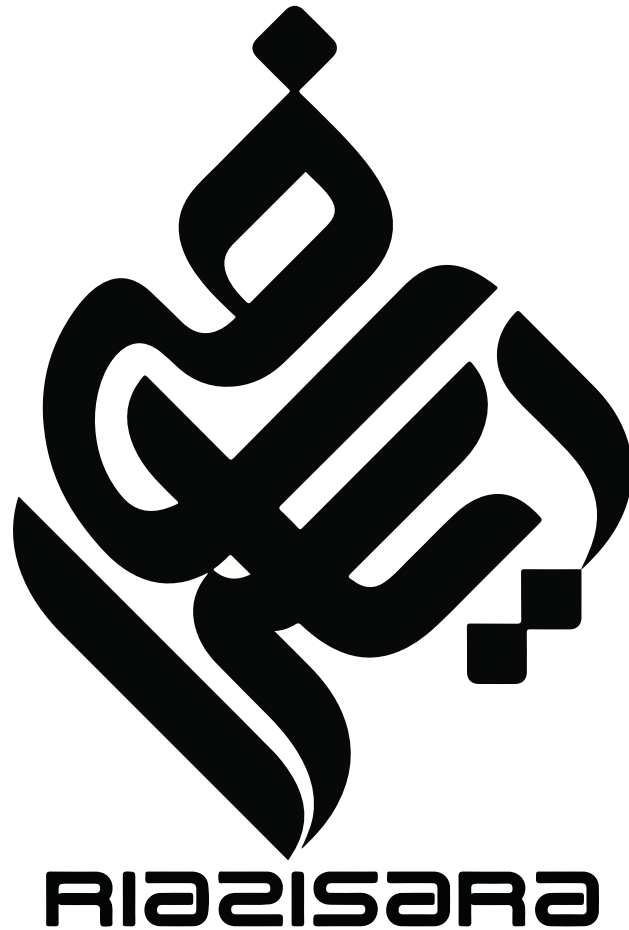




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



۵۱- کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) مجموعه ماهی‌های موجود در آب‌های آزاد
(۲) مجموعه پرندگان مهاجر که از کشورمان عبور می‌کنند.
(۳) مجموعه اعداد حقیقی بین صفر و یک
(۴) مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از ۱۰

۵۲- در یک الگوی خطی جملات پنجم و دوازدهم به ترتیب ۱۲ و ۴۰ می‌باشند. جمله سی‌ام این الگو کدام است؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۱۲ (۴) ۱۲۰

۵۳- اگر $A = [-1, 4) - \{2, 3\}$ و $B = (-\infty, 4] - (-\infty, 1]$ باشد، مجموعه $B - A$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۵۴- در یک مدرسه ۳۲ نفر والیبال، ۲۰ نفر فقط فوتبال و ۵ نفر در هر دو رشته بازی می‌کنند. اگر ۵ نفر در هیچ رشته‌ای بازی نکنند، تعداد کل دانش‌آموزان این مدرسه کدام است؟

- (۱) ۵۷ (۲) ۵۲ (۳) ۴۷ (۴) ۴۲

۵۵- اگر بین ۱۴ و ۶۲، سه واسطه حسابی درج کنیم، قدر نسبت دنباله چند خواهد بود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۵۶- اگر در یک دنباله خطی $a_m = n$ و $a_n = m$ باشد، حاصل $a_{11} - a_9$ کدام است؟ ($m \neq n$)

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) ۲

۵۷- مقدار y در دنباله حسابی زیر کدام است؟

$$12 - x, y + 2, x, 12$$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- اگر $A = \left\{ \frac{x^2}{y+x^2} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2 \right\}$ و $B = \mathbb{W} - \mathbb{N}$ باشند، مجموع اعضای مجموعه $A - B$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۵۹- متمم مجموعه $[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A]$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

- (۱) A (۲) U (۳) $\emptyset$ (۴) A'

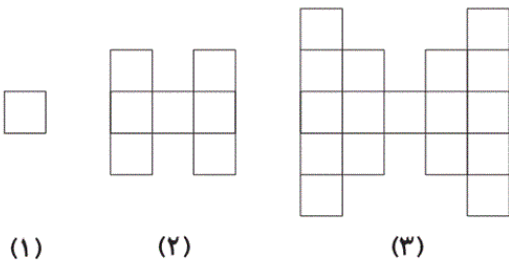
۶۰- اگر $n(A \cup B) = 20$ ، $n(B) = 15$ و $n(A) = 5$ باشد، در این صورت $n(A)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۶۱- در یک دنباله حسابی با جمله اول صحیح، مجموع سه جمله اول برابر جمله ششم است. جمله صدم می تواند باشد؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۲۰ (۴) ۲۴۰

۶۲- با توجه به الگوی زیر تعداد مربع های واحد در شکل دهم کدام است؟



- (۱) ۱۸۵
(۲) ۱۹۹
(۳) ۱۹۱
(۴) ۱۹۵

۶۳- اگر $n(A \cap B') = 20$ ، $n(B') = 60$ و $n(A) = 30$ باشد، آن گاه $n(A' \cap B')$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۷۰

۶۴- اگر $a_n = (3a - b)n^2 + (a + 7)n + b$ جمله عمومی یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۵ باشد، جمله چندم دنباله برابر ۲۹ می باشد؟

- (۱) هفتم (۲) هشتم (۳) پنجم (۴) ششم

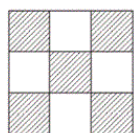
۶۵- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

- (۱) $A \cap (A' \cap B) = \emptyset$ (۲) $(A' \cup B) \cap B = B$ (۳) $(A' \cap B') = \emptyset$ (۴) $A' \cap (A \cup B) = B$

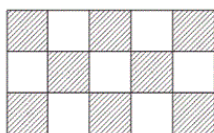
۶۶- در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، اگر مجموع چهار جمله اول ۳۶ و مجموع چهار جمله ی بعدی ۱۲- باشد، حاصل $\frac{a_9}{a_6}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) ۹

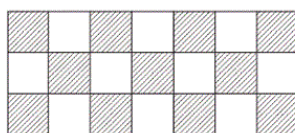
۶۷- با توجه به الگوی شکل زیر، در مرحله پنزدهم چه کسری از شکل هاشورخورده است؟



(۱)



(۲)



(۳)

(۱) $\frac{46}{93}$

(۲) $\frac{43}{89}$

(۳) $\frac{47}{93}$

(۴) $\frac{44}{89}$

۶۸- اگر $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{11-n})$ و $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (a, b)$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{10}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{11}{10}$

(۱) ۲

۶۹- ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر چنان تقسیم کرده‌ایم که سهم‌های دریافت‌شده تشکیل دنباله‌ای حسابی داده‌اند و یک سوم مجموع سه سهم بزرگ‌تر مساوی مجموع دو سهم کوچک‌تر شده است. بیش‌ترین سهمی که به یک نفر می‌رسد کدام است؟

(۴) ۲۷

(۳) ۳۰

(۲) ۲۸

(۱) ۲۰

۷۰- اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، چند مجموعه از مجموعه‌های زیر همواره نامتناهی خواهد بود؟ (A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند).

د- $B' - A$

ج- $A' \cup B$

ب- $(A \cap B)'$

الف- $A - B$

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

ریاضی ۱ - سوالات موازی - ۲۰ سوال -

۷۱- کدام مجموعه نامتناهی است؟

(۱) مجموعه ماهی‌های موجود در آب‌های آزاد

(۲) مجموعه پرندگان مهاجر که از کشورمان عبور می‌کنند.

(۳) مجموعه اعداد حقیقی بین صفر و یک

(۴) مجموعه اعداد حسابی کوچک‌تر از ۱۰

۷۲- اگر $A = [-1, 4) - \{2, 3\}$ و $B = (-\infty, 4] - (-\infty, 1]$ باشد، مجموعه $B - A$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) ۳

۷۳- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- (۱) اشتراک هر دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
(۲) مجموعه مولکول‌های موجود در دو مول آب، نامتناهی است.
(۳) اجتماع هر دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
(۴) اجتماع دو مجموعه متناهی می‌تواند نامتناهی باشد.

۷۴- در یک مدرسه ۳۲ نفر والیبال، ۲۰ نفر فقط فوتبال و ۵ نفر در هر دو رشته بازی می‌کنند. اگر ۵ نفر در هیچ رشته‌ای بازی نکنند، تعداد کل دانش‌آموزان

این مدرسه کدام است؟

- (۱) ۵۷ (۲) ۵۲ (۳) ۴۷ (۴) ۴۲

۷۵- یک کتاب‌فروشی اینترنتی برای فروش کتاب‌های کمک‌درسی ریاضی (۱) و هندسه (۱) در یک روز خاص ۱۴۰ نفر مراجعه کننده داشت. ۸۰ نفر کتاب

کمک درسی ریاضی (۱) و ۳۰ نفر کتاب کمک درسی هندسه (۱) خریداری کردند و ۵۰ نفر هیچ کتابی نخریدند. چند نفر فقط کتاب کمک درسی

ریاضی (۱) خریدند؟

- (۱) ۷۰ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴) ۲۰

۷۶- اگر $A = \{\frac{x^2}{x^2+2} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$ و $B = \mathbb{W} - \mathbb{N}$ باشند، مجموع اعضای مجموعه $A - B$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۷۷- متمم مجموعه $[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A]$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

- (۱) A (۲) U (۳) $\emptyset$ (۴) A'

۷۸- اگر $n(A \cup B) = 20$ ، $n(B) = 15$ و $n(A \cap B) = 5$ باشد، در این صورت $n(A)$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

۷۹- در یک کلاس ۳۲ نفره، دانش‌آموزان یا فوتبال بازی می‌کنند یا والیبال و یا هر دو. اگر تعداد فوتبالیست‌ها دو برابر تعداد والیبالست‌ها باشد و ۱۰ نفر هم

فوتبال بازی کنند هم والیبال، در این صورت در این کلاس چند نفر فوتبال بازی می‌کنند؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۲۱ (۳) ۲۸ (۴) ۱۶

۸۰- اگر $n(A \cap B') = 20$ ، $n(B') = 60$ و $n(A) = 30$ باشد، آن گاه $n(A' \cap B')$ کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۰ (۴) ۷۰

۸۱- اگر مجموعه اعداد صحیح، مجموعه مرجع باشد، $A = \{x \mid x < -2 \text{ یا } x > 2\}$ و $B = \{x \mid 2^x > 10\}$ باشد، آن گاه کدام مجموعه متناهی است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $A' \cap B'$ (۳) $B - A'$ (۴) $B' \cup A$

۸۲- فرض کنیم A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند، به طوری که $n(U) = 100$ ، $n(A') = 20$ و $n(A - B) = 50$ باشد، در این صورت $n(A' \cup B')$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰

۸۳- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

- (۱) $A \cap (A' \cap B) = \emptyset$ (۲) $(A' \cup B) \cap B = B$ (۳) $(A' \cap B') = \emptyset$ (۴) $A' \cap (A \cup B) = B$

۸۴- اگر مجموعه A ، اعداد طبیعی مضرب ۳ و کوچک‌تر از ۱۰۰ و مجموعه B اعداد طبیعی مضرب ۷ و کوچک‌تر از ۱۰۰ باشند، آن گاه تعداد اعضای که به مجموعه A یا B تعلق دارند کدام است؟

- (۱) ۴۴ (۲) ۴۰ (۳) ۴۳ (۴) ۴۷

۸۵- با توجه به مجموعه‌های $A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < 2x - 1 < 5\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 2x \leq b\}$ ، اگر مجموعه جواب

$(A - B) \cap C$ بازه $[a, \frac{1}{p}]$ باشد، حاصل $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۶- در یک کلاس ۵۰ نفری، ۴۰ درصد عضو گروه سرود و $\frac{1}{p}$ عضو گروه تئاتر هستند. اگر ۱۵ نفر عضو هیچ کدام از این دو گروه نباشند، چند نفر عضو هر دو گروه هستند؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۸۷- اگر $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ ، به عنوان مجموعه مرجع، مجموعه A اعداد اول یک رقمی و مجموعه B ، به صورت $B = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$ باشد، مجموعه $(A - B)' \cap (A' - B')$ کدام است؟

- (۱) $\{2, 3\}$ (۲) $\{3, 4, 5\}$ (۳) $\{2, 3, 5\}$ (۴) $\{1, 4, 10\}$

۸۸- اگر $A_n = (-\frac{1}{n}, \frac{1}{11-n})$ ($1 \leq n \leq 10$) و $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (a, b)$ باشد، $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{11}{2}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۸۹- اگر $A = [2, a+b]$ ، $B = [2b-a, 3]$ و $A \cup B = [-1, 4]$ باشد، چند عدد طبیعی در بازه $(\frac{-a-b}{2}, \frac{a+b}{2})$ قرار می‌گیرد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۹۰- اگر A مجموعه‌ای نامتناهی و B مجموعه‌ای متناهی باشد، چند مجموعه از مجموعه‌های زیر همواره نامتناهی خواهد بود؟ (A و B دو زیرمجموعه از مجموعه مرجع U هستند).

- الف- $A - B$ ب- $(A \cap B)'$ ج- $A' \cup B$ د- $B' - A$
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

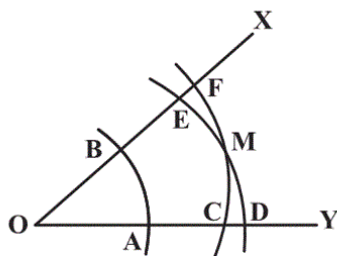
۹۱- نقطه A روی خط d واقع است، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A و d به فاصله x باشد؟ ($x > 0$)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۹۲- پاره‌خط MN به طول $2x+3$ مفروض است. اگر تنها یک نقطه به فاصله $x+4$ از M و فاصله $2x-1$ از N وجود داشته باشد، x کدام است؟

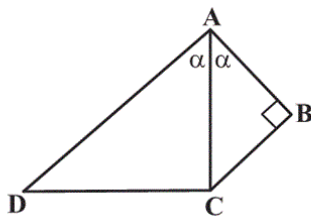
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۹۳- در شکل زیر سه کمان با شعاع‌های برابر به مرکزهای O ، A و B رسم شده‌اند. کدام گزینه درست نیست؟



- (۱) روی عمودمنصف OE واقع است.
(۲) OM عمودمنصف EC است.
(۳) چهارضلعی $MAOB$ لوزی است.
(۴) BC عمودمنصف OF است.

۹۴- در شکل روبه‌رو اگر $AD = 2AB = \frac{3}{4}BC$ ، آن‌گاه مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



- (۱) $\frac{3}{2}BC^2$ (۲) $\frac{3}{4}BC^2$ (۳) $\frac{9}{8}BC^2$ (۴) $\frac{5}{4}BC^2$

۹۵- خط d و دو نقطه A و B در یک صفحه مفروض‌اند. در کدام حالت، حتماً نقطه‌ای روی خط d وجود دارد که از A و B به یک فاصله باشد؟

- (۱) خط d از نقطه A عبور کند.
(۲) خط d ، امتداد پاره‌خط AB را قطع کند.
(۳) خط d ، پاره‌خط AB را در نقطه‌ای بین A و B قطع کند.
(۴) خط d موازی پاره‌خط AB باشد.

۹۶- با داشتن حداقل چند نقطه روی محیط یک دایره می‌توانیم مرکز آن را به کمک خط‌کش و پرگار پیدا کنیم؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۲

۹۷- در چهارضلعی $ABCD$ ، بین اندازه‌های زاویه‌های داخلی رابطه $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4}$ برقرار است. در این چهارضلعی نیم‌سازهای دو زاویه داخلی ... و ... بر

هم عمودند.

$D-B$ (۴)

$A-B$ (۳)

$C-A$ (۲)

$D-A$ (۱)

۹۸- در مثلثی به طول اضلاع ۵، ۵ و ۶ واحد، O نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها است. فاصله O از ضلع بزرگ‌تر این مثلث چند واحد است؟

۱ (۴)

$\frac{1}{8}\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{1}{7}\sqrt{5}$ (۲)

$\frac{1}{6}\sqrt{5}$ (۱)

۹۹- مثلث ABC را در نظر گرفته و از هر رأس آن خطی موازی ضلع مقابل آن رأس رسم می‌کنیم تا مثلث $A'B'C'$ به دست آید. نقطه برخورد ارتفاع‌های مثلث ABC برای مثلث $A'B'C'$ چه نقطه‌ای است؟

(۴) نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها

(۳) نقطه هم‌رسی ارتفاع‌ها

(۲) نقطه هم‌رسی میانه‌ها

(۱) نقطه هم‌رسی نیم‌سازها

۱۰۰- یک مثلث مختلف‌الاضلاع، محیطی برابر ۱۰ واحد دارد. نیم‌سازهای داخلی دو زاویه کوچک‌تر این مثلث در نقطه P متقاطعند. اگر فاصله P از ضلع بزرگ‌تر این مثلث $\frac{1}{3}$ واحد باشد، مساحت این مثلث چند واحد مربع است؟

$\frac{1}{5}$ (۴)

$\frac{1}{25}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{75}$ (۱)

-۵۱

(ایمان پینی فروشان)

مجموعه‌های مطرح شده در گزینه‌های «۱» و «۲» متناهی هستند زیرا تعداد اعضای آن‌ها را با یک عدد حسابی می‌توان بیان کرد. مجموعه‌ی گزینه‌ی «۴» به صورت $\{0, 1, \dots, 9\}$ است که متناهی است. مجموعه‌ی گزینه‌ی «۳» اعداد حقیقی موجود در بازه‌ی $(0, 1)$ است که نامتناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۵۲

(حسن تعاقبی)

$$t_n = an + b \Rightarrow \begin{cases} t_5 = 5a + b \\ t_{12} = 12a + b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a + b = 12 \\ 12a + b = 40 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} (-1) \times \begin{cases} -5a - b = -12 \\ 12a + b = 40 \end{cases} \end{matrix}$$

$$7a = 28 \Rightarrow a = 4$$

$$5a + b = 12 \Rightarrow 5 \times 4 + b = 12 \Rightarrow b = 12 - 20 = -8$$

$$t_{30} = 30a + b = 30 \times 4 + (-8) = 120 - 8 = 112$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

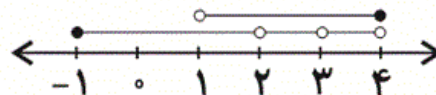
-۵۳

(سهند ولی زاده)

$$A = [-1, 4] - \{2, 3\}$$

$$B = (-\infty, 4] - (-\infty, 1] = (1, 4]$$

در نتیجه مطابق نمودار زیر، $B - A = \{2, 3, 4\}$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(امسان لعل)

$$A \Rightarrow n(A) = ۳۲$$

$$B \Rightarrow n(B) = ۲۰ + ۵ = ۲۵$$

$$A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = ۵$$

تعداد دانش‌آموزانی که در رشته‌های فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= ۳۲ + ۲۵ - ۵ = ۵۲$$

$$n(A \cup B) + n(A' \cap B') = ۵۲ + ۵ = ۵۷$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مهسا زمانی)

$$a_1 = ۱۴ \quad a_2 \quad a_3 \quad a_4 \quad a_5 = ۶۲$$

$$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow ۶۲ = ۱۴ + 4d$$

$$\Rightarrow 4d = ۴۸ \Rightarrow d = ۱۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مرتضی بعیت)

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{n - m}{m - n} = -۱$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow a_{11} - a_9 = 2d \Rightarrow a_{11} - a_9 = -۲$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$a_1 = 12 - x, a_2 = y + 2, a_3 = x, a_4 = 12$$

دنباله حسابی است، بنابراین:

$$a_4 - a_3 = 12 - x = d$$

$$a_3 - a_1 = x - (12 - x) = 2d \Rightarrow 2x - 12 = 2(12 - x)$$

$$\Rightarrow 4x = 36 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow d = 3$$

$$y + 2 = a_1 + d = 12 - x + d$$

$$\Rightarrow y + 2 = 12 - 9 + 3 = 6 \Rightarrow y = 4$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$A = \left\{ \frac{x^2}{2 + x^2} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2 \right\}$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2 + x^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, x = \pm 1 \Rightarrow \frac{x^2}{2 + x^2} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{2 + x^2} = 0 \Rightarrow A = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$B = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\}$$

$$\Rightarrow A - B = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\} - \{0\} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع اعضاها: } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

با توجه به ویژگی‌های مجموعه‌ها می‌دانیم:

$$\begin{cases} [A \cap (B \cup C)] \subseteq A & (1) \\ A \subseteq [(B - C) \cup A] & (2) \end{cases} \Rightarrow [A \cap (B \cup C)] \subseteq [(B - C) \cup A]$$

بنابراین:

$$[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A] = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

۶۰-

(همید علینزاده)

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$20 = n(A) + 15 - 0 / 5n(A) \Rightarrow 20 - 15 = n(A) - \frac{1}{2}n(A)$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{1}{2}n(A) \Rightarrow n(A) = 10$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

۶۱-

(علیرضا پورقلی)

$$a_1 + a_2 + a_3 = a_6 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = a_1 + 5d$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 3d = a_1 + 5d \Rightarrow 2a_1 = 2d \Rightarrow a_1 = d$$

$$a_{100} = a_1 + 99d = a_1 + 99a_1 = 100a_1$$

a_1 عددی صحیح است پس a_{100} مضرب صحیحی از عدد ۱۰۰ خواهد بود که فقط گزینه «۲» مضرب صحیح ۱۰۰ است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

(علی ارجمند)

$$۱ - ۲ \times (۱)^2 \text{ شکل (۱)}$$

$$۱ - ۲ \times (۲)^2 \text{ شکل (۲)}$$

$$۱ - ۲ \times (۳)^2 \text{ شکل (۳)}$$

$$۱ - ۲ \times (n)^2 \text{ شکل (n)}$$

$$\Rightarrow ۱۹۹ = ۱ - ۲ \times (۱۰)^2 \text{ شکل (۱۰)}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰ کتاب درسی)

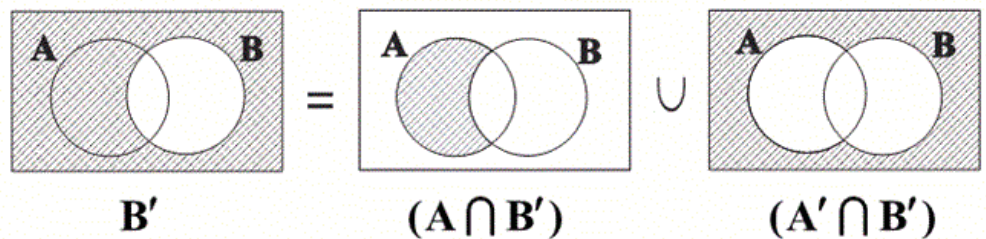
۴

۳

۲✓

۱

(سهند ولی‌زاده)



$$n(B') = n(A \cap B') + n(A' \cap B')$$

$$\Rightarrow ۶۰ = ۲۰ + n(A' \cap B') \Rightarrow n(A' \cap B') = ۴۰$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

$$a + 7 = 5 \Rightarrow a = -2$$

$$3a - b = 0 \Rightarrow -6 - b = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$\Rightarrow a_n = 5n - 6$$

$$a_n = 29 \Rightarrow 5n - 6 = 29 \Rightarrow 5n = 35 \Rightarrow n = 7$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

۴

۳

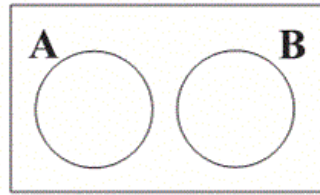
۲

۱✓

با توجه به نمودار ون داریم:

$$A \Rightarrow A \cap B = \emptyset, B \subseteq A'$$

$$\Rightarrow A' \cap B = B$$

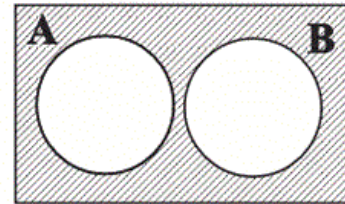


گزینه «۱»: $A \cap (A' \cap B) = A \cap B = \emptyset$

گزینه «۲»: $(A' \cup B) \cap B = B$

گزینه «۳»: $A' \cap B' \neq \emptyset \rightarrow$

گزینه «۴»: $A' \cap (A \cup B) = B$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(رضا ذاکر)

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \text{مجموع چهار جمله اول}$$

$$= a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 36$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 6d = 36 \quad (1)$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = \text{مجموع چهار جمله بعدی}$$

$$= (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 7d) = -12$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 22d = -12 \quad (2)$$

از حل دستگاه شامل معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$a_1 = 13/5 \text{ و } d = -3$$

حال:

$$\frac{a_9}{a_6} = \frac{a_1 + 8d}{a_1 + 5d} = \frac{13/5 + 8(-3)}{13/5 + 5(-3)} = \frac{-10/5}{-1/5} = 7$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$5, 8, 11, \dots \Rightarrow b_n = 5 + (n-1) \times 3 = 3n + 2$$

پس کسر هاشورخورده شکل برابر است با:

$$\text{کسر هاشورخورده شکل در هر مرحله} : \frac{b_n}{a_n} = \frac{3n+2}{6n+3}$$

$$\xrightarrow{n=15} \frac{3 \times 15 + 2}{6 \times 15 + 3} = \frac{47}{93}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(امین نصراله)

-۶۸

$$A_1 = (-1, \frac{1}{10}) \quad A_2 = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{9}) \quad \dots \quad A_{10} = (-\frac{1}{10}, 1)$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}) = (a, b)$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{10} - (-\frac{1}{10}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(سیدسروش کریمی)

-۶۹

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 100 \Rightarrow 5a_1 + 10d = 100$$

$$\Rightarrow a_1 + 2d = 20 \quad (*)$$

$$\frac{1}{3}(a_3 + a_4 + a_5) = a_1 + a_2 \Rightarrow \frac{1}{3}(3a_1 + 9d) = 2a_1 + d$$

$$\Rightarrow a_1 + 3d = 2a_1 + d \Rightarrow a_1 = 2d$$

$$\xrightarrow{(*)} 4d = 20 \Rightarrow d = 5, a_1 = 10 \Rightarrow 10, 15, 20, 25, 30$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

الف) $A - B$: از آن جا که A نامتناهی و B متناهی است، این مجموعه نامتناهی است.

ب) $(A \cap B)'$: از آن جا که B متناهی است، $A \cap B$ نیز متناهی است. پس $(A \cap B)'$ نامتناهی خواهد بود.

ج) $A' \cup B$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2\}$ ، آن گاه $A' = \emptyset$ و $A' \cup B = \{1, 2\}$ که متناهی است.

د) $B' - A$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ باشد، $B' = \{4, 5, 6, \dots\}$ و $B' - A = \emptyset$ که متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۹ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

مجموعه‌های مطرح شده در گزینه‌های «۱» و «۲» متناهی هستند زیرا تعداد اعضای آن‌ها را با یک عدد حسابی می‌توان بیان کرد. مجموعه گزینه «۴» به صورت $\{0, 1, \dots, 9\}$ است که متناهی است. مجموعه گزینه «۳» اعداد حقیقی موجود در بازه $(0, 1)$ است که نامتناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳✓

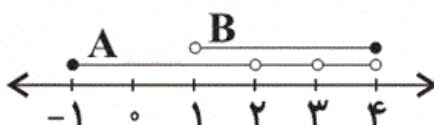
۲

۱

$$A = [-1, 4) - \{2, 3\}$$

$$B = (-\infty, 4] - (-\infty, 1] = (1, 4]$$

در نتیجه مطابق نمودار زیر، $B - A = \{2, 3, 4\}$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

-۷۳

(سعید آذر هزین)

گزینه «۱»: مجموعه اعداد طبیعی زوج و مجموعه اعداد طبیعی فرد نامتناهی هستند، اما اشتراک آنها تهی است.

گزینه «۲»: مجموعه تعداد مولکول‌های موجود در دو مول آب، $2 \times 6 / 0.22 \times 10^{23}$ عضو دارد؛ پس این مجموعه متناهی است.

گزینه «۳»: مجموعه‌های نامتناهی A و B را در نظر بگیرید.

$$A \subseteq A \cup B$$

اگر A نامتناهی باشد، $A \cup B$ نیز نامتناهی است.

گزینه «۴»: اجتماع دو مجموعه متناهی همواره متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۷ کتاب درسی)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۴

(امسان لعل)

$$A \Rightarrow n(A) = 32$$

$$B \Rightarrow n(B) = 20 + 5 = 25$$

$$A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

تعداد دانش‌آموزانی که در رشته‌های فوتبال یا والیبال بازی می‌کنند، برابر است با:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 32 + 25 - 5 = 52$$

$$n(A \cup B) + n(A' \cap B') = 52 + 5 = 57$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۷۵

(رفیم مشتاق نظم)

اگر x تعداد افرادی باشند که هر دو کتاب را خریدند در این صورت:

$$80 - x + x + 30 - x + 50 = 140 \Rightarrow 160 - x = 140 \Rightarrow x = 20$$

تعداد افرادی که فقط کتاب کمک درسی ریاضی (۱) خریدند:

$$80 - x = 80 - 20 = 60$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$A = \left\{ \frac{x^2}{2+x^2} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2 \right\}$$

$$x = \pm 2 \Rightarrow \frac{x^2}{2+x^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}, x = \pm 1 \Rightarrow \frac{x^2}{2+x^2} = \frac{1}{3}$$

$$x = 0 \Rightarrow \frac{x^2}{2+x^2} = 0 \Rightarrow A = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$B = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\}$$

$$\Rightarrow A - B = \left\{ 0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\} - \{0\} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع عضوها: } \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

با توجه به ویژگی‌های مجموعه‌ها می‌دانیم:

$$\begin{cases} [A \cap (B \cup C)] \subseteq A & (1) \\ A \subseteq [(B - C) \cup A] & (2) \end{cases} \Rightarrow [A \cap (B \cup C)] \subseteq [(B - C) \cup A]$$

بنابراین:

$$[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A] = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

۴

۳

۲✓

۱

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 20 = n(A) + 15 - 0 / 5n(A) \Rightarrow 20 - 15 = n(A) - \frac{1}{2}n(A)$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{1}{2}n(A) \Rightarrow n(A) = 10$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

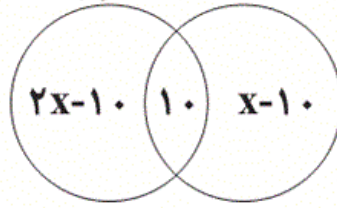
۴

۳

۲✓

۱

والیبالیست فوتبالیست



$$2X - 10 + 10 + X - 10 = 32 \Rightarrow 3X = 42 \Rightarrow X = 14$$

بنابراین تعداد فوتبالیست‌ها ۲۸ نفر است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

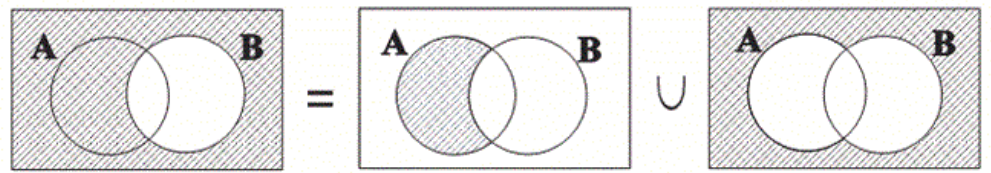
۳ ✓

۲

۱

(سهند ولی‌زاده)

-۸۰



B'

$(A \cap B')$

$(A' \cap B')$

$$n(B') = n(A \cap B') + n(A' \cap B')$$

$$\Rightarrow 60 = 20 + n(A' \cap B') \Rightarrow n(A' \cap B') = 40$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

-۸۱

$$A = \{\pm 3, \pm 4, \pm 5, \dots\} \Rightarrow A' = \{0, \pm 1, \pm 2\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, \dots\} \Rightarrow B' = \{\pm 3, \pm 2, \pm 1, 0, -4, -5, \dots\}$$

نامتناهی $A - B = \{\pm 3, -4, -5, \dots\}$: گزینه «۱»

متناهی $A' \cap B' = \{0, \pm 1, \pm 2\}$: گزینه «۲»

نامتناهی $B - A' = \{4, 5, 6, 7, \dots\}$: گزینه «۳»

نامتناهی $B' \cup A = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$: گزینه «۴»

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۹ کتاب درسی)

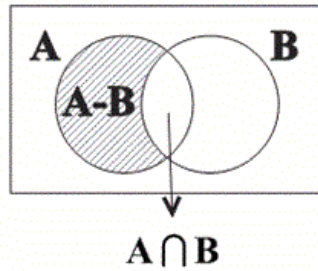
۴

۳

۲ ✓

۱

با توجه به نمودار ون زیر داریم:



$$n(A) = n(U) - n(A') = 100 - 20 = 80$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 50 = 80 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 30$$

طبق نتیجه کار در کلاس ۶ صفحه ۹ کتاب درسی داریم:

$$n(A' \cup B') = n((A \cap B)')$$

$$= n(U) - n(A \cap B) = 100 - 30 = 70$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

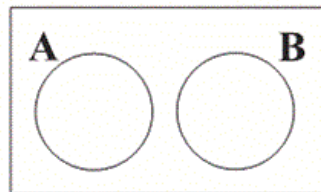
۲

۱

با توجه به نمودار ون داریم:

$$A \Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow B \subseteq A'$$

$$\Rightarrow A' \cap B = B$$

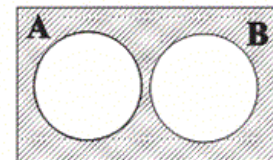


$$\text{گزینه «۱» : } A \cap (A' \cap B) = A \cap B = \emptyset$$

$$\text{گزینه «۲» : } (A' \cup B) \cap B = B$$

$$\text{گزینه «۳» : } A' \cap B' \neq \emptyset \rightarrow$$

$$\text{گزینه «۴» : } A' \cap (A \cup B) = B$$



(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

$$A = \{3, 6, 9, \dots, 99\} \Rightarrow n(A) = \frac{99}{3} = 33$$

$$B = \{7, 14, 21, \dots, 98\} \Rightarrow n(B) = \frac{98}{7} = 14$$

مضارب ۲۱ = هم مضرب ۳ و هم مضرب ۷

$$\Rightarrow A \cap B = \{21, 42, 63, 84\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$n(A \cup B)$: تعداد اعضای که به A یا B تعلق دارند

$$= n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 33 + 14 - 4 = 43$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۹ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳✓

۲

۱

(حمید علینازره)

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -3 < 2x - 1 < 5\}.$$

$$\rightarrow -3 < 2x - 1 < 5 \xrightarrow{+1} -2 < 2x < 6$$

$$\xrightarrow{+2} -1 < x < 3$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} : x > 1\}$$

$$\Rightarrow A - B = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x \leq 1\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} : 0 \leq 2x \leq b\} \rightarrow 0 \leq 2x \leq b \xrightarrow{+2} 0 \leq x \leq \frac{b}{2}$$

$$(A - B) \cap C = (-1, 1] \cap [0, \frac{b}{2}] = [a, \frac{1}{2}] \Rightarrow [0, \frac{b}{2}] = [a, \frac{1}{2}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

$$\Rightarrow n(A \cup B) = 35$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 35 = 20 + 25 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 10$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱✓

$$M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}, \quad A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{3k - 2 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\} \Rightarrow B = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$(A - B)' \Rightarrow A - B = \{2, 3, 5, 7\} - \{1, 4, 7, 10\} = \{2, 3, 5\}$$

$$\Rightarrow (A - B)' = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$(A' - B') = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\} - \{2, 3, 5, 6, 8, 9\} = \{1, 4, 10\}$$

$$(A - B)' \cap (A' - B') = \{1, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{1, 4, 10\}$$

$$= \{1, 4, 10\}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۸ و ۹ کتاب درسی)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$A_1 = (-1, \frac{1}{10}) \quad A_2 = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{9}) \quad \dots \quad A_{10} = (-\frac{1}{10}, 1)$$

$$\Rightarrow A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = (-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}) = (a, b)$$

$$\Rightarrow b - a = \frac{1}{10} - (-\frac{1}{10}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

☐ ۴

☒ ۳ ✓

☐ ۲

☐ ۱

$$A \cup B = [2, a + b] \cup [2b - a, 3] = [-1, 4]$$

$$\Rightarrow a + b = 4, 2b - a = -1$$

$$\begin{cases} a + b = 4 \\ 2b - a = -1 \end{cases} \Rightarrow 3b = 3 \Rightarrow b = 1, a = 3$$

$$(\frac{-a - b}{2}, \frac{a + b}{2}) = (-2, 2)$$

اعداد طبیعی موجود در بازه $\{1\} : (-2, 2)$

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲ ✓

☐ ۱

الف) $A - B$: از آن جا که A نامتناهی و B متناهی است، این مجموعه نامتناهی است.

ب) $(A \cap B)'$: از آن جا که B متناهی است، $A \cap B$ نیز متناهی است. پس $(A \cap B)'$ نامتناهی خواهد بود.

ج) $A' \cup B$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2\}$ ، آن گاه $A' = \emptyset$ و $A' \cup B = \{1, 2\}$ که متناهی است.

د) $B' - A$: هم ممکن است متناهی شود و هم نامتناهی. مثلاً اگر $U = A = \{1, 2, 3, \dots\}$ و $B = \{1, 2, 3\}$ باشد، $B' = \{4, 5, 6, \dots\}$ و $B' - A = \emptyset$ که متناهی است.

(مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۵ تا ۹ کتاب درسی)

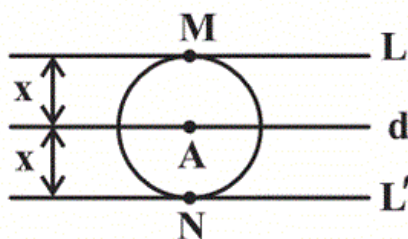
۴

۳✓

۲

۱

نقطاتی که از A به فاصله x هستند، روی دایره‌ای به مرکز A و شعاع x واقع‌اند. نقطاتی که از d به فاصله x هستند روی دو خط موازی با d و به فاصله x از آن واقع‌اند. با توجه به شکل، این دو خط با آن دایره دو نقطه مشترک دارند که جواب‌های سوال هستند.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

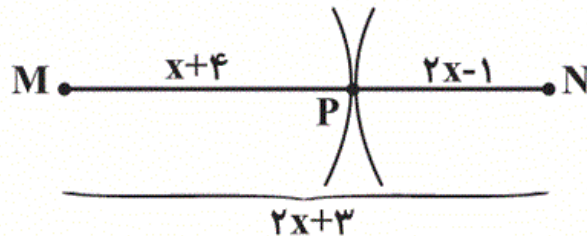
۴

۳

۲✓

۱

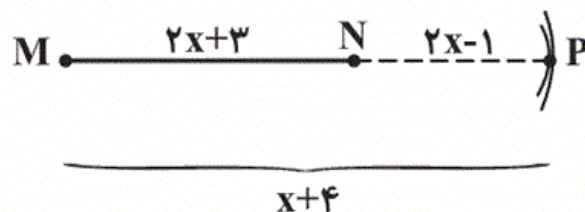
نقاط به فاصله $x+4$ از M روی کمانی به مرکز M و شعاع $x+4$ واقعند و نقاط به فاصله $2x-1$ از N روی کمانی به مرکز N و شعاع $2x-1$ واقعند، چون دو کمان در یک نقطه برخورد دارند پس بر هم مماس‌اند. نقطه تماس دو کمان می‌تواند روی MN یا روی امتداد آن باشد. پس دو حالت پیش می‌آید: حالت اول:



$$r_M + r_N = MN \Rightarrow x+4 + 2x-1 = 2x+3 \Rightarrow x=0$$

جواب $x=0$ قابل قبول نیست زیرا در این صورت: $r_N = 2 \times 0 - 1 = -1$.

حالت دوم:



مطابق شکل اگر $PM > PN$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$r_M - r_N = MN \Rightarrow (x+4) - (2x-1) = 2x+3$$

$$\Rightarrow -x+5 = 2x+3 \Rightarrow 3x=2 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$$

در صورتی که $PM < PN$ باشد، آن‌گاه رابطه به صورت زیر است:

$$r_N - r_M = MN \Rightarrow (2x-1) - (x+4) = 2x+3$$

$$\Rightarrow x-5 = 2x+3 \Rightarrow x=-8$$

مقدار $x=-8$ قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن، طول‌های MN ، r_M و r_N منفی خواهد شد.

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۰ و ۱۱ کتاب درسی)

۴✓

۳

۲

۱

پس A از دو سر پاره‌خط OE به یک فاصله است، $AO = AE = R$ بنابراین روی عمود منصف آن قرار دارد (گزینه «۱» درست است).

پس طول تمامی اضلاع چهارضلعی $OA = AM = OB = BM = R$ با هم برابرست، یعنی این چهارضلعی لوزی است (گزینه «۳» درست است).

گزینه «۴» بسته به زاویه AOB ممکن است درست یا نادرست باشد و همواره درست نیست. (ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ کتاب درسی)

۴✓

۳

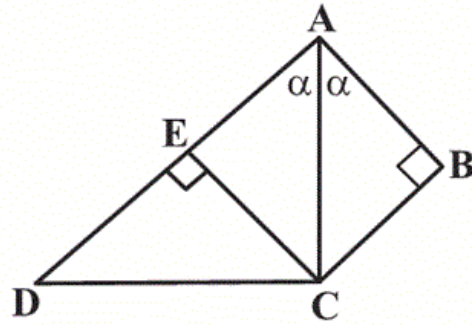
۲

۱

(علی بهرمندپور)

از C بر ضلع AD خطی عمود می‌کنیم. چون AC نیم‌ساز است بنابراین

$$BC = CE \text{ از طرفی } AD = \frac{3}{2}BC \text{ و } AB = \frac{3}{4}BC.$$



مساحت چهارضلعی $ABCD$ برابر مجموع مساحت‌های دو مثلث ABC و ACD است. در نتیجه:

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= S_{ABC} + S_{ACD} = \frac{1}{2}BC \times AB + \frac{1}{2}CE \times AD \\ &= \frac{1}{2}BC \times \frac{3}{4}BC + \frac{1}{2}BC \times \frac{3}{2}BC = \frac{9}{8}BC^2 \end{aligned}$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی)

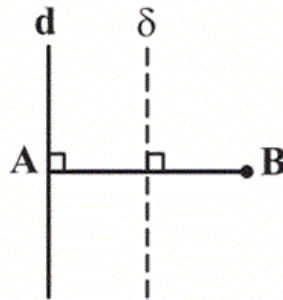
۴

۳✓

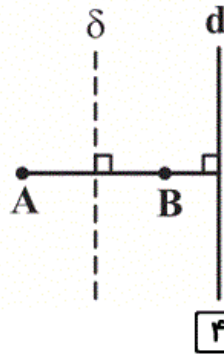
۲

۱

در صورتی که خط d در هر نقطه‌ای غیر از وسط پاره خط AB بر این پاره خط یا امتداد آن عمود باشد، موازی عمودمنصف AB خواهد بود و در نتیجه نقطه‌ای روی آن به فاصله برابر از A و B وجود ندارد ولی اگر خط d موازی پاره خط AB باشد، آن گاه عمودمنصف پاره خط AB را قطعاً در یک نقطه قطع می‌کند، پس همواره نقطه‌ای روی آن وجود دارد که از نقاط A و B به یک فاصله باشد. برای رد گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» شکل‌های زیر را ببینید (δ : عمودمنصف AB)
گزینه «۱»:



گزینه «۲»:



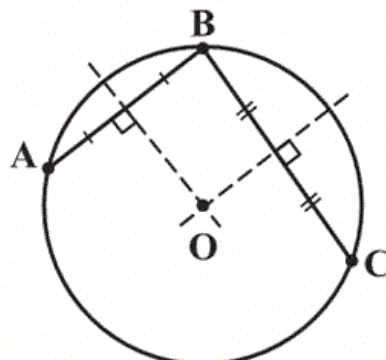
۱

۲

۳

۴ ✓

عمودمنصف وترهای دایره از مرکز آن می‌گذرد. برای پیدا کردن مرکز دایره کافیست دو وتر غیر موازی از آن را داشته باشیم و عمودمنصف‌های آن‌ها را رسم کنیم. پس اقلأً به سه نقطه روی محیط نیاز است تا بتوان حداقل دو وتر میان آن‌ها رسم کرد. مثلاً در شکل زیر با داشتن سه نقطه A ، B و C روی محیط دایره، برای پیدا کردن مرکز آن، عمودمنصف‌های AB و BC را رسم می‌کنیم، نقطه برخورد این دو عمودمنصف، مرکز دایره است.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ کتاب درسی)

۱

۲

۳ ✓

۴

فرض می‌کنیم $\hat{A} = \frac{\hat{B}}{2} = \frac{\hat{C}}{3} = \frac{\hat{D}}{4} = \alpha$ ، داریم:

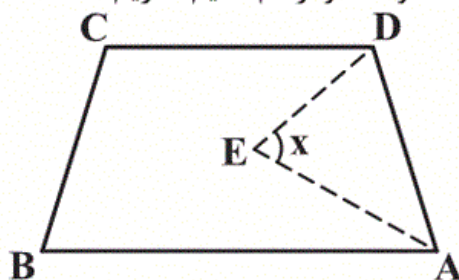
$$\hat{A} = \alpha \text{ و } \hat{B} = 2\alpha \text{ و } \hat{C} = 3\alpha \text{ و } \hat{D} = 4\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \alpha + 2\alpha + 3\alpha + 4\alpha = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 10\alpha = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 36^\circ, \hat{B} = 72^\circ, \hat{C} = 108^\circ, \hat{D} = 144^\circ$$

مطابق شکل اگر نیم‌سازهای دو زاویه داخلی $\hat{A}$ و $\hat{D}$ را رسم کنیم، داریم:



$$\triangle ADE: x + \frac{\hat{A}}{2} + \frac{\hat{D}}{2} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - \frac{\hat{A}}{2} - \frac{\hat{D}}{2} = \frac{360^\circ - (\hat{A} + \hat{D})}{2} \Rightarrow x = \frac{\hat{B} + \hat{C}}{2}$$

نتیجه این که زاویه بین هر دو نیم‌ساز داخلی یک چهارضلعی برابرست با میانگین دو زاویه داخلی دیگر.

از آن جا که $\frac{\hat{B} + \hat{C}}{2} = \frac{72^\circ + 108^\circ}{2} = 90^\circ$ پس نیم‌سازهای دو زاویه داخلی $\hat{A}$ و $\hat{D}$ بر هم عمودند.

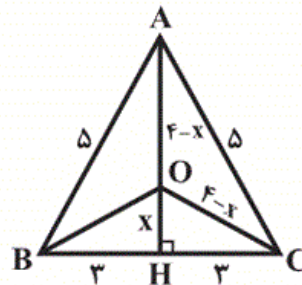
(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه ۱۸ کتاب درسی)

۴

۳

۲

۱ ✓



نقطه O ، نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع این مثلث متساوی‌الساقین است، بنابراین از هر سه رأس مثلث به یک فاصله است. با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث ABH ، طول AH را به دست می‌آوریم:

$$AH = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

با فرض $OH = x$ ، $OA = 4 - x$ است. از آنجا که O از سه رأس مثلث به یک فاصله است، پس $OB = OC = 4 - x$ می‌باشد، حال با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OCH ، داریم:

$$OC^2 = OH^2 + CH^2 \Rightarrow (4 - x)^2 = x^2 + 9$$

$$\Rightarrow 16 - 8x + x^2 = x^2 + 9 \Rightarrow 8x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{8} = 0.875$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

۴

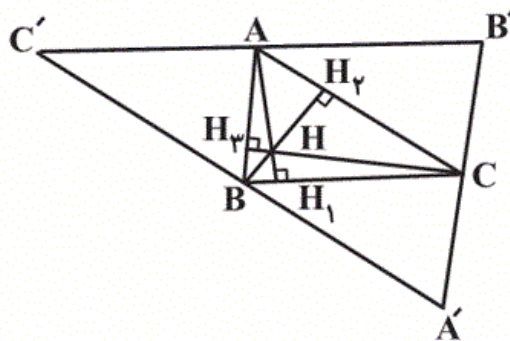
۳✓

۲

۱

مطابق شکل چهارضلعی‌های $AB'CB$ و $AC'BC$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس $AC' = AB'$. همچنین چون $B'C' \parallel BC$ و AH_1 بر BC عمود است، پس AH_1 بر $B'C'$ نیز عمود است. در نتیجه AH_1 عمودمنصف $B'C'$ است. به طور مشابه ثابت می‌شود که BH_2 عمودمنصف $A'C'$ و همچنین CH_3 عمودمنصف $A'B'$ است.

بنابراین H محل هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلث $A'B'C'$ است.



(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹ کتاب درسی)

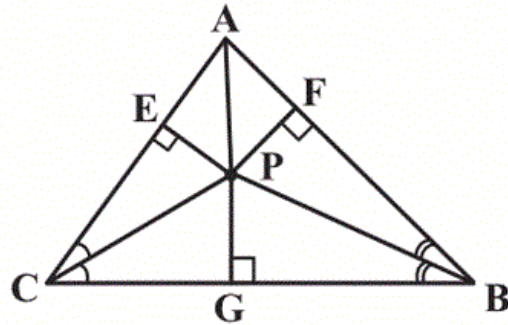
۴✓

۳

۲

۱

نیم‌سازهای داخلی هر مثلث هم‌رسند و فاصله نقطه هم‌رسی از سه ضلع به یک اندازه است، بنابراین در شکل زیر $PE = PF = PG = \frac{1}{3}$.



$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle APC} + S_{\triangle APB} + S_{\triangle BPC} \\
 &= \frac{1}{2} PE \times AC + \frac{1}{2} PF \times AB + \frac{1}{2} PG \times BC \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times AC + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times AB + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times BC \\
 &= \frac{\frac{1}{3}}{2} (AC + AB + BC) = \frac{\frac{1}{3}}{2} \times 10 = \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

(ترسیم‌های هندسی و استدلال، صفحه‌های ۱۹ و ۲۰ کتاب درسی)

۴ ✓

۳

۲

۱