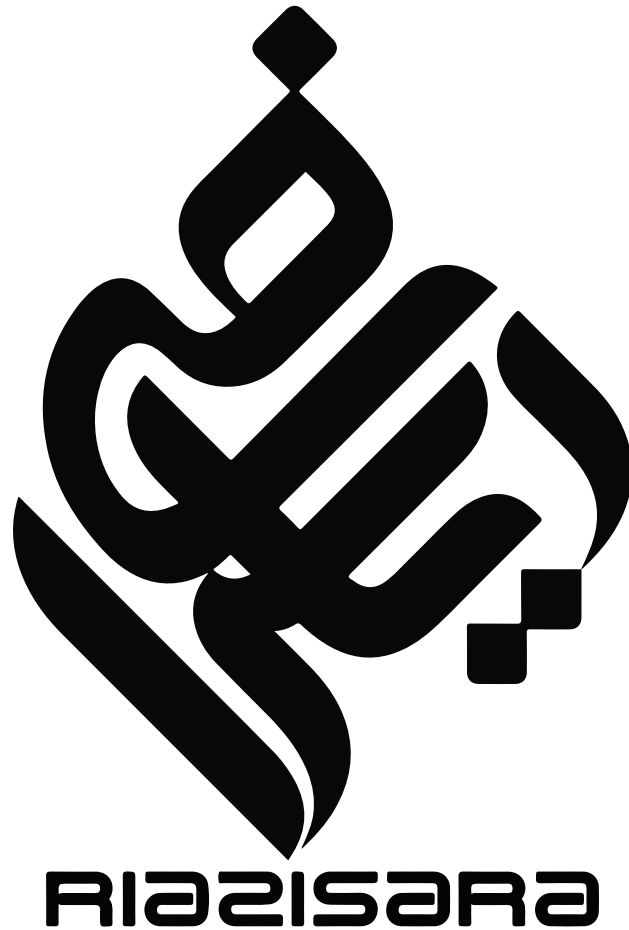




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:

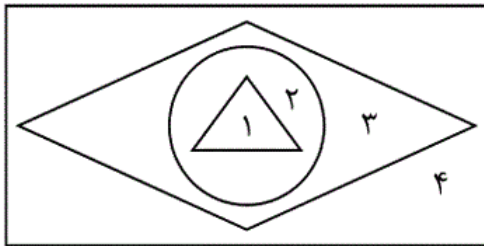


<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مجموعه های متناهی و نا متناهی - ۴ سوال -

۵۴- اگر مجموعه های Z, N ، Q و R را با نمودار ون زیر نمایش دهیم، به گونه ای که هر کدام از مجموعه ها

نمایانگر یکی از شکل ها باشد، آن گاه عدد $2\sqrt{5}$ در کدام منطقه شماره گذاری شده قرار می گیرد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۵۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$ ، $B = (2, +\infty)$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$ باشد، آن گاه $(A - B) \cap C$

کدام است؟

(۲) $[-3, 0)$

(۱) $(-3, 0)$

(۴) $(-2, 0)$

(۳) $[-2, 0)$

۵۱- چه تعداد از مجموعه های زیر متناهی می باشد؟

الف) مجموعه کسرهای مثبت با مخرج ۷۱

ب) مجموعه اعداد مرکب ۱۰۰۰۰ رقمی

ج) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۷

د) مجموعه پرندگان روی کره زمین

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۵۲- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح نیست؟

(۱) اشتراک دو مجموعه متناهی، همواره متناهی است.

(۲) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، همواره نامتناهی است.

(۳) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، A همواره متناهی است.

(۴) اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، B همواره نامتناهی است.

ریاضی ۱، منم یک مجموعه - ۸ سوال

۵۳- اگر $U = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$ مجموعه مرجع و $A = \{x \in U \mid x \geq 8\}$ و $B = \{x \in U \mid x < 4\}$ باشد،

آنگاه حاصل $(A \cup B)'$ کدام است؟

(۲) $\{3, 4, 5, 6\}$

(۱) $\{5, 6\}$

(۴) $\{4, 5, 6\}$

(۳) $\{4, 5, 6, 8\}$

۵۴- اگر مجموعه اعداد صحیح، مجموعه مرجع باشد و مجموعه A' نامتناهی، مجموعه B متناهی و مجموعه

C' متناهی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر حتماً متناهی است؟

(۲) $C' \cap B'$

(۱) $B' - A'$

(۴) $C - B$

(۳) $(A' \cap C')' \cup B'$

۵۷- دو مجموعه ناتهی A و B مفروضند. اگر $x \in (A \cup B)$ و همچنین $x \in (A - B)'$ باشد، الزاماً چند

مورد از نتایج زیر درست است؟

(د) $x \notin B$

(ج) $x \in B$

(ب) $x \notin A$

(الف) $x \in A$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۵۸- اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد، کدام گزینه زیرمجموعه‌ای از A' است؟ (A غیر تهی و U مجموعه مرجع است.)

- (۱) B (۲) $A \cap B$ (۳) $B' \cap A$ (۴) $(B - A)'$

۵۹- اگر مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه مرجع و همچنین $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 20\}$ و $B = \{7, 8, 9, \dots, 15\}$

باشد، مجموعه $A' \cap B$ شامل چند عدد زوج است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۶۰- اگر $n(A) = 25$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 3$ باشد، آنگاه تعداد اعضای مجموعه مرجع کدام باشد

تا فقط ۷ عضو داشته باشیم که نه عضو A باشد و نه B ؟

- (۱) ۴۲ (۲) ۴۳ (۳) ۴۴ (۴) ۴۵

۶۱- در یک مدرسه، ۶ نفر فقط در درس ریاضی و ۱۸ نفر فقط در درس شیمی قبول شده‌اند و ۱۵ نفر در

هیچ یک از این دو درس قبول نشده‌اند. اگر تعداد قبولی‌ها در درس ریاضی نصف تعداد قبولی‌ها در درس

شیمی باشد، تعداد دانش‌آموزان مدرسه کدام است؟

- (۱) ۳۳ (۲) ۴۵ (۳) ۷۲ (۴) ۱۸

۶۲- اگر $n(A) = 8$ ، $n(C - A) = 10$ و $n(B - (A \cup C)) = 5$ باشد، حاصل $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

- (۱) ۲۳ (۲) ۱۵ (۳) ۲۲ (۴) ۱۸

۶۳- در یک الگوی خطی، جمله هفتم ۳۱ و جمله دهم $\frac{8}{5}$ جمله پنجم است. جمله بیستم این الگو کدام است؟

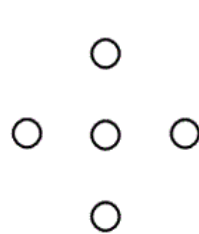
۷۱ (۴)

۶۹ (۳)

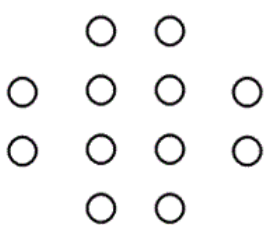
۷۰ (۲)

۶۷ (۱)

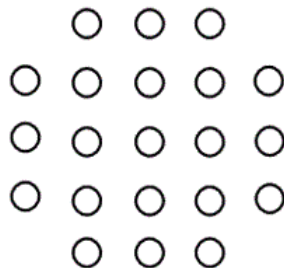
۶۴- در الگوی زیر، اختلاف تعداد دایره‌ها در شکل یازدهم و نهم کدام است؟



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

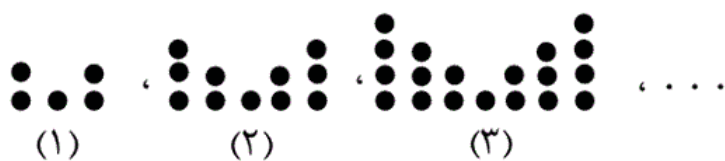
۴۲ (۱)

۴۴ (۲)

۴۶ (۳)

۴۸ (۴)

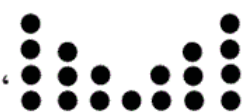
۶۵- در شکل ۱۹ام از الگوی زیر، چند نقطه وجود دارد؟



(۱)



(۲)



(۳)

۳۰۵ (۱)

۳۴۲ (۲)

۳۷۷ (۳)

۴۱۹ (۴)

۶۷- سی‌امین جمله الگوی خطی ... ۱۷, ۲۱, ۲۵, ۲۹, ... با جمله چندم الگوی خطی ... ۱۹۹۹, ۱۹۹۶, ۱۹۹۳, ۱۹۹۰, ... برابر است؟

۶۲۳ (۲)

۶۲۲ (۱)

۶۲۵ (۴)

۶۲۴ (۳)

۶۹- اگر $5, 12, 21, 32, \dots$ ، جملات یک دنباله درجه دوم باشند، جمله بیست و یکم این دنباله چند واحد از جمله

اول بیش تر است؟

۵۲۱ (۴)

۵۲۰ (۳)

۵۱۹ (۲)

۵۱۸ (۱)

ریاضی ۱، دنباله های حسابی و هندسی - ۳ سوال -

۷۰- اگر بین دو عدد ۲ و ۳۰، m واسطه حسابی قرار دهیم به طوری که بزرگ ترین واسطه، ۲ واحد بیش تر از

۴ برابر کوچک ترین واسطه باشد، m کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۶۸- دنباله حسابی a_n با جملات $1, 7, 13, \dots$ ، x, y, z مفروض است. اگر $2a_8 - a_{13} = -2$ باشد، مجموع سه

جمله اول این دنباله کدام است؟

-۳۷ (۴)

-۳۳ (۳)

-۳۱ (۲)

-۲۹ (۱)

۶۶- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۱۸ و مجموع سه جمله بعدی، ۹ برابر جمله دوم است. جمله

هشتم دنباله کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۶ (۳)

۲۸ (۲)

۳۰ (۱)

ریاضی ۱- سوالات موازی، مجموعه های متناهی و ز متناهی - ۶ سوال -

۷۱- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی می‌باشد؟

الف) مجموعه کسره‌های مثبت با مخرج ۷۱

ب) مجموعه اعداد مرکب ۱۰۰۰۰ رقمی

ج) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۷

د) مجموعه پرندگان روی کره زمین

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

۷۲- کدام یک از عبارتهای زیر صحیح نیست؟

(۱) اشتراک دو مجموعه متناهی، همواره متناهی است.

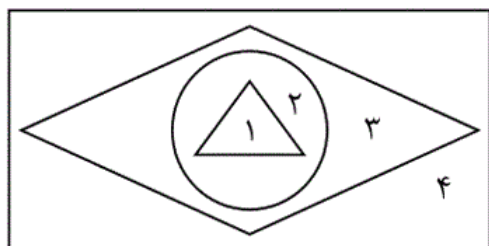
(۲) اشتراک دو مجموعه نامتناهی، همواره نامتناهی است.

(۳) اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، A همواره متناهی است.

(۴) اگر $A \subseteq B$ و A مجموعه‌ای نامتناهی باشد، B همواره نامتناهی است.

۷۴- اگر مجموعه‌های Z, N, Q و R را با نمودار ون زیر نمایش دهیم، به گونه‌ای که هر کدام از مجموعه‌ها

نمایانگر یکی از شکل‌ها باشد، آن‌گاه عدد $2\sqrt{5}$ در کدام منطقه گذاری شده قرار می‌گیرد؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۷۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 3\}$ ، $B = (2, +\infty)$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$ باشد، آن گاه $(A - B) \cap C$

کدام است؟

(۲) $[-3, 0)$

(۱) $(-3, 0)$

(۴) $(-2, 0)$

(۳) $[-2, 0)$

۸۷- اگر دو مجموعه $X = (-3, 4) - \{-1\}$ و $Y = (a + b, 2a - b) \cup (b - a, -a)$ با یکدیگر برابر باشند،

حاصل ab کدام است؟

(۴) $\frac{20}{9}$

(۳) ۲

(۲) -۱

(۱) -۲

۸۴- اگر N ، Q ، Q' و R به ترتیب مجموعه اعداد طبیعی، گویا، گنگ و حقیقی باشند، کدام گزینه نا درست

است؟

(۲) $(Q' - Q) \subset Q'$

(۱) $(Q - Q') \cap N = N$

(۴) $(Q - Q') \cup Q' = R$

(۳) $(Q' - Q) \subset Q$

ریاضی ۱- سوالات موازی، **متنم یک مجموعه** - ۱۴ سوال

۸۵- اگر $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{2, 3, 5\}$ و $B = \{1, 3, 4\}$ ، آن گاه تعداد اعضای

کدام مجموعه بیش تر است؟

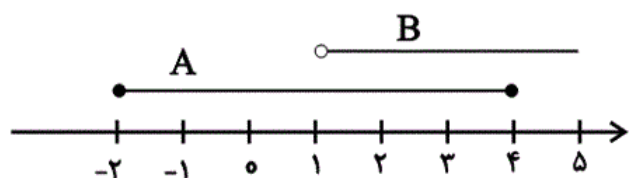
(۲) $(A \cap B)'$

(۱) $A' \cap B'$

(۴) $B' \cup A$

(۳) $A' \cup B$

۸۶- اگر نمایش مجموعه‌های A و B به شکل زیر باشد، بازه $[1, 3]$ زیرمجموعه‌ای از کدام مجموعه است؟



(۱) $A \cap B$

(۲) $A - B$

(۳) $B - A$

(۴) $(A' \cap B')'$

۸۸- اگر $n(A \cap B) = 2$ ، $n(B \cap A') = 4$ ، $n(A \cap B') = 3$ ، $n((A \cup B)') = 3$ و U مجموعه مرجع باشد، آن گاه $n(U)$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۹

(۲) ۱۲

(۱) ۱۰

۸۹- در یک گروه ۵۰ نفره، ۲۵ نفر عینکی و ۲۰ نفر چپ دست هستند. اگر در این گروه ۱۵ نفر نه عینکی باشند و نه چپ دست، چند درصد از افراد این گروه هم عینکی و هم چپ دست هستند؟

(۴) ۱۰

(۳) ۲۰

(۲) ۵

(۱) ۱۵

۹۰- اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند و $n(A - B) = 30$ ، $n(U) = 100$ و $n(A \cup B) = 50$ باشد، $n(B' - A)$ کدام است؟

(۴) ۶۰

(۳) ۵۰

(۲) ۴۰

(۱) ۳۰

۷۶- اگر مجموعه اعداد صحیح، مجموعه مرجع باشد و مجموعه A' نامتناهی، مجموعه B متناهی و مجموعه

C' متناهی باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر حتماً متناهی است؟

$B' - A'$ (۱) $C' \cap B'$ (۲)

$C - B$ (۴) $(A' \cap C')' \cup B'$ (۳)

۷۷- دو مجموعه ناتهی A و B مفروضند. اگر $x \in (A \cup B)$ و همچنین $x \in (A - B)'$ باشد، الزاماً چند

مورد از نتایج زیر درست است؟

$x \in A$ (الف) $x \notin A$ (ب) $x \in B$ (ج) $x \notin B$ (د)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۷۸- اگر $A \subseteq B \subseteq U$ باشد، کدام گزینه زیرمجموعه‌ای از A' است؟ (A غیر تهی و U مجموعه مرجع است).

B (۱) $A \cap B$ (۲) $B' \cap A$ (۳) $(B - A)'$ (۴)

۷۹- اگر مجموعه اعداد طبیعی، مجموعه مرجع و همچنین $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 20\}$ و $B = \{7, 8, 9, \dots, 15\}$

باشد، مجموعه $A' \cap B$ شامل چند عدد زوج است؟

(۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۸۰- اگر $n(A) = 25$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 3$ باشد، آنگاه تعداد اعضای مجموعه مرجع کدام باشد،

تا فقط ۷ عضو داشته باشیم که نه عضو A باشد و نه B ؟

(۱) ۴۲ (۲) ۴۳ (۳) ۴۴ (۴) ۴۵

۸۱- در یک مدرسه، ۶ نفر فقط در درس ریاضی و ۱۸ نفر فقط در درس شیمی قبول شده‌اند و ۱۵ نفر در

هیچ یک از این دو درس قبول نشده‌اند. اگر تعداد قبولی‌ها در درس ریاضی نصف تعداد قبولی‌ها در درس

شیمی باشد، تعداد دانش‌آموزان مدرسه کدام است؟

۱۸ (۴)

۷۲ (۳)

۴۵ (۲)

۳۳ (۱)

۸۲- اگر $n(A) = ۸$ ، $n(C - A) = ۱۰$ و $n(B - (A \cup C)) = ۵$ باشد، حاصل $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۲ (۳)

۱۵ (۲)

۲۳ (۱)

۸۳- اگر N مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه $\{x \in N \mid x^2 < ۱۰۰\}$ کدام است؟

$[۱, ۱۰)$ (۲)

$\{۱, ۲, ۳, \dots, ۹\}$ (۱)

$(۹, +\infty)$ (۴)

$\{x \in N \mid x > ۹\}$ (۳)

۷۳- اگر $U = \{۱, ۲, ۴, ۵, ۶, ۸, ۹, ۱۰\}$ مجموعه مرجع و $A = \{x \in U \mid x \geq ۸\}$ و $B = \{x \in U \mid x < ۴\}$ باشد،

آن‌گاه حاصل $(A \cup B)'$ کدام است؟

$\{۳, ۴, ۵, ۶\}$ (۲)

$\{۵, ۶\}$ (۱)

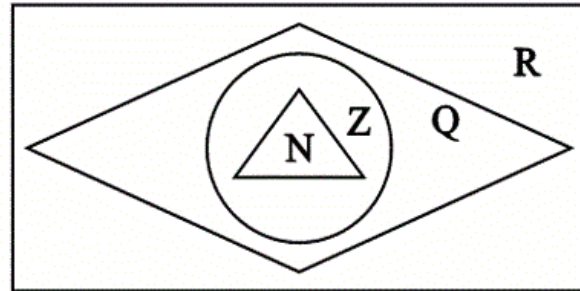
$\{۴, ۵, ۶\}$ (۴)

$\{۴, ۵, ۶, ۸\}$ (۳)

-۵۴

«علی ارجمند»

از آن جا که $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$ است، پس نمودار ون باید به شکل زیر باشد.



$2\sqrt{5}$ عددی گنگ است پس در مجموعه $R - Q$ یعنی ناحیه ۴ قرار می گیرد.

(صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

☒ ۴

☐ ۳

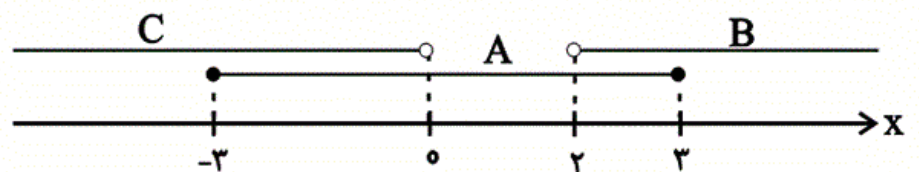
☐ ۲

☐ ۱

-۵۵

«جمشید حسینی فواہ»

A، B و C را روی محور زیر نشان داده‌ایم. براساس این محور، داریم:



$$A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\} \Rightarrow (A - B) \cap C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 0\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cap C = [-3, 0)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

بررسی عبارت‌ها:

(الف) مجموعه کسره‌های مثبت با مخرج ۷۱ ← نامتناهی

(ب) مجموعه اعداد مرکب ۱۰۰۰۰ رقمی ← متناهی

(ج) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۷ ← نامتناهی

(د) مجموعه پرندگان روی کره زمین ← متناهی

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«علی ارجمند»

اشتراک دو مجموعه نامتناهی، می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. مثلاً اشتراک

مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد زوج طبیعی متناهی و اشتراک دو مجموعه

N و W نامتناهی است. پس گزینه «۲» نادرست است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«علی ارجمند»

$$\begin{cases} A = \{۸, ۹, ۱۰\} \\ B = \{۱, ۲\} \end{cases} \Rightarrow A \cup B = \{۱, ۲, ۸, ۹, ۱۰\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{۴, ۵, ۶\}$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

متناهی یا نامتناهی: $A \rightarrow A'$ نامتناهی: A'

نامتناهی: $B' \rightarrow B$ متناهی: B

نامتناهی: $C \rightarrow C'$ متناهی: C'

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تفاضل دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه «۲»: اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی حتما متناهی است.

گزینه «۳»:

$$(A' \cap C') \cup B' = (A \cup C) \cup B'$$

نامتناهی $\rightarrow (A \cup C) \cup B'$
نامتناهی

گزینه «۴»: تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

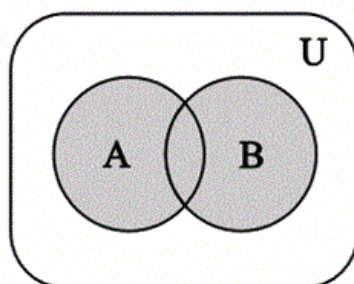
۳

۲✓

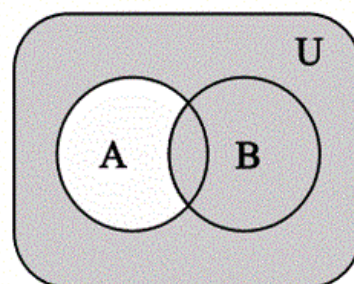
۱

$$(A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B$$

به نمودارهای ون زیر دقت کنید:

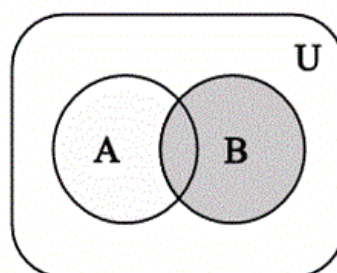


$$x \in (A \cup B)$$



$$x \in (A' \cup B)$$

اشتراک دو نمودار ون فوق، نمودار ون زیر است:



با توجه به نمودار فوق، فقط مورد «ج» را می‌توان به‌طور قطع نتیجه گرفت.

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

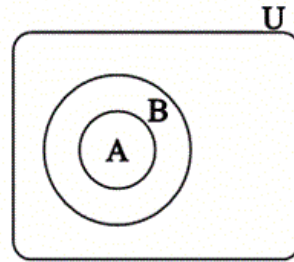
ابتدا توجه کنید که:

$$(B - A)' = (B \cap A')' = B' \cup A$$

$$B' \cap A = A \cap B' = A - B \xrightarrow{A \subseteq B} A - B = \emptyset$$

$$A \cap B \xlongequal{A \subseteq B} A$$

نمودار ون متناظر با مجموعه‌های A و B را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار ون فوق، A زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌های B ، $A \cap B$

و $(B - A)'$ است و بنابراین این مجموعه‌ها زیر مجموعه‌ای از A' نیستند.

از آنجایی $A \cap B' = \emptyset$ است و $\emptyset$ نیز زیر مجموعه‌ای از تمام مجموعه‌ها

است، پس $B' \cap A$ زیر مجموعه‌ای از A' است.

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$U = N = \{1, 2, 3, \dots\}, A = \{21, 22, 23, \dots\} \Rightarrow A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A' \cap B = \{1, 2, 3, \dots, 20\} \cap \{7, 8, 9, \dots, 15\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

پس $A' \cap B$ شامل ۴ عدد زوج است.

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

«نه عضو A باشد و نه عضو B یعنی: $A' \cap B'$ که همان $(A \cup B)'$ است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 15 - 3 = 37$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 7 = n(U) - 37$$

$$\Rightarrow n(U) = 44$$

(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

اگر مجموعه قبولی‌ها در درس ریاضی و شیمی را به ترتیب با A و B نشان

دهیم، داریم:

$$\xrightarrow{\text{فقط درس ریاضی}} n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = ۶ \quad (۱)$$

$$\xrightarrow{\text{فقط درس شیمی}} n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = ۱۸ \quad (۲)$$

همچنین $n(A) = n(B)$ است، پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} n(A) - n(A \cap B) = ۶ \\ n(B) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases} \Rightarrow \xrightarrow{n(A)=n(B)}$$

$$\begin{cases} n(A) - n(A \cap B) = ۶ \\ ۲n(A) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases} \xrightarrow{\times(-۲)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲n(A) + ۲n(A \cap B) = -۱۲ \\ ۲n(A) - n(A \cap B) = ۱۸ \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ۶ \Rightarrow \begin{cases} n(A) = ۱۲ \\ n(B) = ۲۴ \end{cases}$$

$$\xrightarrow[\text{نشده اند}]{\text{در هیچ یک از دو درس قبول}}$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۱۵ = n(U) - ۱۲ - ۲۴ + ۶ \Rightarrow n(U) = ۴۵$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

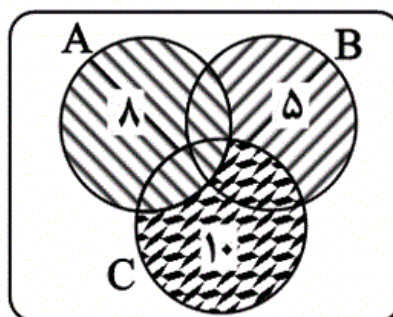
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمودار ون زیر را می‌توان رسم کرد:



در نتیجه:

$$n(A \cup B \cup C) = 8 + 5 + 10 = 23$$

(صفحه‌های ۸ تا ۳۱ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

جمله عمومی الگوی خطی را به صورت $c_n = an + b$ در نظر می‌گیریم:

$$\xrightarrow{\text{جمله هفتم}} 31 = a \times 7 + b \Rightarrow 7a + b = 31 \quad (1)$$

$$\frac{c_{10}}{c_5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{10a + b}{5a + b} = \frac{8}{5} \Rightarrow 50a + 5b = 40a + 8b$$

$$\Rightarrow 10a = 3b \Rightarrow b = \frac{10}{3}a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 7a + \frac{10}{3}a = 31 \Rightarrow 21a + 10a = 93$$

$$\Rightarrow 31a = 93 \Rightarrow a = 3 \text{ و } b = \frac{10}{3} \times 3 = 10$$

پس جمله عمومی دنباله خطی برابر با $c_n = 3n + 10$ می‌شود:

$$\Rightarrow c_{20} = 20 \times 3 + 10 = 70$$

(صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به الگو داریم:

شماره شکل	n	۱	۲	۳
تعداد دایره ها	t_n	۵	۱۲	۲۱

هر شکل از یک مربع $n \times n$ و ۴ ردیف n تایی تشکیل شده است، پس

رابطه $t_n = n^2 + 4n$ برقرار است.

$$t_{11} = 11^2 + 4 \times 11 = 121 + 44 = 165$$

$$t_9 = 9^2 + 4 \times 9 = 81 + 36 = 117$$

$$\Rightarrow t_{11} - t_9 = 165 - 117 = 48$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

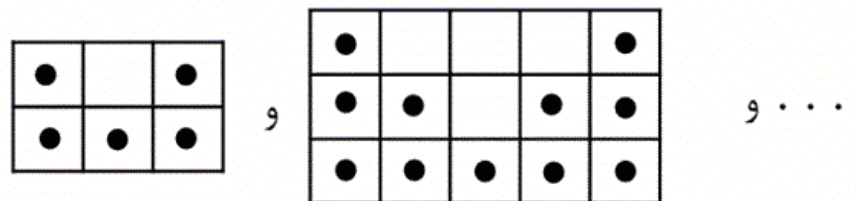
☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

اگر نقطه‌ها را درون یک شبکه مستطیلی شکل در نظر بگیریم، به راحتی می‌توانیم جمله عمومی دنباله را به دست آوریم.



$$2 \times 3 - 1, 3 \times 5 - 4, \dots, (n+1)(2n+1) - n^2$$

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

جمله n ام الگوی اول $a_n = 4n + 13$ و جمله n ام الگوی دوم برابر

$b_n = -3n + 2002$ می باشد. پس داریم:

$$a_n = 4n + 13 \Rightarrow a_{30} = 133$$

$$\underline{a_{30} = b_n} \rightarrow 133 = -3n + 2002 \Rightarrow 3n = 2002 - 133$$

$$\Rightarrow 3n = 1869 \Rightarrow n = 623$$

(صفحه های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

اعداد $5, 12, 21, 32, \dots$ جملات یک دنباله درجه دوم هستند. جمله عمومی

این دنباله را به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ در نظر می گیریم. اگر دنباله ای

با جملات $c_n = t_{n+1} - t_n$ تشکیل دهیم، نشان می دهیم که c_n یک

دنباله حسابی است:

$$c_n = t_{n+1} - t_n = a(n+1)^2 + b(n+1) + c - (an^2 + bn + c)$$

$$\Rightarrow c_n = an^2 + 2an + a + bn + b + c - an^2 - bn - c = 2an + a + b$$

دنباله $c_n = 2an + a + b$ یک دنباله حسابی با قدر نسبت $2a$ و جمله اول

$3a + b$ است. حال با توجه به اعداد داده شده، جملات دنباله c_n را

می نویسیم:

$$c_n : 12-5, 21-12, 32-21, \dots \Rightarrow c_n : 7, 9, 11, \dots$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{قدر نسبت} = 2 \\ \text{جمله اول} = 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \\ 3a + b = 7 \Rightarrow 3 + b = 7 \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

پس $t_n = n^2 + 4n + c$ است و داریم:

$$t_1 = 5 \Rightarrow 1^2 + 4 \times 1 + c = 5 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow t_n = n^2 + 4n$$

$$\Rightarrow t_{21} = (21)^2 + 4(21) = 441 + 84 = 525$$

$$t_{21} - t_1 = 525 - 5 = 520$$

(صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«ایمان نخستین»

-۷۰

می‌توان این دنباله حسابی را به صورت زیر نوشت:

$$\underbrace{a_1, a_2, \dots, a_{m+1}}_{a_1, 2+d, \dots, 30-d}, a_{m+2}^{30}$$

$$a_{m+2} - a_1 = (m+2-1)d \Rightarrow 30-2 = (m+1)d \Rightarrow 28 = (m+1)d$$

از طرفی:

$$a_{m+1} - 4a_2 = 2 \Rightarrow (30-d) - 4(2+d) = 2$$

$$30-d-8-4d = 2 \Rightarrow 22-5d = 2 \Rightarrow 5d = 20 \Rightarrow d = 4$$

$$28 = (m+1)d \Rightarrow 28 = (m+1) \times 4 \Rightarrow m+1 = 7 \Rightarrow m = 6$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

$$a, b, c: \text{ دنباله حسابی } \xrightarrow{2b=a+c} -2 \times 2 = 2 + y \Rightarrow y = -11$$

$$x, -11, -2, 7 \Rightarrow 2(-11) = -2 + x \Rightarrow x = -20$$

$$x + y + z = -20 - 11 - 2 = -33$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۶۶

«معمد بفرای»

$$t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + t_1 + d + t_1 + 2d = 3t_1 + 3d = 18$$

$$\Rightarrow t_1 + d = 6 \Rightarrow t_2 = 6$$

$$t_4 + t_5 + t_6 = 9 \times t_2 = 9 \times 6 = 54$$

$$\Rightarrow t_1 + 3d + t_1 + 4d + t_1 + 5d = 54 \Rightarrow 3t_1 + 12d = 54$$

$$\Rightarrow t_1 + 4d = 18$$

$$\begin{cases} t_1 + d = 6 \\ t_1 + 4d = 18 \end{cases} \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow t_1 = 2$$

$$\Rightarrow t_8 = t_1 + 7d = 2 + 7 \times 4 = 30$$

(صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

بررسی عبارت‌ها:

الف) مجموعه کسره‌های مثبت با مخرج ۷۱ ← نامتناهی

ب) مجموعه اعداد مرکب ۱۰۰۰۰ رقمی ← متناهی

ج) مجموعه مضارب طبیعی عدد ۷ ← نامتناهی

د) مجموعه پرندگان روی کره زمین ← متناهی

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

۷۲-

«علی ارجمند»

اشتراک دو مجموعه نامتناهی، می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد. مثلاً اشتراک

مجموعه اعداد اول و مجموعه اعداد زوج طبیعی متناهی و اشتراک دو مجموعه

 N و W نامتناهی است. پس گزینه «۲» نادرست است.

(صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

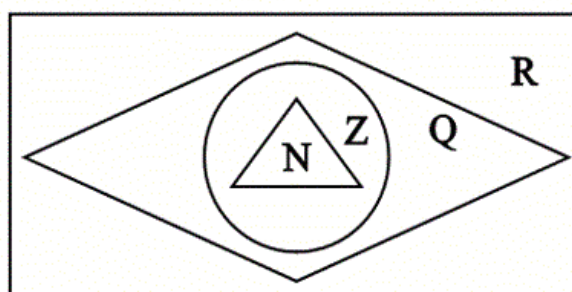
۳

۲✓

۱

«علی ارجمند»

۷۴-

از آن‌جا که $N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$ است، پس نمودار ون باید به شکل زیر باشد. $2\sqrt{5}$ عددی گنگ است پس در مجموعه $R - Q$ یعنی ناحیه ۴ قرار می‌گیرد.

(صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

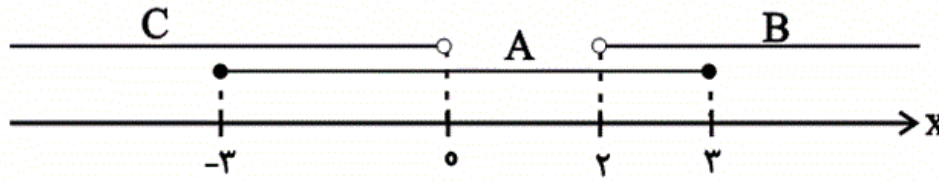
۴✓

۳

۲

۱

A، B و C را روی محور زیر نشان داده‌ایم. براساس این محور، داریم:



$$A - B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\} \Rightarrow (A - B) \cap C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x < 0\}$$

$$\Rightarrow (A - B) \cap C = [-3, 0)$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

در اجتماع دو مجموعه داریم:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$\Rightarrow Y = (b - a, -a) \cup (a + b, 2a - b) = (-3, 4) - \{-1\}$$

$$= (-3, -1) \cup (-1, 4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ -a = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (b - a, -a) \cup (a + b, 2a - b) \stackrel{\substack{b = -2 \\ a = 1}}{=} (-3, -1) \cup (-1, 4)$$

$$\Rightarrow ab = -2$$

(صفحه‌های ۳ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

$$Q' - Q = Q' \Rightarrow (Q' - Q) \not\subset Q$$

بنابراین گزینه «۳» نادرست می‌باشد. همچنین $Q - Q' = Q$ است و

$Q \cap N = N$ و $Q \cup Q' = R$ است.

(صفحه‌های ۲ و ۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

«علی ارجمند»

$$A' = \{1, 4, 6\}, B' = \{2, 5, 6\}$$

$$\text{گزینه «۱» : } A' \cap B' = \{6\}$$

$$\text{گزینه «۲» : } A \cap B = \{3\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{1, 2, 4, 5, 6\}$$

$$\text{گزینه «۳» : } A' \cup B = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$\text{گزینه «۴» : } B' \cup A = \{2, 3, 5, 6\}$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

هر یک از گزینه‌ها را به صورت بازه می‌نویسیم:

$$A \cap B = (1, 4]$$

$$A - B = [-2, 1]$$

$$B - A = (4, +\infty)$$

$$(A' \cap B')' = A \cup B = [-2, +\infty)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، بازه $[1, 3]$ زیر مجموعه‌ای از $(A' \cap B')'$ است.

(صفحه‌های ۳ تا ۵ و ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - \underbrace{n(A \cap B)}_2 = 3 \Rightarrow n(A) = 5$$

$$n(B \cap A') = n(B - A) = n(B) - \underbrace{n(A \cap B)}_2 = 4 \Rightarrow n(B) = 6$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 6 - 2 = 9$$

$$n((A \cup B)') + n(A \cup B) = n(U) \Rightarrow 3 + 9 = n(U) \Rightarrow n(U) = 12$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

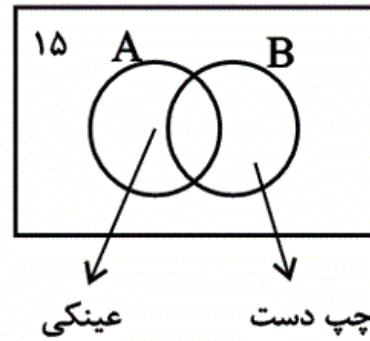
☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

اگر افراد عینکی را با A و افراد چپ دست را با B نشان دهیم، داریم:



$$n(A \cup B) = 50 - 15 = 35$$



افرادی که نه چپ دست‌اند و نه عینکی کل افراد

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 20 - n(A \cap B) = 35$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 45 - 35 = 10$$

$\frac{10}{50} = 20\%$: درصد افرادی که هم عینکی و هم چپ دست هستند.

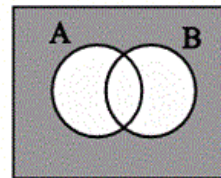
(صفحه‌های ۱ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱



اگر به نمودار شکل بالا دقت کنیم که مجموعه $B' - A$ را نشان می‌دهد،
متوجه خواهیم شد که این مجموعه همان مجموعه $(A \cup B)'$ است؛ بنابراین:

$$n(B' - A) = n(B' \cap A') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

$$= 100 - 50 = 50$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

متناهی یا نامتناهی: $A \rightarrow A'$ نامتناهی: A'

نامتناهی: $B' \rightarrow B$ متناهی: B

نامتناهی: $C \rightarrow C'$ متناهی: C'

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: تفاضل دو مجموعه نامتناهی ممکن است متناهی یا نامتناهی باشد.

گزینه «۲»: اشتراک یک مجموعه متناهی با یک مجموعه نامتناهی حتما متناهی است.

گزینه «۳»:

$$(A' \cap C') \cup B' = (A \cup C) \cup B'$$

$(A \cup C) \cup B' \rightarrow$ نامتناهی
نامتناهی

گزینه «۴»: تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

(صفحه‌های ۵ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

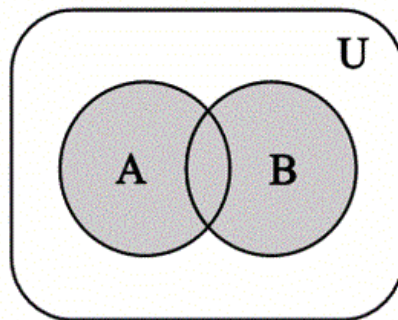
۳

۲✓

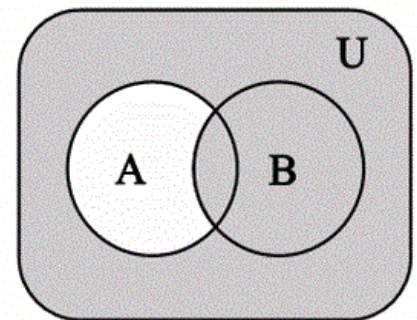
۱

$$(A - B)' = (A \cap B')' = A' \cup B$$

به نمودارهای ون زیر دقت کنید:

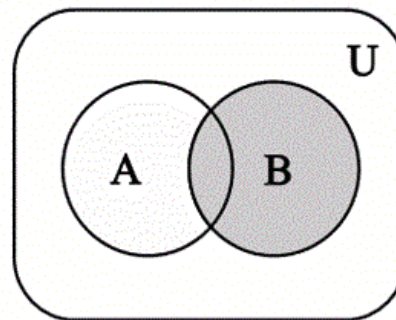


$$x \in (A \cup B)$$



$$x \in (A' \cup B)$$

اشتراک دو نمودار ون فوق، نمودار ون زیر است:



با توجه به نمودار فوق، فقط مورد «ج» را می‌توان به‌طور قطع نتیجه گرفت.

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

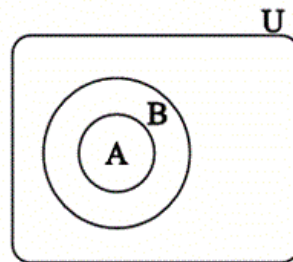
ابتدا توجه کنید که:

$$(B - A)' = (B \cap A')' = B' \cup A$$

$$B' \cap A = A \cap B' = A - B \xrightarrow{A \subseteq B} A - B = \emptyset$$

$$A \cap B \xlongequal{A \subseteq B} A$$

نمودار ون متناظر با مجموعه‌های A و B را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار ون فوق، A زیر مجموعه‌ای از مجموعه‌های B ، $A \cap B$

و $(B - A)'$ است و بنابراین این مجموعه‌ها زیر مجموعه‌ای از A' نیستند.

از آنجایی که $A \cap B' = \emptyset$ است و $\emptyset$ نیز زیر مجموعه‌ای از تمام مجموعه‌ها

است، پس $B' \cap A$ زیر مجموعه‌ای از A' است.

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$U = N = \{1, 2, 3, \dots\}, A = \{21, 22, 23, \dots\} \Rightarrow A' = U - A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$$

$$A' \cap B = \{1, 2, 3, \dots, 20\} \cap \{7, 8, 9, \dots, 15\}$$

$$\Rightarrow A' \cap B = \{7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

پس $A' \cap B$ شامل ۴ عدد زوج است.

(صفحه‌های ۱ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

«نه عضو A باشد و نه عضو B» یعنی: $A' \cap B'$ که همان $(A \cup B)'$ است.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 25 + 15 - 3 = 37$$

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) \Rightarrow 7 = n(U) - 37$$

$$\Rightarrow n(U) = 44$$

(صفحه‌های ۱ تا ۳۱ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow \begin{cases} -2n(A) + 2n(A \cap B) = -12 \\ 2n(A) - n(A \cap B) = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 6 \Rightarrow \begin{cases} n(A) = 12 \\ n(B) = 24 \end{cases}$$

در هیچ یک از دو درس قبول نشده اند

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - n(A) - n(B) + n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 15 = n(U) - 12 - 24 + 6 \Rightarrow n(U) = 45$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

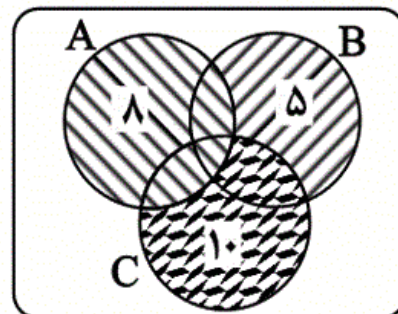
۲ ✓

۱

«داوود پوالمسنى»

-۸۲

با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمودار ون زیر را می‌توان رسم کرد:



در نتیجه:

$$n(A \cup B \cup C) = 8 + 5 + 10 = 23$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

مجموعه $\{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 100\}$ برابر $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ می‌شود که متمم آن،

اعداد طبیعی بزرگ‌تر از ۹ است یا به عبارتی $\{x \in \mathbb{N} \mid x > 9\}$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۰ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{cases} A = \{8, 9, 10\} \\ B = \{1, 2\} \end{cases} \Rightarrow A \cup B = \{1, 2, 8, 9, 10\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{4, 5, 6\}$$

(صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱