarrow y_C = 6 + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (11, 6 + \sqrt{5})$$

طول پاره خط AC برابر است با قطر مربع (d) ، حال داریم:

$$AC = d = \sqrt{((6 + \sqrt{5}) - (6 - \sqrt{5}))^2 + (11 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

$$\xrightarrow{(*)} S = \frac{d^2}{2} = \frac{(6)^2}{2} = 18$$

راه دوم: می‌توانیم به جای بدست آوردن مختصات نقطه A' ، فاصله A تا وسط AA' را بدست آوریم و در دو ضرب کنیم تا قطر مربع بدست آید.
(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و پیر، صفحه‌های ۲ تا ۱)

□۴

□۳

□۲✓

□۱

(علی شهرابی)

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ مجموع ریشه‌ها $-\frac{b}{a}$

و حاصل ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a}$ است.

اگر دو خط بر هم عمود باشند، حاصل ضرب شیب‌هایشان -1 است، پس اگر α و β جواب‌های معادله داده شده باشند، باید:

$$\alpha\beta = -1 \Rightarrow \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow \frac{m-5}{m-1} = -1$$

$$\Rightarrow m-5 = 1-m \Rightarrow m = 3$$

با جای‌گذاری $m = 3$ ، معادله به شکل روبه‌رو در می‌آید:

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهرابی)

سه‌می محور x ها را در -1 و 5 قطع می‌کند، پس ضابطه آن به صورت $f(x) = a(x+1)(x-5)$ روبه‌رو است:

چون خط $y = 18$ بر سه‌می مماس است، عرض رأس سه‌می 18 است. از طرفی طول رأس سه‌می، میانگین ریشه‌های سه‌می است:

$$x_S = \frac{-1+5}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 18 \Rightarrow -9a = 18$$

$$\Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2(x+1)(x-5)$$

$$\Rightarrow f(7) = -2(8)(2) = -32$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

-۱۰۴

(علی شهرابی)

دو عدد طبیعی زوج متوالی را x و $x+2$ در نظر می‌گیریم.

مجموع معکوس آن‌ها $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$ و اختلاف معکوس آن‌ها $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = 7 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) \quad \text{است. داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{14}{x^2+2x} \xrightarrow{x \neq 0, -2} 2x+2 = 14 \Rightarrow x = 6$$

پس دو عدد ۶ و ۸ هستند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۵

(مهدی بصیرایی)

$$\sqrt{x+2} - 1 = \sqrt{2x-3} \xrightarrow{\text{توان } 2} x+2+1-2\sqrt{x+2} = 2x-3$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+2} = 6-x \xrightarrow{\text{توان } 2} 4(x+2) = (6-x)^2$$

$$\Rightarrow 4x+8 = 36-12x+x^2 \Rightarrow x^2-16x+28=0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=14 \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در معادله، می‌بینیم که فقط جواب $x=2$ قابل قبول است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۶

(رهیم مشتاق‌نظم)

اگر نقطه‌ای وجود داشته باشد که از همه رأس‌های چهارضلعی ABCD به یک فاصله باشد، آن نقطه محل برخورد عمودمنصف‌های اضلاع چهارضلعی است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

(معمد بهیرایی)

چون M روی عمود منصف AB قرار دارد، پس:

$$AM = BM \Rightarrow 3x + 2 = 6x - 1 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

$$AB \text{ فاصله } M \text{ تا پاره خط } AB = x + 3 \xrightarrow{x=1} MH = 4$$

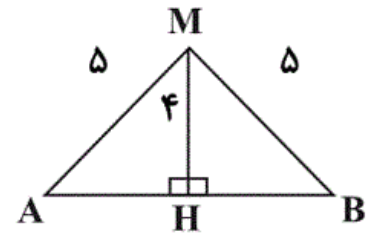
رابطه فیثاغورس: $BH^2 = BM^2 - MH^2$

$$\Rightarrow BH^2 = 25 - 16 = 9$$

$$\Rightarrow BH = 3$$

$$\Rightarrow AB = 6$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)



۴

۳ ✓

۲

۱

(معمد بهیرایی)

هر نقطه روی Oz از Ox و Oy به یک فاصله است پس Oz نیمساز \widehat{xOy} است.
از طرفی نقطه A روی Oz از Om و On به یک فاصله است، پس Oz نیمساز \widehat{mOn} نیز هست. در نتیجه:

$$AH = AK$$

$$\begin{cases} \widehat{O_2} = \widehat{O_3} \\ \widehat{O_1} + \widehat{O_2} = \widehat{O_3} + \widehat{O_4} \end{cases} \Rightarrow \widehat{O_1} = \widehat{O_4}$$

همچنین $OH = OK$ و $TH = LK$ است.اما $AT = TH$ همواره درست نیست.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳ ✓

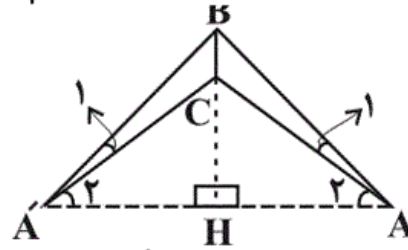
۲

۱

(موردار قایمی)

مساحت دو مثلث ABC و $A'BC$ با هم برابر است. پس:

$$\frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{A'H \cdot BC}{2} \Rightarrow AH = A'H$$



بنابراین پاره خط BH عمودمنصف پاره خط AA' است. B و C دو نقطه‌های این پاره خط هستند، پس از دو سر پاره خط AA' فاصله یکسانی دارند.

$$AB = A'B \Rightarrow \triangle ABA' \Rightarrow \text{متساوی الساقین} \Rightarrow BH \text{ نیمساز رأس } B \quad (\text{ج})$$

$$AC = A'C \Rightarrow \triangle ACA' \Rightarrow \widehat{A}_2 = \widehat{A}'_2$$

$$\xrightarrow{\widehat{A} = \widehat{A}'} \widehat{A}_1 = \widehat{A}'_1 \quad (\text{ب})$$

$$\begin{cases} AB = A'B \\ AC = A'C \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{AB}{AC} = \frac{A'B}{A'C} \quad (\text{د}) \\ AB + A'C = A'B + AC \quad (\text{الف}) \end{cases}$$

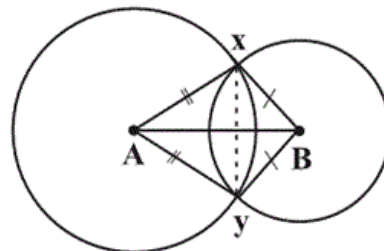
(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

 AB نیمساز زاویه XAY است. دقت کنید که XY عمودمنصف AB نیست، اما AB عمودمنصف XY است.

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا ذاکر)

$$f(x) = y = ax^2 + bx + c$$

$$(-1, 2) \in f \Rightarrow 2 = a(-1)^2 + b(-1) + c$$

$$(1, 0) \in f \Rightarrow 0 = a(1)^2 + b(1) + c$$

$$(0, -1) \in f \Rightarrow -1 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - b = 3 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 2, b = -1 \Rightarrow y = 2x^2 - x - 1$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا ذاکر)

$$Ax^2 + Bx + C = 0$$

$$x + x' = S = -\frac{B}{A} = b = (\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1) = 2\sqrt{3} \Rightarrow b = 2\sqrt{3}$$

$$x \cdot x' = P = \frac{C}{A} = c = (\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) = 2 \Rightarrow c = 2$$

$$\Rightarrow b^2 - c^2 = (2\sqrt{3})^2 - (2)^2 = 12 - 4 = 8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(رفیم مشتاق نظم)

$$\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x(x+6)} \xrightarrow{\times x(x+3)(x+6)}$$

$$3x(x+6) - 2(x+3)(x+6) = -12(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 18x - 2x^2 - 18x - 36 = -12x - 36$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x = 0 \Rightarrow x(x+12) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -12$$

 $x = 0$ ریشهٔ مخرج است، پس قابل قبول نیست.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ریم مشتاق نظم)

$$(x^2 - x)^2 - 26(x^2 - x) + 120 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 20) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 3)(x + 2)(x - 5)(x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ یا } x = -2 \text{ یا } x = 5 \text{ یا } x = -4$$

۱۵ = حاصل ضرب جواب‌های مثبت

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲

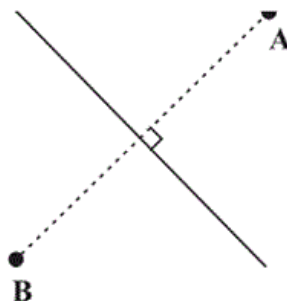
۱ ✓

(علی شهرابی)

-۱۱۵

شکل فرضی روبه‌رو را در نظر می‌گیریم:

$$d: 3x - 4y + 9 = 0$$

طول پاره خط AB ، دو برابر فاصله A تا خط d است:

$$d \text{ فاصله } A \text{ تا خط } = \frac{|3(1) - 4(-2) + 9|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\Rightarrow AB = 2 \times 4 = 8$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

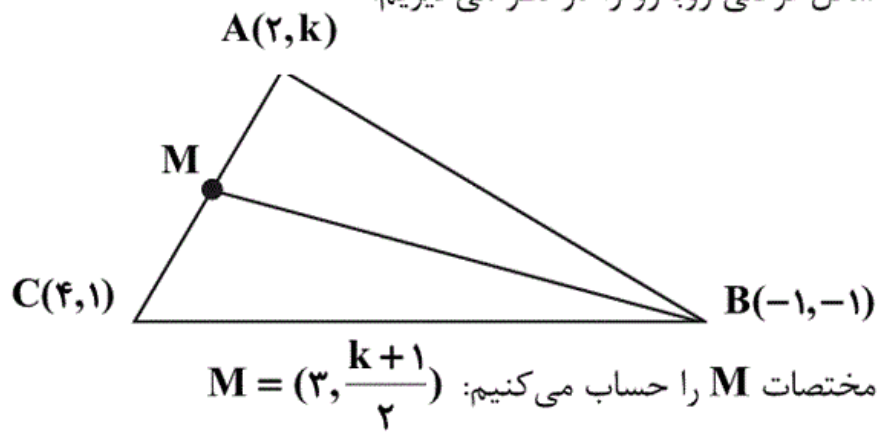
۴

۳

۲ ✓

۱

شکل فرضی روبه‌رو را در نظر می‌گیریم:



فاصله B تا M باید برابر با ۵ باشد:

$$BM = 5 \Rightarrow \sqrt{(3+1)^2 + \left(\frac{k+1}{2} + 1\right)^2} = 5$$

$$\Rightarrow 16 + \left(\frac{k+3}{2}\right)^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} \frac{k+3}{2} = 3 \Rightarrow k = 3 \\ \frac{k+3}{2} = -3 \Rightarrow k = -9 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۴ تا ۸ و ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

فاصله نقاط A و B همان فاصله دو خط موازی $8y = 6x + 30$ و $4y - 3x = 5$ است:

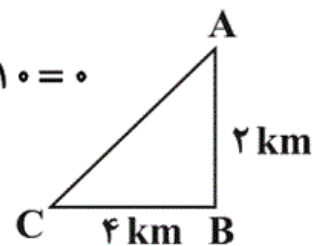
$$\begin{cases} 8y - 6x - 30 = 0 \\ 4y - 3x - 5 = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 8y - 6x - 30 = 0 \\ 8y - 6x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\text{فاصله دو خط موازی} = \frac{|C - C'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{|-30 - (-10)|}{\sqrt{8^2 + (-6)^2}} = \frac{20}{10} = 2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)



۴

۳

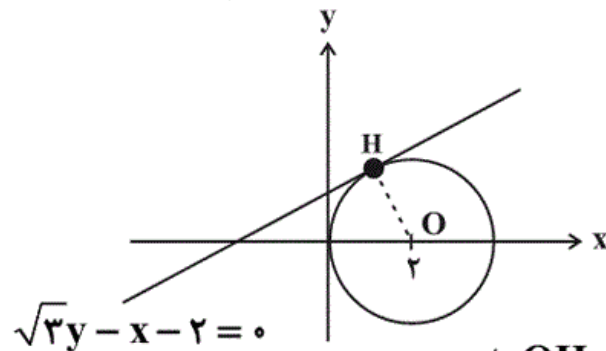
۲ ✓

۱

(هسین اسفینی)

می‌دانیم شعاع بر خط مماس بر دایره، عمود است. پس شیب خط شامل شعاع OH ، قرینه و معکوس شیب خط $\sqrt{3}y - x - 2 = 0$ است:

$$m_{OH} = \frac{-1}{\text{شیب خط}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$$



حال معادله شعاع OH را می‌نویسیم:

$$y - 0 = -\sqrt{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$$

نقطه H محل برخورد شعاع و خط $\sqrt{3}y - x - 2 = 0$ است. پس با حل دستگاه زیر، مختصات H را می‌یابیم:

$$\begin{cases} \sqrt{3}y - x - 2 = 0 \\ y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{3}(-\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}) - x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow -3x + 6 - x - 2 = 0 \Rightarrow 4x = 4$$

$$\Rightarrow x = 1 \xrightarrow{y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}} y = -\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

پس $H(1, \sqrt{3})$ بوده و داریم: (ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هسین اسفینی)

مرکز دایره روی خط $y - 2x = 0$ قرار دارد. لذا مختصات مرکز دایره را می‌توان به صورت $O(\alpha, 2\alpha)$ در نظر گرفت. از طرفی دایره از نقطه $A(0, 0)$ می‌گذرد. لذا شعاع دایره برابر می‌شود با:

$$OA = \sqrt{(\alpha - 0)^2 + (2\alpha - 0)^2} = \sqrt{\alpha^2 + 4\alpha^2} = \sqrt{5\alpha^2}$$

$$\text{شعاع دایره} = \sqrt{5\alpha^2} \Rightarrow \pi (\text{شعاع})^2 = 20\pi$$

$$\Rightarrow \pi (\sqrt{5\alpha^2})^2 = 20\pi \Rightarrow \pi (5\alpha^2) = 20\pi$$

$$\Rightarrow \alpha^2 = 4 \Rightarrow \alpha = \pm 2 \xrightarrow{O(\alpha, 2\alpha)} O(\pm 2, \pm 4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \Rightarrow \beta = 4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 10 \\ \alpha = -2 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = -10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 2 \Rightarrow \beta = 4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 10 \\ \alpha = -2 \Rightarrow \beta = -4 \Rightarrow \alpha + 2\beta = -10 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ریم کوهی)

محل تلاقی قطرهای یک دایره مرکز دایره می باشد، پس داریم:

$$\begin{cases} y + x = 3 \\ 3y + 1 = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 - x \\ y = \frac{2x - 1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3 - x = \frac{2x - 1}{3} \Rightarrow x = 2, y = 1$$

پس نقطه (۲، ۱) مرکز این دایره می باشد و فاصله مرکز دایره از هر نقطه روی محیط دایره برابر شعاع دایره می باشد؛ حال برای محاسبه شعاع داریم:

$$r = \sqrt{(1)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \quad *$$

برای به دست آوردن مساحت داریم:

$$S = \pi r^2 \xrightarrow{*} S = \pi (\sqrt{10})^2 = 10\pi$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۲ تا ۶)

۴

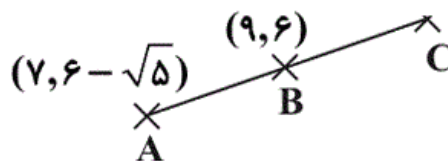
۳

۲ ✓

۱

(ریم کوهی)

* $S = \frac{d^2}{2}$ برای محاسبه مساحت یک مربع به قطر d داریم:
 $\rightarrow (x_C, y_C)?$



سپس برای بدست آوردن مساحت باید اندازه قطر را محاسبه کنیم، برای این کار ابتدا باید مختصات نقطه قرینه را پیدا کنیم، داریم:

$$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} \Rightarrow 9 = \frac{7 + x_C}{2} \Rightarrow x_C = 11$$

$$y_B = \frac{y_A + y_C}{2} \rightarrow 6 = \frac{6 - \sqrt{5} + y_C}{2} \rightarrow y_C = 6 + \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow (11, 6 + \sqrt{5})$$

طول پاره خط AC برابر است با قطر مربع (d)، حال داریم:

$$AC = d = \sqrt{((6 + \sqrt{5}) - (6 - \sqrt{5}))^2 + (11 - 7)^2}$$

$$= \sqrt{20 + 16} = \sqrt{36} = 6$$

$$\xrightarrow{(*)} S = \frac{d^2}{2} = \frac{(6)^2}{2} = 18$$

راه دوم: می توانیم به جای بدست آوردن مختصات نقطه A' ، فاصله A تا وسط AA' را بدست آوریم و در دو ضرب کنیم تا قطر مربع بدست آید.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه های ۲ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی شهبازی)

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ مجموع ریشه‌ها $-\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها $\frac{c}{a}$ است.

اگر دو خط بر هم عمود باشند، حاصل ضرب شیب‌هایشان -1 است، پس اگر α و β جواب‌های معادله داده شده باشند، باید:

$$\alpha\beta = -1 \Rightarrow \frac{c}{a} = -1 \Rightarrow \frac{m-5}{m-1} = -1 \Rightarrow m-5 = 1-m \Rightarrow m=3$$

با جای‌گذاری $m=3$ ، معادله به شکل روبه‌رو در می‌آید:

$$2x^2 - 7x - 2 = 0$$

حالا مجموع مربع جواب‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = S^2 - 2P = \left(\frac{7}{2}\right)^2 - 2(-1) = \frac{57}{4}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۴ و ۱۱ تا ۱۳)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(علی شهبازی)

سهمی محور x ها را در -1 و 5 قطع می‌کند، پس ضابطه آن به صورت $f(x) = a(x+1)(x-5)$ روبه‌رو است:

چون خط $y = 18$ بر سهمی مماس است، عرض رأس سهمی 18 است. از طرفی طول رأس سهمی، میانگین ریشه‌های سهمی است:

$$x_S = \frac{-1+5}{2} = 2 \Rightarrow f(2) = 18 \Rightarrow -9a = 18 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2(x+1)(x-5) \Rightarrow f(7) = -2(8)(2) = -32$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۸)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

(علی شهرابی)

دو عدد طبیعی زوج متوالی را x و $x+2$ در نظر می‌گیریم.

مجموع معکوس آن‌ها $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2}$ و اختلاف معکوس آن‌ها $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = 7 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) \quad \text{است. داریم:}$$

$$\Rightarrow \frac{2x+2}{x^2+2x} = \frac{14}{x^2+2x} \xrightarrow{x \neq 0, -2} 2x+2 = 14 \Rightarrow x = 6$$

پس دو عدد ۶ و ۸ هستند.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمد بصیرایی)

$$\sqrt{x+2} - 1 = \sqrt{2x-3} \xrightarrow{\text{توان } 2} x+2+1-2\sqrt{x+2} = 2x-3$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+2} = 6-x \xrightarrow{\text{توان } 2} 4(x+2) = (6-x)^2$$

$$\Rightarrow 4x+8 = 36-12x+x^2 \Rightarrow x^2-16x+28=0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=14 \end{cases}$$

با جای‌گذاری این مقادیر در معادله، می‌بینیم که فقط جواب $x=2$ قابل قبول است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴)

۴✓

۳

۲

۱

(عمیر علیزاده)

AB موازی CD است، پس خواهیم داشت:

$$\left. \begin{array}{l} AB: 2x+y+1=0 \\ CD: ax+2y-3=0 \end{array} \right\} \xrightarrow{AB \parallel CD} -2 = \frac{-a}{2} \Rightarrow a = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \Rightarrow 2x+y+1=0 \xrightarrow{\times 2} 4x+2y+2=0 \\ CD: 4x+2y-3=0 \end{array} \right\}$$

فاصله دو خط موازی AB و CD برابر است با:

$$d = \frac{|2 - (-3)|}{\sqrt{16+4}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(علی شهبازی)

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله یعنی S و P معادله داده شده را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} S = -\frac{b}{a} = \frac{14}{4} \\ P = \frac{c}{a} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \right)^2 \Rightarrow A^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} \Rightarrow A^2 = \frac{S}{P} + \frac{2}{\sqrt{P}}$$

$$\Rightarrow A^2 = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{1}{4}} + \frac{2}{\frac{1}{2}} = 14 + 4 = 18 \xrightarrow{A > 0} A = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رمیم مشتاق‌نظم)

اگر سرعت آب رودخانه را X متر در دقیقه در نظر بگیریم. لذا:

$$\text{زمان رفت قایق} = \frac{2400}{90 + X}$$

$$\text{زمان برگشت} = \frac{2400}{90 - X}$$

$$\frac{2400}{90 - X} - \frac{2400}{90 + X} = 20 \Rightarrow \frac{4800X}{8100 - X^2} = 20$$

$$\Rightarrow 8100 - X^2 = 240X \Rightarrow X^2 + 240X - 8100 = 0$$

$$\Rightarrow (X - 30)(X + 270) = 0 \Rightarrow X = 30 \text{ و } X = -270 \text{ غرق}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میلاد منصوری)

با فرض $x + \sqrt{x} = T$ ، معادله اصلی را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$T^2 - 18T + 72 = 0 \Rightarrow (T - 12)(T - 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T = 12 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 12 \\ T = 6 \Rightarrow x + \sqrt{x} = 6 \end{cases}$$

از معادله $x + \sqrt{x} = 12$ داریم:

$$x + \sqrt{x} - 12 = 0 \xrightarrow{\sqrt{x}=a \geq 0} a^2 + a - 12 = 0 \Rightarrow (a + 4)(a - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -4 \text{ ق ق غ} \\ a = 3 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$$

و از معادله $x + \sqrt{x} = 6$ نیز داریم:

$$x + \sqrt{x} - 6 = 0 \xrightarrow{\sqrt{x}=b \geq 0} b^2 + b - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (b + 3)(b - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -3 \text{ ق ق غ} \\ b = 2 \text{ ق ق} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر است با: $9 + 4 = 13$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهرداد فابی)

$$\sqrt{5-x} - \sqrt{\sqrt{x}-1} = 0 \Rightarrow \sqrt{5-x} = \sqrt{\sqrt{x}-1}$$

دو طرف تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$5-x = \sqrt{x}-1 \Rightarrow x + \sqrt{x} - 6 = 0 \xrightarrow{\begin{matrix} \sqrt{x}=a \\ x=a^2 \end{matrix}}$$

$$a^2 + a - 6 = 0 \Rightarrow (a + 3)(a - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ a = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=\sqrt{x}} \begin{cases} \sqrt{x} = -3 \text{ ق ق غ} \\ \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4 \end{cases}$$

با توجه به این که $x = 4$ در معادله اولیه نیز صدق می‌کند، پس به عنوان جواب معادله قابل قبول می‌باشد.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۲۲ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱