



RIAZISARA

www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

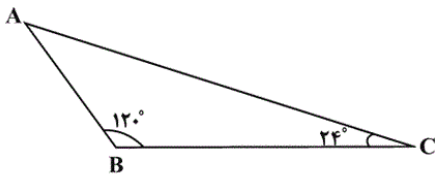
۴۱- اگر $0 < a < 1$ باشد، مجموعه $(-a, a^2) \cap (-a^2, a)$ برابر کدام بازه است؟

- (۱) $(-a, a)$ (۲) $(-a^2, a)$ (۳) $(-a, a^2)$ (۴) $(-a^2, a^2)$

۴۲- بین دو عدد $\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ چهار عدد چنان قرار داده‌ایم که شش عدد حاصل تشکیل دنباله هندسی دهند. با فرض آن که $\frac{2}{3}$ جمله اول دنباله باشد، جمله چهارم دنباله کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۸ (۳) ۵۴ (۴) ۷۲

۴۳- در مثلث ABC داریم: $AB = 8$ ، $\hat{C} = 24^\circ$ و $\hat{B} = 120^\circ$. اگر $\tan 24^\circ \simeq 0.4$ باشد، مساحت مثلث ABC تقریباً کدام است؟



- (۱) $40 + 8\sqrt{3}$
(۲) $40 - 8\sqrt{3}$
(۳) $60 - 8\sqrt{3}$
(۴) $60 + 8\sqrt{3}$

۴۴- اگر $\frac{1}{\sin x} < \cot x \cdot \cos x$ و $\cos x + \cot x > 0$ باشند، انتهای کمان x در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۴۵- حاصل عبارت $\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60} + \sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt[3]{5} + \sqrt{10}}$ برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) $\sqrt[3]{5}$ (۴) $\sqrt[3]{3}$

۴۶- اگر مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{2x-1}{x+1} \right| \leq 3$ به صورت $(-\infty, a] \cup [b, +\infty)$ باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{18}{5}$ (۲) $\frac{19}{5}$ (۳) $-\frac{22}{5}$ (۴) $-\frac{2}{5}$

۴۷- اگر روابط $f = \{(2, c), (d, 3), (-2, 2), (0, 4), (0, d^2)\}$ و $g = \{(2, 2a-1), (2, a+1), (-a, 2), (-2, b)\}$ تابع باشند، این دو تابع چند عضو مشترک دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۸- اگر دامنه تابع $f(x) = -x^2 + 4x - 2$ بازه $D_f = [0, 3]$ باشد، برد آن شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۵

۴۹- در یک لیگ فوتبال با ۱۶ تیم، در پایان فصل تیم‌های اول تا چهارم به چند حالت مختلف می‌توانند مشخص شوند؟

- (۱) $\binom{16}{4}$ (۲) $4!$ (۳) $16! \times 4!$ (۴) $\binom{16}{12} \times 4!$

۵۰- با حروف کلمه «جهانگردی»، بدون تکرار حروف چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که با حرف نقطه‌دار شروع شود و به حرف «ر» ختم شود؟ (با معنی یا بی‌معنی)

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۲۰

ریاضی ۲-

۵۱- یکی از اضلاع مربعی بر خط $y = 3x + 2$ واقع است. اگر $A(3, -1)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت مربع کدام است؟

- (۱) $7/2$ (۲) $14/4$ (۳) $16/8$ (۴) $17/8$

۵۲- ریشه‌های کدام معادله زیر $5 - 4\sqrt{2}$ و $5 + 4\sqrt{2}$ است؟

- (۱) $x^2 - 10x = 7$ (۲) $x^2 - 7x + 10 = 0$ (۳) $x^2 + 7x = 10$ (۴) $2x^2 - 10x + 7 = 0$

۵۳- مجموعه جواب معادله $x^2 - 3 = \left(\frac{x-3}{x+1} + 1\right) \left(\frac{2x}{1-x} + 1\right)$ کدام است؟

- (۱) $\{-1, 1\}$ (۲) $R - \{-1, 1\}$ (۳) $\{1\}$ (۴) \emptyset

۵۴- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط از دو سر آن به یک فاصله است.
 (۲) هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.
 (۳) در یک صفحه همه نقاطی که از نقطه ثابت O به فاصله ثابت ۲ سانتی‌متر می‌باشند روی یک دایره به مرکز O و شعاع ۲ سانتی‌متر قرار دارند.
 (۴) در یک صفحه همه نقاطی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر قرار دارند، فقط روی یک خط موازی با d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن قرار دارند.

۵۵- دوزنقه‌ای با قاعده‌هایی به طول ۸ و ۱۸ و ساق‌های به طول ۵ و $7/5$ واحد مفروض است، محیط کوچک‌ترین مثلثی که از برخورد امتداد ساق‌های دوزنقه حاصل می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۵۶- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH، $AC = 10$ و $CH = 4$ است. اندازه AB کدام است؟

- (۱) $5\sqrt{21}$ (۲) $10\sqrt{21}$ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۵۷- دامنه تابع $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x}{x^2 + bx + c}$ برابر $R - \{-2\}$ است. حاصل $b + c$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) -۴

۵۸- تابع $f(x) = -\|x\|$ کدام وضعیت زیر را دارد و در کدام ناحیه‌های دستگاه مختصات رسم می‌شود؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) یک به یک - اول و سوم
 (۲) غیر یک به یک - سوم و چهارم
 (۳) یک به یک - دوم و چهارم
 (۴) غیر یک به یک - اول و دوم

۵۹- تابع خطی f از مبدأ مختصات می‌گذرد و $f(1) = 5$ است. تابع f^{-1} از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (۱) $(-5, 1)$ (۲) $(3, 7)$ (۳) $(-5, -1)$ (۴) $(4, 6)$

۶۰- تابع درجه دوم f و تابع $g = \{(0, -1), (1, 2), (2, 0)\}$ مفروضند. اگر $\frac{f}{g-g^{-1}} = \{(0, -1), (2, -3)\}$ باشد، طول رأس سهمی $y = f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{2}{3}$

ریاضی ۱ - سوالات موازی

۶۱- نسبت کوچک‌ترین جمله به بزرگ‌ترین جمله دنباله $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) -۲

۶۲- حاصل عبارت $A = \frac{-\cos 60^\circ \sin 30^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ}{\tan^2 45^\circ (\sin 90^\circ - \cos 30^\circ)}$ کدام است؟

- (۱) $3(2 + \sqrt{3})$ (۲) $2(2 + \sqrt{3})$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۶۳- خطی که زاویه‌اش با جهت منفی محور طول‌ها 30° باشد و از نقطه $(0, 3)$ بگذرد، شامل کدام نقطه نیست؟

- (۱) $(-3, 3 + \sqrt{3})$ (۲) $(-2\sqrt{3}, 6)$ (۳) $(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{7}{2})$ (۴) $(-\sqrt{3}, 4)$

۶۴- اگر $A = \left[(9^6 \div 3^{-12}) \div \left(27 \times \left(\frac{1}{9} \right)^{-4} \right) \right] \div 3^{12}$ و $B = \sqrt[4]{81} + \sqrt[6]{729} - \sqrt[3]{1024}$ باشد، کدام تساوی درست است؟

- (۱) $3A = 4B$ (۲) $4A = 3B$ (۳) $2A = 3B$ (۴) $3A = 2B$

۶۵- عبارت $P(x) = \frac{-x^2 - 3x + 4}{-x^2 + 1}$ به ازای چند عدد صحیح مقدار منفی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

۶۶- در تجزیه عبارت $x^6 - 64y^6$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $x - 2y$ (۲) $x + 2y$
 (۳) $x^2 - 2xy + 4y^2$ (۴) $x^2 + 4xy + 16y^2$

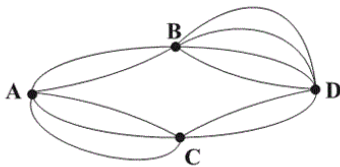
۶۷- خط $y = 2x + 1$ سهمی $y = ax^2 + bx + c$ را در دو نقطه به عرض‌های -1 و 3 قطع کرده است. اگر سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض 2 قطع کند. حاصل $a + b - c$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) 1 (۴) 2

۶۸- برد تابع $y = -|-x - 3| + 2$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, 2]$ (۲) $(-\infty, 3]$ (۳) $(-\infty, -1]$ (۴) $(-\infty, 5]$

۶۹- طبق شکل زیر تعدادی جاده بین شهرهای A, B, C, D وجود دارد. برای سفر از شهر A به شهر D ، از شهر B یا از شهر C عبور می‌کنیم و برای برگشت از شهر D به شهر A ، یا از شهر B یا شهر C عبور می‌کنیم. به چند طریق می‌توان عمل رفت و عمل برگشت را انجام داد به طوری که راه رفت با راه برگشت تکراری نباشد؟



- (۱) ۱۹۶ (۲) ۱۹۵ (۳) ۲۱۰ (۴) ۱۸۲

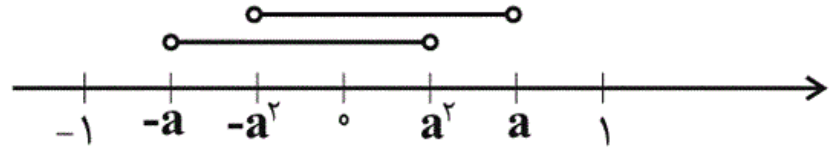
۷۰- از بین ۴ مهره متمایز قرمز، ۵ مهره متمایز سبز و ۳ مهره متمایز آبی به چند طریق می‌توان ۳ مهره انتخاب کرد که حداقل ۲ مهره هم‌رنگ باشند؟

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۴ (۴) ۱۶۶

-۴۱

(کاظم اجلالی)

اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $a^2 < a$ است. بنابراین با توجه به شکل زیر داریم:



$$(-a, a^2) \cap (-a^2, a) = (-a^2, a^2)$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۴

۳

۲

۱

-۴۲

(مهمرب بفرایی)

$$t_1 = \frac{2}{3}, t_6 = 162$$

$$\Rightarrow \frac{t_6}{t_1} = \frac{t_1 r^5}{t_1} = r^5 \Rightarrow r^5 = \frac{162}{\frac{2}{3}} = 243 = 3^5 \Rightarrow r = 3$$

$$\Rightarrow t_6 = t_1 r^5 = \frac{2}{3} \times 3^5 = 162$$

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

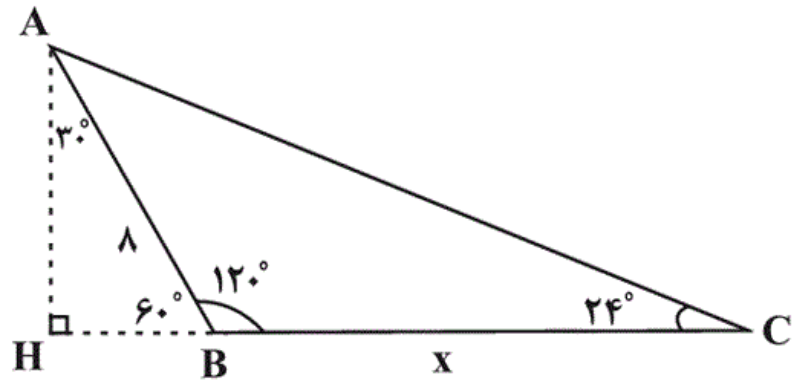
۴

۳

۲

۱

(رضا زاکر)



$$\sin 30^\circ = \frac{HB}{8} = \frac{1}{2} \Rightarrow HB = 4$$

$$\frac{AH}{8} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}$$

$$\tan 24^\circ = \frac{AH}{HB + x} \approx \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{4\sqrt{3}}{4+x} \approx \frac{4}{10} \Rightarrow x \approx 10\sqrt{3} - 4$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC \approx \frac{1}{2} (4\sqrt{3})(10\sqrt{3} - 4)$$

$$= 60 - 8\sqrt{3}$$

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

۴

۳✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

$$\frac{1}{\sin x} < \cot x \times \cos x \Rightarrow \frac{1}{\sin x} < \frac{\cos x}{\sin x} \times \cos x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin x} < \frac{\cos^2 x}{\sin x} \Rightarrow \frac{\cos^2 x}{\sin x} - \frac{1}{\sin x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 x - 1}{\sin x} > 0$$

$$\frac{-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \cos^2 x - 1 \leq 0}{\sin x < 0} \rightarrow \sin x < 0 \quad (1)$$

$$\cos x + \cot x > 0 \Rightarrow \cos x + \frac{\cos x}{\sin x} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x \sin x + \cos x}{\sin x} > 0 \Rightarrow \frac{\cos x(\sin x + 1)}{\sin x} > 0$$

$$\frac{-1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow \sin x + 1 \geq 0}{\sin x < 0} \rightarrow \cos x < 0 \quad (2)$$

با توجه به (۱) و (۲) پاسخ صحیح ناحیه‌ای است که در آن هم سینوس و هم کسینوس منفی باشند و این حالت زمانی رخ می‌دهد که انتهای کمان x در ناحیه سوم باشد.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(ابراهیم نبفی)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}} &= \sqrt[3]{\frac{18 \times 60}{5}} = \sqrt[3]{216} = 6 \\ \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} &= \sqrt{\frac{8 \times 5}{10}} = \sqrt{4} = 2 \\ 2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4} &= 6\sqrt[3]{64} = 6 \times 4 = 24 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{6+2}{24} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\Rightarrow \begin{cases} -x-4=0 \Rightarrow x=-4 \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

x		-4		-1	
-x-4	+	o	-	o	-
x+1	-	o	-	o	+
$\frac{-x-4}{x+1}$	-	o	+	o	-

(1) مجموعه جواب (1) : $(-\infty, -4] \cup (-1, +\infty)$

$$2) \frac{2x-1}{x+1} \geq -3 \Rightarrow \frac{2x-1}{x+1} + 3 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{2x-1+3x+3}{x+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{5x+2}{x+1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{2}{5} \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$$

x		-1		$-\frac{2}{5}$	
5x+2	-	o	-	o	+
x+1	-	o	+	o	+
$\frac{5x+2}{x+1}$	+	o	-	o	+

(2) مجموعه جواب (2) : $(-\infty, -1) \cup [-\frac{2}{5}, +\infty)$

اشتراک مجموعه جواب 1 و 2 $\rightarrow (-\infty, \underbrace{-4}_a] \cup \underbrace{[-\frac{2}{5}, +\infty)}_b$

$$\Rightarrow b-a = -\frac{2}{5} - (-4) = 4 - \frac{2}{5} = \frac{18}{5}$$

(ریاضی 1، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های 13 تا 93)

4

3

2

1 ✓

(مهرداد فابی)

$$\begin{cases} (0, 4) \in f \\ (0, d^2) \in f \end{cases} \Rightarrow d^2 = 4 \Rightarrow d = \pm 2$$

با توجه به دو زوج مرتب $(-2, 2)$ و $(2, 3)$ در تابع f ، d نمی‌تواند -2 باشد. بنابراین:

$$d = 2 \Rightarrow \begin{cases} (2, c) \in f \\ (d, 3) \in f \end{cases} \Rightarrow c = 3$$

$$\Rightarrow f = \{(2, 3), (-2, 2), (0, 4)\}$$

همچنین در رابطه g داریم:

$$\begin{cases} (2, 2a-1) \in g \\ (2, a+1) \in g \end{cases} \Rightarrow 2a-1 = a+1 \Rightarrow a = 2$$

۴

۳✓

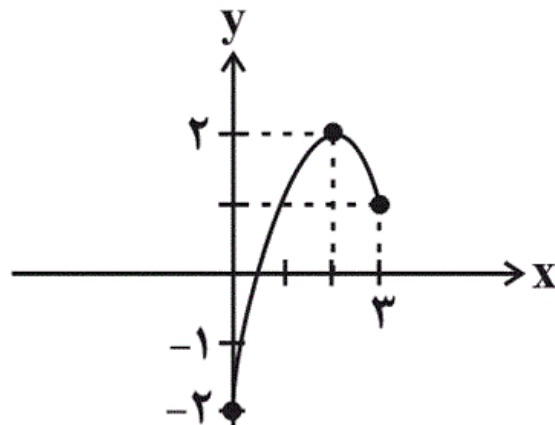
۲

۱

(مهرداد فابی)

تابع $f(x)$ را در بازه $[0, 3]$ رسم می‌کنیم:

$$f(x) = -(x-2)^2 + 2$$



بنابراین برد تابع f برابر با بازه $[-2, 2]$ است که شامل ۵ عدد صحیح است.

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰۹ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴✓

۳

۲

۱

(رضا ذاکر)

ابتدا می‌بایست از بین ۱۶ تیم موجود ۴ تیم انتخاب شوند که تعداد

$$\binom{16}{12} = \binom{16}{4} \text{ حالات آن برابر است با:}$$

سپس این چهار تیم موجود می‌توانند به $4!$ حالت با هم جایگشت داشته باشند. پس:

$$\text{تعداد کل حالات ممکن} = \binom{16}{12} \times 4!$$

(ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمربصیرایی)

ابتدا حرف اول را از بین حروف «ج»، «ن» و «ی» انتخاب می‌کنیم و حرف آخر را نیز حرف «ر» قرار می‌دهیم. بنابراین تعداد کلمات مورد نظر برابر است با:

$$\frac{1}{\{r\}} \times \frac{4}{\{j, n, y\}} \times \frac{5}{\{j, n, y\}} \times \frac{6}{\{j, n, y\}} \times \frac{3}{\{j, n, y\}} = 360$$

(ریاضی ۱، شمارش، بدون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

فاصله نقطه A تا خط $y = 3x + 2$:

$$-3x + y - 2 = 0 \Rightarrow d = \frac{|-3 \times 3 - 1 - 2|}{\sqrt{(-3)^2 + 1^2}} = \frac{|-12|}{\sqrt{9+1}}$$

$$= \frac{12}{\sqrt{10}} = \frac{12\sqrt{10}}{10} = \frac{6\sqrt{10}}{5}$$

$$\Rightarrow S = d^2 = \frac{36 \times 10}{25} = \frac{72}{5} = 14 \frac{2}{5}$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرب بفرایی)

$$S = 5 + 4\sqrt{2} + 5 - 4\sqrt{2} = 10$$

$$P = (5 + 4\sqrt{2})(5 - 4\sqrt{2}) = 25 - 32 = -7$$

معادله درجه دومى كه مجموع ریشه‌هاى آن S و حاصل‌ضرب ریشه‌هاى آن P باشد به صورت $x^2 - Sx + P = 0$ است.

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 7 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x = 7$$

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳ و ۱۸)

۴

۳

۲

۱✓

(ابراهیم نبفی)

$$\left(\frac{x-3}{x+1} + 1\right)\left(\frac{2x}{1-x} + 1\right) = x^2 - 3$$

$$\left(\frac{x-3+x+1}{x+1}\right)\left(\frac{2x+1-x}{1-x}\right) = x^2 - 3$$

$$\left(\frac{2x-2}{x+1}\right)\left(\frac{x+1}{1-x}\right) = x^2 - 3$$

$$\left(\frac{-2(1-x)}{x+1}\right)\left(\frac{x+1}{1-x}\right) = x^2 - 3$$

$$\Rightarrow -2 = x^2 - 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

باید توجه داشت كه اعداد به‌دست آمده نباید ریشهٔ مخرج باشند (نباید مخرج را صفر كنند) پس مجموعه جواب این معادله \emptyset است.

(ریاضی ۲، هندسه تحلیلی و جبر، صفحه‌های ۱۹ تا ۲۴)

۴✓

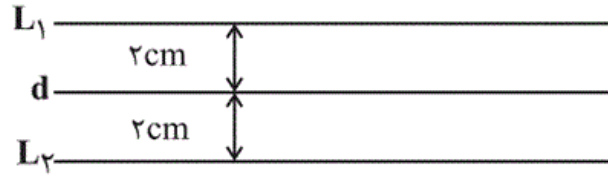
۳

۲

۱

(مهمد بهیرایی)

در یک صفحه همه نقاطی که از خط d به فاصله ۲ سانتی‌متر قرار دارند، روی دو خط موازی با خط d و به فاصله ۲ سانتی‌متر از آن در دو طرف خط d قرار دارند.



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا ذاکر)

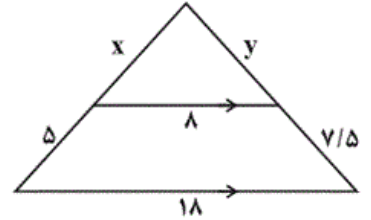
بنا به قضیه تالس و تعمیم آن داریم:

$$\frac{x}{x+5} = \frac{8}{18} = \frac{y}{y+7/5}$$

$$\Rightarrow 18y = 8y + 60 \Rightarrow y = 6$$

$$\Rightarrow 18x = 8x + 40 \Rightarrow x = 4$$

$$\Rightarrow \text{محیط کوچک‌ترین مثلث} = x + y + 8 = 4 + 6 + 8 = 18$$



(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱)

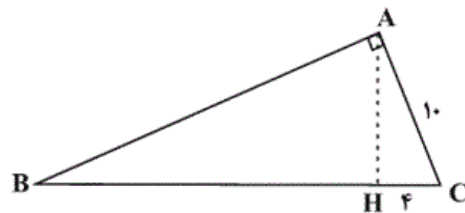
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(پوریا مهرث)



$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow 100 = 4 \times BC$$

$$\Rightarrow BC = 25$$

حال اندازه AB را پیدا می‌کنیم:

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 \Rightarrow AB^2 = (25)^2 - (10)^2 = 525$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{525} = 5\sqrt{21}$$

(ریاضی ۲، هندسه، صفحه‌های ۴۲ تا ۴۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمدرضا میرجلیلی)

از آنجایی که مقدار تابع به ازای $x = -2$ تعریف نمی‌شود، $x = -2$ باید ریشهٔ مخرج باشد. از طرفی چون مخرج درجهٔ دوم است، پس باید مخرج کسر به صورت $(x+2)^2$ باشد، یعنی:

$$x^2 + bx + c = (x+2)^2 \Rightarrow x^2 + bx + c = x^2 + 4x + 4$$

$$\xrightarrow{\text{مقایسه}} \begin{cases} b = 4 \\ c = 4 \end{cases} \Rightarrow b + c = 8$$

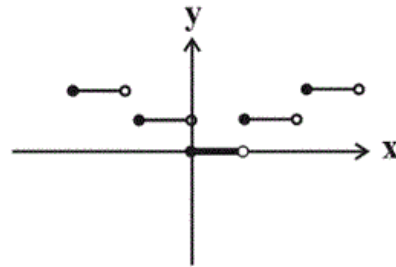
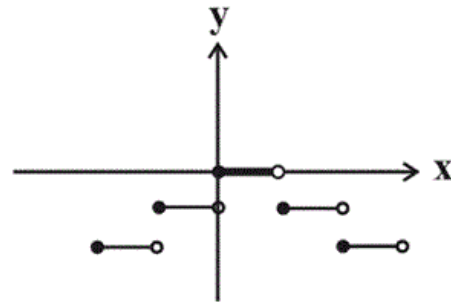
(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

و در آخر تابع را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.

تابع غیر یک‌به‌یک بوده و در نواحی سوم و چهارم قرار دارد.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی غلامپور سرابی)

تابع f از نقاط $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. پس تابع f^{-1} از نقاط $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد.

$$y - y_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_2)$$

$$y - 0 = \frac{0 - 1}{0 - 5} (x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{5} x \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{5} x$$

نقطه $(-5, -1)$ روی تابع f^{-1} قرار دارد.

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مهرداد قایقی)

$$g = \{(0, -1), (1, 2), (2, 0)\}$$

$$g^{-1} = \{(-1, 0), (2, 1), (0, 2)\}$$

$$g - g^{-1} = \{(0, -3), (2, -1)\}$$

$$\frac{f(0)}{(g - g^{-1})(0)} = -1 \Rightarrow \frac{f(0)}{-3} = -1 \Rightarrow f(0) = 3$$

$$\frac{f(2)}{(g - g^{-1})(2)} = -3 \Rightarrow \frac{f(2)}{-1} = -3 \Rightarrow f(2) = 3$$

اگر تابع f را به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ در نظر بگیریم، داریم:

$$f(0) = 3 \Rightarrow c = 3$$

$$f(2) = 3 \Rightarrow 4a + 2b + 3 = 3 \Rightarrow b = -2a$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-2a)}{2a} = 1$$

طول رأس سهمی برابر است با:

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۷۰)

۴

۳

۲

۱✓

(عباس اسدی امیرآبادی)

جملات دنباله عبارتند از: $-\frac{1}{7}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{5}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}, -1, \dots$

کوچک‌ترین جمله دنباله برابر -1 و بزرگ‌ترین جمله آن برابر با $\frac{1}{2}$

$$\frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

است، پس داریم:

(ریاضی ۱، مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(رضا ذاکر)

$$A = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{(1)^2 \left[1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right]} = \frac{-\frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{\left(\frac{2-\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{2-\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$$

$$= \frac{1}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2+\sqrt{3})}{4-3} = (2+\sqrt{3})$$

(ریاضی ۱، مثلثات و توان‌های گویا و عبارت‌های پی‌ری، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵ و ۶۵ تا ۶۷)

۴

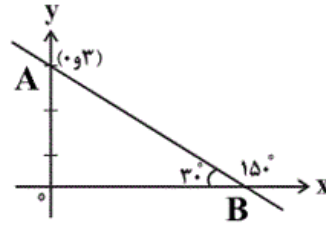
۳ ✓

۲

۱

(رضا ذاکر)

چون خط با جهت منفی محور طول‌ها زاویه 30° می‌سازد، پس با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه 150° می‌سازد.

در مثلث **OAB** داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{OB} \Rightarrow OB = 3\sqrt{3}$$

حال دو نقطه $A(0, 3)$ و $B(3\sqrt{3}, 0)$ را داریم:

$$m = \frac{0-3}{3\sqrt{3}-0} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

و چون خط از نقطه $(0, 3)$ می‌گذرد. پس معادله آن بصورت زیر است:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - 3 = -\frac{\sqrt{3}}{3}(x - 0) \Rightarrow y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$$

به ازای $x = -2\sqrt{3}$ داریم $y = 5$ ، پس نقطه $(-2\sqrt{3}, 5)$ روی این خط قرار ندارد.

(ریاضی ۱، مثلثات، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

(رضا ذاکر)

$$A = \left[\left((3^2)^6 \times 3^{12} \right) \div \left(3^3 \times 9^4 \right) \right] \div 3^{12}$$

$$= \left[3^{24} \div 3^{11} \right] \div 3^{12} = 3^{13} \div 3^{12} = 3$$

$$B = \sqrt[4]{81} + \sqrt[6]{729} - \sqrt[10]{1024} = 3 + 3 - 2 = 4 \Rightarrow 4A = 3B$$

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۸)

عبارت $P(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$-x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-4 \end{cases}$$

$$-x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

x	-4	-1	1	
$-x^2 - 3x + 4$	-	+	+	-
$-x^2 + 1$	-	-	+	-
$P(x)$	+	-	+	+

عبارت $P(x)$ به ازای اعداد صحیح $\{-3, -2\}$ مقدار منفی دارد.

(ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممید زرین‌کفش)

$$x^6 - 64y^6 = (x^3 - 8y^3)(x^3 + 8y^3)$$

$$= (x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)(x + 2y)(x^2 - 2xy + 4y^2)$$

بنابراین عامل $x^2 + 4xy + 16y^2$ در تجزیه عبارت داده شده وجود ندارد.

(ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های پیروی، صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهوری ملا، مضانی)

$$(0, 2) \in \text{سهمی} \Rightarrow 2 = a \times 0^2 + b \times 0 + c \Rightarrow c = 2$$

$$\frac{y=-1}{y=2x+1} \rightarrow -1 = 2x+1 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow (-1, -1)$$

$$\Rightarrow -1 = a \times (-1)^2 - b + 2 \Rightarrow a - b = -3$$

$$\frac{y=3}{y=2x+1} \rightarrow 3 = 2x+1 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow (1, 3) \Rightarrow 3 = a \times 1^2 + b + 2 \Rightarrow a + b = 1$$

۴

۳

۲

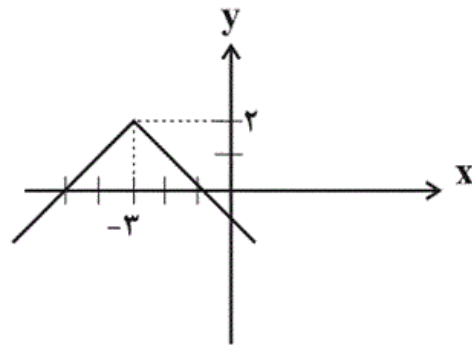
۱ ✓

(مهمم بهیرایی)

تابع $y = -|-x-3|+2$ را به کمک تابع $y = -|x|$ رسم می‌کنیم و سپس برد تابع را به دست می‌آوریم:

$$y = -|-x-3|+2 = -|-(x+3)|+2 = -|x+3|+2$$

نمودار تابع $y = -|x|$ را سه واحد به سمت چپ و ۲ واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



$$\Rightarrow \text{برد تابع} = (-\infty, 2]$$

(ریاضی ۱، تابع، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد بپیرایی)

$$\text{تعداد راه‌های رفت} = 2 \times 4 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$$

چون راه برگشت با راه رفت یکسان نیست پس ۱۳ راه برگشت وجود

$$\text{دارد. در نتیجه:} \quad \text{تعداد راه‌های مورد نظر} = 14 \times 13 = 182$$

(ریاضی ۱، شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(پوریا مهرث)

تعداد کل حالت‌ها برابر $\binom{12}{3}$ است و تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره از۳ رنگ متفاوت باشند برابر است با $\binom{3}{1} \times \binom{5}{1} \times \binom{4}{1}$. بنابراین

تعداد حالت‌هایی که حداقل ۲ مهره هم‌رنگ باشند برابر است با:

$$\binom{12}{3} - \binom{3}{1} \times \binom{5}{1} \times \binom{4}{1} = 220 - 60 = 160$$

(ریاضی ۱، شمارش، برون شمردن، صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓