

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

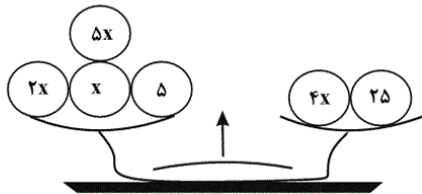
ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، معادله و مسائل توصیفی - ۲ سوال -

۶۱- اگر در شکل زیر طرف چپ ترازو برابر طرف راست آن باشد، در این صورت حاصل هر کفه کدام است؟



- (۱) ۵
(۲) ۲۰
(۳) ۴۵
(۴) ۹۰

۶۲- با توجه به پیش‌بینی بازار آهن، کارخانه ذوب آهن اصفهان از روز شنبه تا پنج‌شنبه هر روز تولید خود را $\frac{1}{5}$ برابر کرده است. اگر اختلاف تولید فولاد روزهای چهارشنبه و دوشنبه $\frac{4}{5}$ تن باشد، تولید روز پنج‌شنبه چند تن است؟

- (۱) $\frac{8}{1}$ (۲) $\frac{12}{15}$ (۳) $\frac{16}{2}$ (۴) $\frac{24}{3}$

ریاضی و آمار ۱، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها - ۸ سوال

۶۳- در مورد جواب‌های معادله $(x+2)(x-4) = -3(x-4)$ کدام گزینه صحیح است؟
(۱) فقط یک جواب منفی دارد.
(۲) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.
(۳) فقط یک جواب مثبت دارد.
(۴) دو جواب هم علامت دارد.

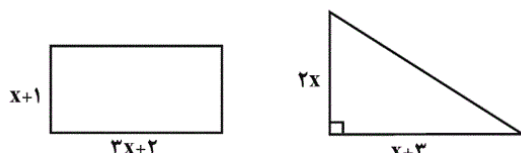
۶۴- در معادله $(x-1)^2 = 2k+5$ حدود k برای اینکه معادله دو جواب متمایز داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $k > -\frac{5}{2}$ (۲) $k \geq -\frac{5}{2}$ (۳) $k > -\frac{5}{3}$ (۴) $k \geq -\frac{5}{3}$

۶۵- در حل معادله درجه دوم $5x^2 - 8x = 0$ به روش مربع کامل پس از یک شدن ضریب x^2 ، کدام عدد را باید به طرفین معادله اضافه کنیم؟

- (۱) $\frac{25}{64}$ (۲) $\frac{64}{25}$ (۳) $\frac{16}{25}$ (۴) $\frac{25}{16}$

۶۶- اگر مجموع مساحت‌های مثلث و مستطیل داده شده ۲۳ واحد مربع باشد، در این صورت محیط مستطیل کدام است؟



- (۱) ۱۸
(۲) ۲۰
(۳) ۲۴
(۴) ۳۰

۶۷- مجموعه ریشه‌های معادله $3x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\left\{ \frac{\sqrt{2}}{3}, -\sqrt{2} \right\}$ (۲) $\left\{ -\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{2} \right\}$ (۳) $\left\{ \frac{4}{3}\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{3} \right\}$ (۴) $\left\{ \frac{2}{3}\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3} \right\}$

۶۸- به ازای چه مقادیری از m معادله $2x^2 - 5x + m = 0$ جواب حقیقی ندارد؟

$m > \frac{25}{8}$ (۴) $m < \frac{25}{8}$ (۳) $m \geq \frac{25}{4}$ (۲) $m < -\frac{25}{4}$ (۱)

۶۹- اگر $x = 1$ یکی از جواب‌های معادله $3x^2 + ax - 4 = 0$ باشد، در این صورت جواب دیگر آن کدام است؟

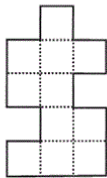
$-\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۱)

۷۰- اگر $m > 0$ و یکی از جواب‌های معادله درجه دوم $(x+m)^2 + 3m - 2x - 10 = 0$ برابر با $x = -2$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

-1 (۴) 2 (۳) 0 (۲) 6 (۱)

ریاضی و آمار ۱ - گواه، معادله و مسائل توصیفی - ۲ سوال

۷۱- شکل زیر از تعدادی مربع یکسان در کنار یکدیگر تشکیل شده است. اگر مساحت کل مربع‌ها ۴۴ باشد، محیط کل شکل کدام است؟



44 (۱) 36 (۲) 40 (۳) 88 (۴)

۷۲- حمید، حسن و علی با هم برادر هستند. حمید سه برابر حسن و حسن دو برابر علی از پدرشان در روز پول می‌گیرند. اگر مجموع پولی که

پدر در ۳۰ روز به حمید و در ۲۰ روز به حسن و در ۱۰ روز به علی داده است، ۲۳۰۰۰۰ تومان باشد، دریافتی علی در هر روز چقدر

است؟

10000 تومان (۱) 5000 تومان (۲) 500 تومان (۳) 1000 تومان (۴)

ریاضی و آمار ۱ - گواه، حل معادله ی درجه ی ۲ و کاربردها - ۸ سوال

۷۳- مجموع جواب‌های معادله $5(2x-1) - (2x-1)^2 = 0$ کدام است؟

$\frac{7}{2}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{7}{2}$ (۳) $-\frac{5}{2}$ (۴)

۷۴- به ازای کدام مقدار m ، معادله $x^2 - (m-1)x - m = 0$ دو ریشه حقیقی قرینه دارد؟

0 (۱) 1 (۲) -1 (۳) 2 (۴)

۷۵- مجذور عددی ۴۲ واحد از خود آن عدد بزرگ‌تر است. مجموع این عدد و مجذورش کدام می‌تواند باشد؟

42 (۱) 56 (۲) 32 (۳) 72 (۴)

۷۶- برای آن که $x=1$ ریشه معادله $x^3 + a^2x^2 - 3ax + 1 = 0$ باشد، مقادیر قابل قبول a کدام است؟

(۴) $a=1, a=2$

(۳) $a=2, a=0$

(۲) $a=1, a=-1$

(۱) $a=0, a=1$

۷۷- معادله درجه دوم $x^2 - 10x - 1 = 0$ در حل به روش مربع کامل کردن به صورت $(x+h)^2 = k$ درآمده است. $h+k$ کدام است؟

(۴) ۱۸

(۳) ۲۱

(۲) ۲۵

(۱) ۳۱

۷۸- معادله درجه دوم $(a^2+1)x^2 - 2ax - 1 = 0$ همواره ...

(۲) دو ریشه مثبت دارد.

(۱) دو ریشه مختلف‌العلامت دارد.

(۴) ریشه ندارد.

(۳) ریشه مضاعف دارد.

۷۹- در معادله $x^2 + (1-m)x + 2m = 0$ مجموع ریشه‌ها برابر حاصل ضرب ریشه‌هاست. m کدام است؟

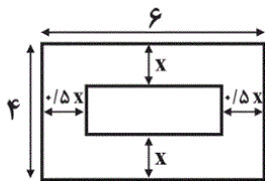
(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۱

(۱) -۲

۸۰- اگر در شکل زیر مساحت مستطیل داخلی ۱۶ واحد مربع باشد، در این صورت مقدار x کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3} - 2$

(۲) $3\sqrt{2} - 4$

(۳) $4 - 2\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{2} - 3$

۶۱-

(شقایق راهبریان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ و ۱۱)

حاصل طرف چپ ترازو برابر است با: $2x + x + 5x + 5 = 8x + 5$

حاصل طرف راست ترازو برابر است با: $4x + 25$

$$\Rightarrow 8x + 5 = 4x + 25 \Rightarrow 8x - 4x = 25 - 5$$

$$\Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{4} = 5$$

حال حاصل هر کفه برابر است با: $4 \times 5 + 25 = 20 + 25 = 45$

۴

۳

۲

۱

۶۲-

(مهمربهیری، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۰ تا ۱۴)

اگر تولید روز شنبه را x در نظر بگیریم، تولید روزهای دیگر هفته به صورت زیر است:

یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
x	$\frac{3}{2}x$	$\frac{3}{2}(\frac{3}{2}x) = \frac{9}{4}x$	$\frac{3}{2}(\frac{9}{4}x) = \frac{27}{8}x$	$\frac{3}{2}(\frac{27}{8}x) = \frac{81}{16}x$
				$\frac{3}{2}(\frac{81}{16}x) = \frac{243}{32}x$

حال اختلاف تولید روزهای چهارشنبه و دوشنبه برابر است با:

$$\frac{81}{16}x - \frac{9}{4}x = 4/5 \Rightarrow \frac{81}{16}x - \frac{9 \times 4}{4 \times 4}x = 4/5$$

$$\Rightarrow \frac{81}{16}x - \frac{36}{16}x = 4/5 \Rightarrow \frac{81x - 36x}{16} = 4/5$$

$$\Rightarrow \frac{45x}{16} = 4/5 \Rightarrow x = \frac{16 \times 4/5}{45} = 1/6$$

پس تولید روز پنجشنبه برابر است با:

$$\frac{243}{32} \times 1/6 = 12/15 \text{ تن}$$

۴

۳

۲

۱

با استفاده از روش فاکتورگیری داریم:

$$(x+2)(x-4) = -3(x-4)$$

$$\Rightarrow (x+2)(x-4) + 3(x-4) = 0$$

$$\Rightarrow (x-4)(x+2+3) = 0 \Rightarrow (x-4)(x+5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ x+5=0 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

پس معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

در این معادله برای این که معادله دو جواب متمایز داشته باشد، می‌بایست طرف راست تساوی همواره مثبت باشد، لذا داریم:

$$(x-1)^2 = 2k+5$$

$$\Rightarrow 2k+5 > 0 \Rightarrow 2k > -5 \Rightarrow k > -\frac{5}{2}$$

دقت کنید که اگر شرط تساوی برقرار باشد، در این صورت معادله تنها یک جواب دارد و اگر حاصل منفی باشد، معادله جواب نخواهد داشت.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

برای حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل ابتدا عدد ثابت معادله را به طرف راست

منتقل می‌کنیم، سپس طرفین معادله را بر ضریب x^2 تقسیم می‌کنیم تا ضریب x^2

یک شود، سپس مربع نصف ضریب x را به طرفین معادله اضافه می‌کنیم، دقت کنید در

این معادله مقدار ثابت صفر است، پس داریم:

$$5x^2 - 8x = 0 \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم.}]{\text{طرفین معادله را بر ضریب } x^2} \frac{5x^2}{5} - \frac{8x}{5} = 0$$

$$x^2 - \frac{8}{5}x = 0 \xrightarrow[\text{معادله اضافه می‌کنیم.}]{\text{مربع نصف ضریب } x \text{ را به طرفین}}$$

$$x^2 - \frac{8}{5}x + \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{8}{5}\right)\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{8}{5}\right)\right)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - \frac{8}{5}x + \frac{16}{25} = \frac{16}{25}$$

پس کافی است عدد $\frac{16}{25}$ را به طرفین معادله اضافه کنیم.

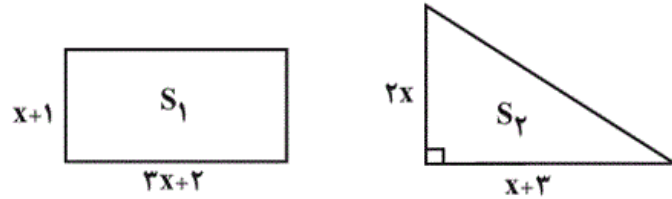
۴

۳ ✓

۲

۱

(امیر محمودیان، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲ و ۳۲)



مساحت مستطیل برابر حاصل ضرب طول در عرض آن است و مساحت مثلث برابر نصف حاصل ضرب ارتفاع در قاعده آن است:

$$S_1 = (x+1)(3x+2) = 3x^2 + 3x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x + 2$$

مساحت مستطیل

$$S_2 = \frac{1}{2} \times (2x) \times (x+3) = x^2 + 3x$$

مساحت مثلث

مجموع مساحت‌ها برابر است با:

$$S_1 + S_2 = 23 \Rightarrow 3x^2 + 5x + 2 + x^2 + 3x = 23$$

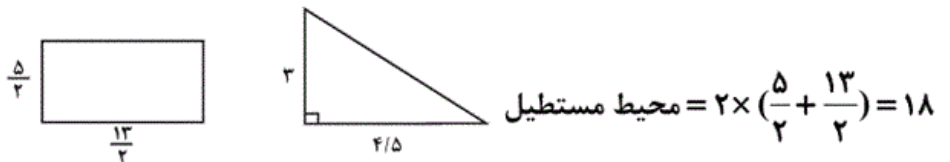
$$\Rightarrow 4x^2 + 8x - 21 = 0$$

تجزیه با استفاده از اتحاد یک جمله مشترک
و در نظر گرفتن ۲x به عنوان جمله مشترک

$$(2x)^2 + 4 \times (2x) - 21 = 0 \Rightarrow (2x)^2 + (7-3) \times (2x) + (7) \times (-3) = 0$$

$$\Rightarrow (2x+7)(2x-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+7=0 \Rightarrow x = -\frac{7}{2} \text{ غ ق} \\ 2x-3=0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ ق ق} \end{cases}$$

پس اضلاع مثلث و مستطیل به صورت زیر می‌باشند:



۴

۳

۲

۱ ✓

معادله را به روش Δ یا روش کلی حل می‌کنیم، داریم:

$$3x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 3 \\ b = -2\sqrt{2} \\ c = -2 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{2})^2 - 4 \times (3) \times (-2) = 8 + 24 = 32$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{2}) + \sqrt{32}}{2 \times 3} = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{6} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$$

$$x' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-2\sqrt{2}) - \sqrt{32}}{2 \times 3} = \frac{2\sqrt{2} - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{-2\sqrt{2}}{6} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

برای این که معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، می‌بایست مبین معادله یا همان Δ معادله منفی باشد، یعنی $\Delta < 0$ باشد:

$$2x^2 - 5x + m = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac < 0}$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (2) \times m < 0 \Rightarrow 25 - 8m < 0$$

$$\Rightarrow 8m > 25 \Rightarrow m > \frac{25}{8}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

به طور کلی در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $a + b + c = 0$ باشد، نتیجه می‌گیریم یکی از ریشه‌ها $x = 1$ می‌باشد و ریشه دیگر آن $x = \frac{c}{a}$ است. حال با توجه به معادله ریشه دیگر معادله برابر است با:

$$x' = -\frac{4}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۷۰

(فهریره هاشمی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۲ و ۳۲)

 $x = -2$ ریشه معادله است، پس در معادله صدق می‌کند.

$$(x+m)^2 + 3m - 2x - 10 = 0 \xrightarrow{x=-2} (m-2)^2 + 3m - 2(-2) - 10 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m + 4 + 3m + 4 - 10 = 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m+1)(m-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+1=0 \Rightarrow m=-1 & \text{غ ق ق} \\ m-2=0 \Rightarrow m=2 & \text{ق ق} \end{cases}$$

از آن جا که $m > 0$ است، فقط $m = 2$ قابل قبول است.حال معادله صورت سؤال را مجدداً با $m = 2$ بازنویسی می‌کنیم.

$$(x+2)^2 + 3 \times 2 - 2x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 6 - 2x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -2$$

پس جواب دیگر معادله برابر با صفر است.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۷۱

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه ۱۳ کتاب درسی)

کل شکل مجموعاً از ۱۱ مربع کوچک تشکیل شده است. (a : ضلع، S : مساحت)

$$S_{\text{مربع}} = 11 \times S_{\text{کل}} \Rightarrow 44 = 11 \times S_{\text{مربع}}$$

$$\Rightarrow S_{\text{مربع}} = \frac{44}{11} = 4 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a>0} a = 2$$

$$\text{محیط کل} = 2 \cdot a = 2 \cdot 2 = 4$$

۴

۳ ✓

۲

۱

فرض می‌کنیم حمید، حسن و علی در هر روز به ترتیب x ، y و z تومان دریافت کنند، در این صورت داریم:

$$x = 3y \Rightarrow y = \frac{x}{3} \quad (1)$$

$$y = 2z \Rightarrow z = \frac{y}{2} \xrightarrow{(1)} z = \frac{1}{2} \times \frac{x}{3} = \frac{x}{6} \quad (2)$$

حال کل پولی که حمید در ۳۰ روز، حسن در ۲۰ روز و علی در ۱۰ روز دریافت می‌کنند، برابر است با:

$$30x + 20y + 10z = 230000$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 30x + 20 \times \frac{x}{3} + 10 \times \frac{x}{6} = 230000$$

$$\Rightarrow \frac{180}{6}x + \frac{40x}{6} + \frac{10x}{6} = 230000$$

$$\Rightarrow \frac{180x + 40x + 10x}{6} = 230000$$

$$\Rightarrow \frac{230x}{6} = 230000$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \times 230000}{230} = 6000$$

پس پولی که علی در هر روز دریافت می‌کند برابر است با:

$$\xrightarrow{(2)} z = \frac{x}{6} \Rightarrow z = \frac{6000}{6} = 1000 \text{ تومان}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۱۹ تا ۲۲ کتاب درسی)

با استفاده از روش فاکتورگیری معادله را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x-1)^2 - 5(2x-1) = 0 \Rightarrow (2x-1)((2x-1) - 5) = 0$$

$$\Rightarrow (2x-1)(2x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \Rightarrow 2x=1 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \\ 2x-6=0 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=\frac{6}{2}=3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = 3 + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۱۹ تا ۳۲ کتاب درسی)

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ هنگامی دو ریشه قرینه داریم که اولاً ضریب

x یعنی $b = 0$ باشد، ثانیاً $\frac{c}{a}$ مقداری منفی باشد.

$$x^2 - (m-1)x - m = 0 \xrightarrow{\text{ضریب } x \text{ باید صفر باشد}} m-1=0 \Rightarrow m=1$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \xrightarrow{\text{با استفاده از روش ریشه‌گیری}}$$

$$x=1 \text{ یا } x=-1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۱۹ تا ۲۲ کتاب درسی)

اگر عدد مورد نظر را x در نظر بگیریم، مجذور آن معادل x^2 می باشد، داریم:

$$x^2 = x + 42 \Rightarrow x^2 - x - 42 = 0$$

با استفاده از اتحاد جمله مشترک معادله را تجزیه می کنیم:

$$x^2 - x - 42 = 0 \Rightarrow x^2 + (-7 + 6)x + (-7) \times (+6) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 7)(x + 6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow x^2 + x = 7^2 + 7 = 56 \\ x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6 \Rightarrow x^2 + x = (-6)^2 + (-6) = 30 \end{cases}$$

که با توجه به گزینه ها، گزینه «۲» پاسخ صحیح است.

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۱۹ تا ۲۲ کتاب درسی)

اگر $x = 1$ ریشه معادله باشد، پس در معادله صدق می کند. ابتدا با جایگذاری $x = 1$ در معادله داریم:

$$x^3 + a^2 x^2 - 3ax + 1 = 0 \xrightarrow{x=1} 1 + a^2(1)^2 - 3a(1) + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$$

حال برای اینکه مقادیر a را بیابیم، می بایست این معادله درجه دوم بر حسب a را حل کنیم که با استفاده از اتحاد جمله مشترک معادله را تجزیه می کنیم و داریم:

$$a^2 + (-2 - 1)a + (-2)(-1) = 0 \Rightarrow (a - 2)(a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2 \\ a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

پس مقادیر قابل قبول برای a ، ۱ و ۲ می باشند.

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۳ تا ۲۶ کتاب درسی)

ابتدا ۱- را به سمت راست تساوی منتقل می‌کنیم و سپس به طرفین تساوی مربع

نصف ضریب x یعنی $25 = \left(\frac{-10}{2}\right)^2$ را اضافه می‌کنیم.

$$x^2 - 10x = 1 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = 25 + 1 \Rightarrow (x - 5)^2 = 26$$

حال با مقایسه معادله به دست آمده با فرم معادله صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} h = -5 \\ k = 26 \end{cases} \Rightarrow h + k = -5 + 26 = 21$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲ کتاب درسی)

برای تعیین تعداد جواب‌های این معادله، مبین معادله (Δ) را به دست می‌آوریم، داریم:

$$(a^2 + 1)x^2 - 2ax - 1 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} a'x^2 + b'x + c' = 0$$

$$\begin{cases} a' = a^2 + 1 \\ b' = -2a \\ c' = -1 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' = (-2a)^2 - 4(a^2 + 1)(-1)$$

$$\Rightarrow \Delta = 4a^2 + 4a^2 + 4 = 8a^2 + 4$$

چون مبین معادله یک مقدار مثبت است، پس معادله دارای دو ریشه می‌باشد. در

ضمن چون حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{-1}{a^2 + 1}$ است و این مقدار منفی است، پس

معادله دو ریشه مختلف‌العلامت دارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲ کتاب درسی)

در معادله درجه دوم به فرم استاندارد $ax^2 + bx + c = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر

$$-\frac{b}{a} \text{ و حاصل ضرب ریشه‌ها } \frac{c}{a} \text{ است، داریم:}$$

$$x^2 + (1-m)x + 2m = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = (1-m) \\ c = 2m \end{cases}$$

طبق فرض صورت سؤال مجموع ریشه‌ها برابر حاصل ضرب ریشه‌ها است.

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-(1-m)}{1} = m-1$$

$$\text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{c}{a} = \frac{2m}{1} = 2m$$

$$\Rightarrow 2m = m-1 \Rightarrow 2m - m = -1 \Rightarrow m = -1$$

۴

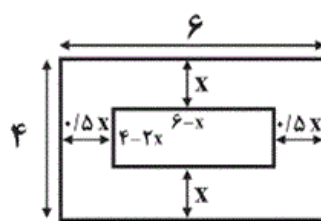
۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه ۲۷ تا ۳۲ کتاب درسی)

با توجه به شکل، ابتدا اندازه اضلاع مستطیل داخلی را بر حسب x می‌یابیم، داریم:



$$\text{مساحت مستطیل داخلی} = (6-x)(4-2x)$$

$$\Rightarrow 16 = 24 - 16x + 2x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 16x + 8 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین معادله را بر ۲ تقسیم می‌کنیم}} x^2 - 8x + 4 = 0$$

حال معادله را از طریق روش کلی حل می‌کنیم:

$$x^2 - 8x + 4 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} \begin{cases} a = 1 \\ b = -8 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 64 - 16 = 48$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_1 = \frac{-(-8) + \sqrt{48}}{2 \times 1} = \frac{8 + 4\sqrt{3}}{2} = 4 + 2\sqrt{3} \text{ ق ق}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x_2 = \frac{-(-8) - \sqrt{48}}{2 \times 1} = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{2} = 4 - 2\sqrt{3} \text{ ق ق}$$

$x = 4 + 2\sqrt{3}$ قابل قبول نیست چون در این صورت طول و عرض مستطیل داخلی

منفی می‌شود که غیرممکن است.

۴

۳ ✓

۲

۱