

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۹۱- از ربع عددی، ۹۶ واحد از ۲ برابر مجموع همان عدد با عدد ۱۲ کمتر است. آن عدد کدام است؟

- ۵۴ (۱) ۵۷ (۲) ۴۹ (۳) ۵۱ (۴)

۹۲- طول مستطیلی ۴ واحد از عرض آن بیشتر است. اگر اندازه محیط مستطیل هم ۴ واحد از اندازه مساحت آن بیشتر باشد، در این صورت اندازه مساحت این مستطیل کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴)

۹۳- اگر یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 + 3x - 2a + 2 = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه مثبت معادله $(a+1)x^2 - ax + 7 = 0$ کدام است؟

- $\frac{11}{2}$ (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) $\frac{7}{3}$ (۴)

۹۴- اگر معادله $3x^2 - 6x - 1 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنیم، کدام معادله زیر به دست می‌آید؟

- $(x-2)^2 = \frac{1}{3}$ (۱) $(x-1)^2 = \frac{4}{3}$ (۲)
 $(x-1)^2 = \frac{3}{4}$ (۳) $(x-2)^2 = 3$ (۴)

۹۵- اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله $x^2 - (x-1)^2 = -4x^2$ باشند، حاصل $|x_1 - x_2|$ کدام است؟

- $\sqrt{13}$ (۱) $2\sqrt{13}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۹۶- در یک کارگاه تولیدی به ازای فروش x واحد کالا، درآمد از رابطه $R(x) = -2x^2 + 40x$ و هزینه از رابطه $C(x) = -400x + 8000$ به دست می‌آید. نقطه سربه‌سر با مقدار کوچکتر برای این کارگاه کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴)

۹۷- اگر معادله $x^2 - 10x = 2k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده k کدام است؟

- $k > -12/5$ (۱) $k < 12$ (۲) $k < -12/5$ (۳) $k > 12$ (۴)

۹۸- اگر x' و x'' ریشه‌های معادله $4x^2 - 5x - 18 = 0$ باشند، حاصل عبارت $4x'x'' + 3x'' + 3x'$ کدام است؟

- (۱) $\frac{31}{3}$ (۲) $-\frac{31}{3}$ (۳) $\frac{57}{4}$ (۴) $-\frac{57}{4}$

۹۹- معادله $\frac{2x+1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = 1$ چند جواب دارد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) صفر

۱۰۰- به ازای کدام مقدار k معادله $\frac{3x+2}{k-x} + \frac{x^2+k}{x+k} = \frac{47}{5}$ دارای جواب $x=2$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

ریاضی و آمار ۳ - ۱۰ سوال -

۸۱- یک صفحه عقربه‌ای شکل را به ۵ قسمت مساوی تقسیم کرده و با شماره‌های یک تا پنج مشخص نموده‌ایم و با چرخش آن، هم‌زمان یک تاس و ۳

سکه را پرتاب می‌کنیم. تعداد حالت‌هایی که صفحه عدد اول، تاس عدد زوج و سکه‌ها همگی رو بیایند، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۱۸

۸۲- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ چند زیرمجموعه چهارعضوی شامل عدد ۳ و فاقد عدد ۲ دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۵

۸۳- با حروف کلمه «پشت کنکوری‌ها» چند کلمه می‌توان ساخت که در همه آن‌ها عبارت «کنکوری» به همین شکل موجود باشد؟ (بی‌معنی بودن کلمات،

مهم نیست.)

- (۱) ۵۰۴۰ (۲) ۱۱۲۰ (۳) ۷۲۰ (۴) ۱۲۰

۸۴- با ارقام ۱، ۴، ۵، ۸، چند عدد سه‌رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۳۰

۸۵- از بین ۷ دانش‌آموز پایه دهم و ۵ دانش‌آموز پایه یازدهم می‌خواهیم ۴ نفر را به‌طور تصادفی انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام

دهیم به‌طوری‌که تعداد دانش‌آموزان انتخابی از پایه‌های دهم و یازدهم یکسان نباشد؟

- (۱) ۲۸۵ (۲) ۲۱۰ (۳) ۴۰۵ (۴) ۲۸۰

۸۶- به چند طریق می‌توان از بین ۶ مرد و ۴ زن، ۳ نفر را برای عضویت در یک گروه انتخاب کرد به‌طوری‌که حداقل ۱ نفرشان زن باشد؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۷۲ (۳) ۸۴ (۴) ۹۰

۸۷- به چند طریق می‌توان از ۵ کتاب مختلف ریاضی و ۴ کتاب مختلف فلسفه، ۶ کتاب انتخاب کرد و در یک قفسه به ترتیب قرار داد به شرط آنکه از کتاب‌های ریاضی حداقل ۲ کتاب و از کتاب‌های فلسفه هم حداقل ۲ کتاب انتخاب شده باشد؟

- (۱) $80 \times 6!$ (۲) $6!$ (۳) $8!$ (۴) $6! \times \binom{4}{2} \binom{5}{2}$

۸۸- از بین ۸ دانش‌آموز رشته انسانی و ۶ دانش‌آموز رشته تجربی، به چند طریق می‌توان یک گروه ۵ نفره تشکیل داد، طوری که تعداد دانش‌آموزان انسانی بیشتر باشد؟ (در این گروه باید از دانش‌آموزان هر دو پایه وجود داشته باشند.)

- (۱) ۱۳۱۶ (۲) ۸۴۰ (۳) ۹۶۰ (۴) ۱۲۶۰

۸۹- تعداد اعضای فضای نمونه پاسخ دادن به ۳ تست چهار گزینه‌ای چند برابر تعداد اعضای فضای نمونه پاسخ دادن به ۴ تست دو گزینه‌ای است؟ (پاسخ به همه سؤال‌ها الزامی است.)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۴ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

۹۰- پدر محمد سه فرزند دارد، فضای نمونه فرزندان این پدر چند عضو دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۹

(موسا عفتی)

۹۱- گزینه ۱ صحیح است

اگر عدد را x در نظر بگیریم؛ $\frac{8}{3}$ از ربع آن برابر می‌شود با

$$\frac{8x}{12} + 96 = 2(x + 12) \quad \text{بنابراین: } \frac{8}{3} \times \frac{x}{4} = \frac{8x}{12}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x + 96 = 2x + 24 \Rightarrow 2x - \frac{2}{3}x = 96 - 24$$

$$\Rightarrow \frac{6-2}{3}x = 72 \Rightarrow \frac{4}{3}x = 72 \Rightarrow x = 54$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

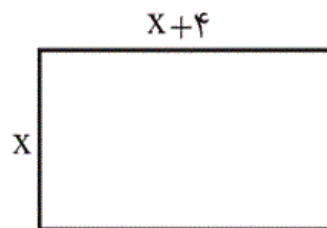
۲

۱

(ریمع مشتاق نظم)

۹۲- گزینه ۱ صحیح است

عرض مستطیل را x در نظر می‌گیریم. در نتیجه:



$$\left. \begin{aligned} \text{محیط مستطیل} &= 2(x + x + 4) = 4x + 8 \\ \text{مساحت مستطیل} &= x(x + 4) = x^2 + 4x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4x + 8 = x^2 + 4x + 4$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{x > 0} x = 2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{طول} = 6 \\ \text{عرض} = 2 \end{array} \right. \Rightarrow \text{مساحت} = 12$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(ریاضی مشتاق نظم)

جواب معادله در خود معادله صدق می کند، بنابراین داریم:

$$ax^2 + 3x - 2a + 2 = 0 \xrightarrow{x=2} 4a + 6 - 2a + 2 = 0$$

$$2a + 8 = 0 \Rightarrow a = -4$$

مقدار a را در معادله بعدی جایگزین می کنیم:

$$\xrightarrow{a=-4} -3x^2 + 4x + 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

نکته: در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ اگر $b = a + c$ یک جواب -1 و

جواب دیگر $-\frac{c}{a}$ است.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه های ۴۳ تا ۴۸)

۴

۳

۲

۱

(امیر زراندوز)

معادله را به روش مربع کامل حل می کنیم:

$$3x^2 - 6x - 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 1 \xrightarrow{\div 3} x^2 - 2x = \frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{اضافه کردن مربع نصف ضریب } x \text{ یعنی } \frac{(-2)^2}{4} = 1 \text{ به دو طرف}} x^2 - 2x + 1 = \frac{1}{3} + 1$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = \frac{4}{3}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه های ۳۹ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱

$$(x-1)^2 - x^2 = -4x^2 \Rightarrow x^2 - 3x^2 + 3x - 1 - x^2 = -4x^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 9 - 4(1)(-1) = 9 + 4 = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2(1)} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} \\ x_2 = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| \frac{-3 + \sqrt{13}}{2} - \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} \right| = \left| \frac{2\sqrt{13}}{2} \right| = \sqrt{13}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow (-2x^2 + 40x) - (-400x + 8000)$$

$$= -2x^2 + 440x - 8000$$

نقطه سربه‌سر وقتی به دست می‌آید که سود برابر صفر باشد. در نتیجه:

$$-2x^2 + 440x - 8000 = 0 \xrightarrow{\div(-2)} x^2 - 220x + 4000 = 0$$

$$\Rightarrow (x-200)(x-20) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 20 \text{ نقطه سربه‌سر با مقدار کمتر} \\ x = 200 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$x^2 - 10x - 2k = 0 \xrightarrow{\text{شرط نداشتن ریشه حقیقی}} \Delta < 0$$

$$\Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-10)^2 - 4(1)(-2k) < 0$$

$$\Rightarrow 100 + 8k < 0 \Rightarrow 8k < -100 \Rightarrow k < \frac{-100}{8}$$

$$\Rightarrow k < \frac{-25}{2} \Rightarrow k < -12.5$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(گورش داودی)

$$4x^2 - 5x - 18 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x' + x'' = \frac{-b}{a} = \frac{5}{4} \\ x'x'' = \frac{c}{a} = \frac{-18}{4} = \frac{-9}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3x' + 3x'' + 4x'x'' = 3(x' + x'') + 4x'x''$$

$$= 3 \times \frac{5}{4} + 4 \left(\frac{-9}{2} \right) = \frac{15}{4} - \frac{36}{2} = \frac{15 - 72}{4} = \frac{-57}{4}$$

(ریاضی و آمار (1)، معادله درجه دو، صفحه‌های ۴۳ تا ۴۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(گورش داودی)

$$\frac{2x+1}{x-3} + \frac{1}{x+3} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(2x+1)(x+3) + 1(x-3)}{(x-3)(x+3)} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{2x^2 + 6x + x + 3 + x - 3}{x^2 - 9} = 1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

$x=2$ در معادله صدق می‌کند. بنابراین:

$$\xrightarrow{x=2} \frac{6+2}{k-2} + \frac{4+k}{2+k} = \frac{47}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{k-2} + \frac{4+k}{k+2} = \frac{47}{5} \Rightarrow \frac{8k+16+4k-8+k^2-2k}{k^2-4} = \frac{47}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{k^2+10k+8}{k^2-4} = \frac{47}{5} \Rightarrow 47k^2-188=5k^2+50k+40$$

$$\Rightarrow 42k^2-50k-228=0 \Rightarrow 21k^2-25k-114=0$$

با توجه به گزینه‌ها به‌ازای $k=3$ داریم:

$$21 \times 3^2 - 25 \times 3 - 114 = 0 \Rightarrow 0 = 0$$

$k=3$ در معادله صدق می‌کند.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۸۱- 

(گورش داوری)

۳ تا $\xrightarrow{\text{تعداد}}$ $\{2, 3, 5\}$ = مجموعه اعداد اول صفحه عقربه‌ای شکل

۳ تا $\xrightarrow{\text{تعداد}}$ $\{2, 4, 6\}$ = مجموعه اعداد زوج در تاس

۱ حالت $\xrightarrow{\text{تعداد}}$ $(r, r, r) = 3$ سکه هر سه رو بیایند

$$3 \times 3 \times 1 = 9$$

طبق اصل ضرب داریم:

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۸۲- 

(سین اسفینی)

عدد ۳ را انتخاب کرده و سه عضو دیگر نیاز داریم که باید از بین اعداد ۱، ۴، ۵، ۶ و ۷ انتخاب کنیم:

$$\binom{5}{3} = \frac{5!}{3! \times 2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیر زرانروز)

عبارت «کنکوری» را یک بسته در نظر می‌گیریم (یعنی حروف کلمه کنکوری، نمی‌توانند با هم جابه‌جا شوند) حالا خواهیم داشت:

$$\text{تعداد کلمات مطلوب} = 6! = 720 \Rightarrow \boxed{\text{کنکوری}}$$



۱ بسته

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴

(رحیم مشتاق نظم)

اعداد سه‌رقمی بدون تکرار ارقام:

$$\text{تعداد کل اعداد سه‌رقمی با ارقام داده شده} : \boxed{4} \boxed{4} \boxed{3} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 4 \times 4 \times 3 = 48$$

$$\text{تعداد کل اعداد فرد سه‌رقمی با ارقام داده شده} : \boxed{3} \boxed{3} \boxed{2} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} 3 \times 3 \times 2 = 18$$

$$\text{تعداد اعداد زوج سه‌رقمی با ارقام داده شده} = 48 - 18 = 30$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۸)

۱ ۲ ۳ ۴

(حسین اسفینی)

ابتدا تعداد حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که در آن تعداد نفرات انتخابی از پایه‌های دهم و یازدهم یکسان باشد:

$$\binom{7}{2} \times \binom{5}{2} = \frac{7 \times 6}{2} \times \frac{5 \times 4}{2} = 21 \times 10 = 210$$

تعداد کل حالات برابر است با:

$$\binom{12}{4} = \frac{12!}{4! \times 8!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 55 \times 9 = 495$$

بنابراین: $495 - 210 = 285$ = تعداد حالت‌های مطلوب

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{array}{l} \text{زن ۳} \\ \text{۱ مرد و ۲ زن} \\ \text{۲ مرد و ۱ زن} \\ \text{۳ زن} \end{array} \quad \text{تعداد حالت‌های ممکن} = \binom{4}{1} \binom{6}{2} + \binom{4}{2} \binom{6}{1} + \binom{4}{3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

توجه کنید که بعد از انتخاب کتاب‌ها در قفسه به ترتیب چیده می‌شوند، پس ترتیب قرار گرفتن مهم است. بنابراین حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

۲ فلسفه و ۴ ریاضی یا ۳ فلسفه و ۳ ریاضی یا ۴ فلسفه و ۲ ریاضی

$$\begin{aligned} & \binom{5}{2} \binom{4}{4} \times 6! + \binom{5}{3} \binom{4}{3} \times 6! + \binom{5}{4} \binom{4}{2} \times 6! \\ & = (10 + 40 + 30) \times 6! = 80 \times 6! \end{aligned}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

برای آن که تعداد دانش‌آموزان انسانی بیشتر از تجربی باشد حالت‌های زیر ممکن است.

الف) ۴ دانش‌آموز انسانی و ۱ دانش‌آموز تجربی $\binom{8}{4} \times \binom{6}{1}$

ب) ۳ دانش‌آموز انسانی و ۲ دانش‌آموز تجربی $\binom{8}{3} \times \binom{6}{2}$

بنابراین تعداد کل حالت‌ها نیز برابر است با: $\binom{8}{4} \times \binom{6}{1} + \binom{8}{3} \times \binom{6}{2}$

$$= \frac{8!}{4! \times 4!} \times \frac{6!}{1! \times 5!} + \frac{8!}{3! \times 5!} \times \frac{6!}{2! \times 4!}$$

$$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4!}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 4!} \times \frac{6 \times 5!}{1 \times 5!} + \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} \times \frac{6 \times 5 \times 4!}{2! \times 4!}$$

$$= 70 \times 6 + 56 \times 15 = 420 + 840 = 1260$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۲ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

فضای نمونه پاسخ دادن به ۳ تست چهار گزینه‌ای $n(S) = 4^3 = 64$

فضای نمونه پاسخ دادن به ۴ تست دو گزینه‌ای $n(S) = 2^4 = 16$

$$\Rightarrow \frac{64}{16} = 4$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

یکی از فرزندان محمد است، بنابراین از $2^3 = 8$ حالت که تعداد اعضای فضای نمونه سه فرزند است، حالت هر سه دختر را حذف می‌کنیم. بنابراین فضای نمونه خواسته شده ۷ عضو دارد.

$$S = \{(پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (د, پ, پ), (پ, د, د), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د)\}$$

(ریاضی و آمار (۳)، آمار و احتمال، صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱