



**RIAZISARA**

[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی و آمار ۱، حل معادله درجه ۲ و کاربردها

۴۳- ریشه کوچکتر معادله  $(x+5)^2 = (4x-5)^2$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{10}{3}$       (۲)  $-2$       (۳)  $-\frac{3}{10}$       (۴) صفر

ریاضی و آمار ۱، معادله های شامل عبارت های گویا

۴۴- تفاضل معکوس دو عدد طبیعی زوج متوالی برابر  $-\frac{1}{24}$  است. عدد کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۴      (۲) ۸      (۳) ۶      (۴) ۱۲

ریاضی و آمار ۱، مفهوم تابع

۴۵- اگر رابطه  $f = \{(2, c), (-a, b), (-1, a+2), (2a, -3), (-1, 3)\}$  تابع باشد، در این صورت مقدار  $b+c$  کدام است؟

- (۱)  $-6$       (۲) ۶      (۳) صفر      (۴) ۳

ریاضی و آمار ۱، نمودار تابع خطی

۴۶- رابطه بین درجه دما بر حسب سانتی گراد و فارنهایت به صورت  $F = \frac{9}{5}C + 32$  است. اگر دمای جسم  $30$  درجه سانتی گراد بالا رفته باشد، در این صورت دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش پیدا می کند؟

- (۱) ۸۶      (۲) ۵۴      (۳) ۳۰      (۴) ۶۲

ریاضی و آمار ۱، نمودار تابع درجه ۲-

۴۷- اگر  $2x + a = 80$  باشد، در این صورت ماکسیم حاصل ضرب  $ax$  کدام است؟

- (۱) ۸۰۰      (۲) ۱۶۰۰      (۳) ۶۰۰      (۴) ۱۲۰۰

ریاضی و آمار ۱، چند اتحاد جبری و کاربردها

۴۱- یکی از عوامل تجزیه عبارت  $x^{18} - 1$  کدام است؟

- (۱)  $x^4 + x^2 + 1$  (۲)  $x^{12} - x^6 + 1$  (۳)  $x^4 + x^2$  (۴)  $x^{12} + x^6$

ریاضی و آمار ۱، عبارت های گویا

۴۲- حاصل عبارت  $\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{x^2-1}$  کدام است؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $\frac{1}{x-1}$  (۴)  $\frac{1}{x+1}$

ریاضی و آمار ۱، گردآوری داده ها

۴۸- بررسی کدام موضوع از طریق دادگان ها صورت می گیرد؟

- (۱) غذای مورد علاقه افراد یک خانواده  
(۲) وزن ماهی های یک حوضچه کوچک  
(۳) کوچکترین و بزرگترین فرد شرکت کننده در کنکور ۹۸ از نظر سال تولد  
(۴) پرترفدارترین تیم فوتبال لیگ برتر در سال گذشته

ریاضی و آمار ۱، معیارهای گرایش به مرکز

۴۹- در تعدادی داده آماری مرتب شده، میانه برابر با میانگین داده های پنجم و ششم است. اگر مجموع داده ها برابر با ۱۲۰ باشد، میانگین آنها کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

ریاضی و آمار ۱، معیارهای پراکندگی -

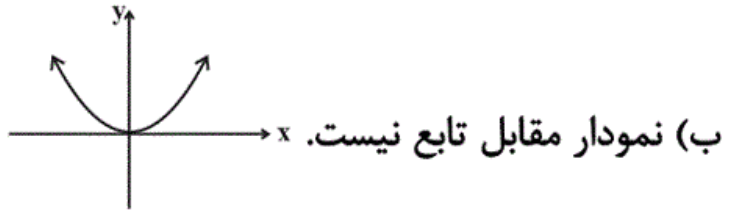
۵۰- در تعدادی داده آماری اگر میانه را از همه آنها کم کنیم به داده های  $-1, 3, -6, 4, 7, 0, -7$  می رسیم. در این صورت واریانس داده ها تقریباً کدام است؟

- (۱)  $19/6$  (۲)  $22/85$  (۳)  $25/7$  (۴)  $31/4$

ریاضی و آمار ۲، گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۵۱- نقیض چند مورد از گزاره‌های زیر، ارزش درست دارد؟

الف) واریانس داده‌های ۱۲، ۱۳، ۱۴ برابر صفر است.



ب) نمودار مقابل تابع نیست.

ت) رنگ خودکارها، متغیر کیفی ترتیبی است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۵۲- اگر داشته باشیم:

$p$ : رابطه  $f = \{(4,1), (1,4)\}$  تابع است.

$q$ : پارامتر لزوماً با هر آماره‌ای برابر است.

$r$ : معادله  $25x^2 + 100 = 0$  ریشه حقیقی ندارد.

در این صورت ارزش گزاره‌های  $\sim [\sim (p \vee q) \Rightarrow \sim r]$  و  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$  به ترتیب از راست به

چپ کدام است؟

F , F (۴)

T , T (۳)

T , F (۲)

F , T (۱)

۵۳- ارزش گزاره  $(N \subseteq Z) \wedge [(-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}) \vee (p \Rightarrow q)]$  کدام است؟

(۲) نادرست

(۱) درست

(۴) به ارزش گزاره  $q$  بستگی دارد.

(۳) به ارزش گزاره  $p$  بستگی دارد.

۵۴- اگر  $p$  گزاره‌ای درست،  $q$  گزاره‌ای نادرست و  $r$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش چه

تعداد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف)  $(\sim p \vee r) \Rightarrow q$

ب)  $(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$

پ)  $(r \wedge q) \vee (p \Leftrightarrow q)$

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۵۵- هم‌ارز گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  کدام است؟

۲)  $p \Leftrightarrow \sim q$

۱)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

۴)  $(p \wedge q) \Rightarrow (q \vee p)$

۳)  $(q \vee p) \Rightarrow (p \wedge q)$

ریاضی و آمار ۲، استدلال ریاضی

۵۶- نماد ریاضی قیاس استثنایی در کدام گزینه به درستی نمایش داده شده است؟

$p \Rightarrow q$

$\sim p \Rightarrow q$

$p \Rightarrow \sim q$

$p \Rightarrow q$

p ۴)

p ۳)

p ۲)

q ۱)

$\therefore q$

$\therefore q$

$\therefore q$

$\therefore p$

۵۷- در چند مورد از محاسبات زیر، خطای محاسباتی رخ داده است؟  $(x, y \in \mathbb{R})$

$$\frac{15\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{3} \quad \text{(الف)}$$

$$x(\Delta x - 1) = 10x \Rightarrow \Delta x - 1 = 10 \Rightarrow x = \frac{11}{5} \quad \text{(ب)}$$

$$\frac{\Delta x}{7} + \frac{3x}{6} = \frac{8x}{13} \quad \text{(پ)}$$

$$\frac{15y + 2}{2} = 15y \quad \text{(ت)}$$

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

ریاضی و آمار ۲، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همایی

۵۸- اگر رابطه  $A = \{(2, b), (a, -4), (b, 2a - b)\}$  یک تابع ثابت باشد، در این صورت دامنه آن

کدام است؟

{۲, ۴, -۴} (۴)

{۲, -۴} (۳)

{۲, ۴} (۲)

{-۴} (۱)

۵۹- اگر  $f(x)$  یک تابع ثابت و  $g(x)$  تابع همانی باشد و داشته باشیم:  $f(-1) + g(3) = 6$ ، در این

صورت مقدار  $f(-1) \times g(3)$  کدام است؟

(۴) -۹

(۳) ۹

(۲) ۳

(۱) -۳

۶۰- نقطه  $A(13m + 1, 10m - 2)$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. در این صورت مقدار  $m$

کدام است و این نقطه در کدام ناحیه محورهاى مختصات قرار دارد؟

(۴) -۱، سوم

(۳) -۱، اول

(۲) ۱، سوم

(۱) ۱، اول

ریاضی و آمار ۲ - گواه، گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۶۱- چند مورد از عبارتهای زیر، گزاره محسوب نمی‌شوند؟

الف) در هر مثلث متساوی الاضلاع، تمام زاویه‌ها با هم برابرند.

ب) مربع نوعی لوزی است.

پ)  $30000000$  عدد بسیار بزرگی است.

ت) برای موفقیت در کنکور، روزی ۱۰۰ تست حل کنید.

ث)  $42^\circ \geq 51^\circ$

ج) قرآن ۱۱۴ سوره دارد.

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۶۲- ترکیب فصلی کدام دو گزاره مرکب زیر دارای ارزش درست است؟

$$\text{الف) } (-5 \notin Z) \wedge \left[ \frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2 \right]$$

ب) معادله  $x^2 - 16 = 0$  دو ریشه دارد یا ۲ بزرگتر از ۳ است.

پ) مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۱۵ عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۱۵ و میانه داده‌ها همان چارک اول است.

$$\text{ت) } (\sqrt{49 - 25} = 7 - 5) \vee (Z \subseteq N)$$

۴) ب و پ

۳) الف و ت

۲) پ و ت

۱) الف و پ

۶۳- با توجه به جدول زیر، در جای خالی ستون مربوط به ارزش گزاره مرکب  $(p \wedge \sim r) \vee q$  کدام عبارت قرار می‌گیرد؟

$p \vee (p \wedge q)$	$q \wedge \sim r$	$(p \wedge \sim r) \vee q$
T	T	؟
T	F	؟
F	T	؟
F	F	؟

F
F یا T
F
F یا T

۲)

T
F
T
F یا T

۱)

F
F یا T
T یا F
F

۴)

T
T یا F
T
T یا F

۳)

۶۴- اگر  $p$  گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف)  $(p \Rightarrow \sim p) \vee (\sim p \Rightarrow p)$

ب)  $(p \vee \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$

پ)  $(p \wedge \sim p) \Rightarrow (p \vee \sim p)$

۴) فقط پ

۳) الف و پ

۲) فقط ب

۱) الف و ب



۶۵- اگر  $p$  و  $q$  دو گزاره دلخواه باشند، در این صورت گزاره  $(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$  هم‌ارز

کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

- (۱)  $\sim p \Rightarrow q$       (۲)  $p \Rightarrow q$       (۳)  $p \Rightarrow \sim q$       (۴)  $\sim p \Rightarrow \sim q$

ریاضی و آمار ۲ - گواه ، استدلال ریاضی

۶۶- در اثبات حکم «اگر  $n^2$  فرد باشد، آنگاه  $n$  فرد است.»  $(n \in \mathbb{Z})$  به کمک عکس نقیض گزاره،

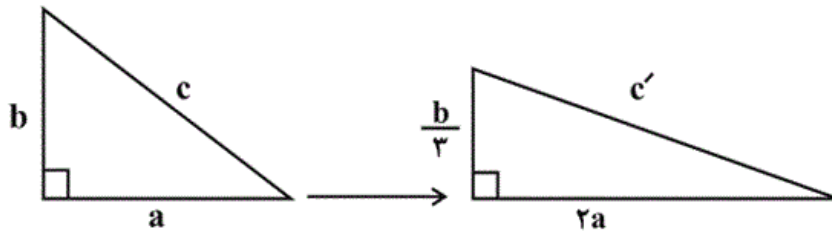
کدام گزاره شرطی را ثابت می‌کنیم؟

- (۱) اگر  $n^2$  زوج باشد، آنگاه  $n$  زوج است.  
(۲) اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  زوج است.  
(۳) اگر  $n$  فرد باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.  
(۴) اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  فرد است.

۶۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که طول اضلاع قائمه  $a$  و  $b$  و وتر  $c$  می‌باشد، طول ضلع  $a$  را دو برابر و

طول ضلع  $b$  را  $\frac{1}{3}$  برابر می‌کنیم، علی و رضا و حسن هر یک به ترتیب طول وتر را در حالت جدید

به صورت زیر محاسبه کرده‌اند؛ کدام یک طول وتر جدید را درست محاسبه کرده است؟



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{علی: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{2}{3}c$$

$$\text{رضا: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{4}{9}(a^2 + b^2) = \frac{4}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{2}{3}c$$

$$\text{حسن: } c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} = \frac{37}{9}(a^2 + b^2)$$

$$= \frac{37}{9}c^2 \Rightarrow c' = \frac{\sqrt{37}}{3}c$$

(۴) هیچ کدام

(۳) حسن

(۲) رضا

(۱) علی

ریاضی و آمار ۲ - گواه، توابع ثابت، چند ضابطه ای و همانی

۶۸- اگر  $f(x) = k$  یک تابع ثابت و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی باشد و به ازای اعداد حقیقی

دلخواه  $a$  و  $b$  داشته باشیم:  $f(a) + f(b) = f(a)f(b)$ ، در این صورت  $k$  چه مقادیری را

می‌تواند اختیار کند؟

(۴) ۲ و -۲

(۳) ۱ و صفر

(۲) ۲ و صفر

(۱) -۱ و صفر

۶۹- برد تابع  $f(x) = (a - b - 1)x^2 + (b - 2)x + a + c - 1$  مجموعه تک‌عضوی  $R_f = \{2c - a\}$  و دامنه آن مجموعه اعداد حقیقی است. در این صورت  $a + b + c$  کدام است؟

- ۷ (۴)                      ۸ (۳)                      ۹ (۲)                      ۱۰ (۱)

۷۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & , x \geq 1 \\ \sqrt{-x+1} & , x < 1 \end{cases}$  باشد، مقدار عددی  $\frac{f(5) + 2f(-1)}{2}$  کدام است؟

- ۴ (۴)                      ۶ (۳)                      ۴ (۲)                      ۲ (۱)

ریاضی و آمار-موازی - گواه ، معادله و مسائل توصیفی

۸۳- سن حمید از دو برابر سن خواهرش چهار سال کمتر است. اگر پنج سال دیگر سن خواهرش ۸ / ۰ سن حمید باشد، در حال حاضر مجموع سن آنها کدام است؟

- ۲۷ (۴)                      ۱۲ (۳)                      ۱۷ (۲)                      ۱۰ (۱)

ریاضی و آمار-موازی - گواه ، حل معادله درجه ۲ و کاربردها -

۸۴- اگر در معادله درجه دوم  $ax^2 - 12x + 9 = 0$  تفاضل دو ریشه برابر صفر باشد، یک ریشه این معادله کدام است؟

- ۳ (۴)                       $\frac{3}{2}$  (۳)                       $\frac{3}{4}$  (۲)                       $-\frac{3}{4}$  (۱)

ریاضی و آمار-موازی - گواه ، مفهوم تابع

۸۵- تابع  $f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$  مفروض است. کدام زوج مرتب عضو تابع  $f$  نیست؟

- (۲, ۱) (۴)                      (-۲, ۱) (۳)                      (۱, ۲) (۲)                      (۲, -۱) (۱)

۸۶- یک شرکت برای تولید  $x$  واحد کالا،  $C(x) = 3000 + 50x$  تومان هزینه می‌کند. اگر این شرکت ۶۰

واحد کالا تولید کند نه سود می‌کند و نه ضرر. به ازای تولید ۱۸۰ واحد کالا چقدر سود می‌کند؟

- (۱) ۶۰۰۰ (۲) ۳۰۰۰ (۳) ۴۵۰۰ (۴) ۸۰۰۰

۸۷- نمودار سهمی به معادله  $y = 2x^2 - 8x + 1$  از کدام ناحیه محوره‌های مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۸۸- با سیمی به طول ۶۰۰ متر، می‌خواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل را که یک طرف آن رودخانه است

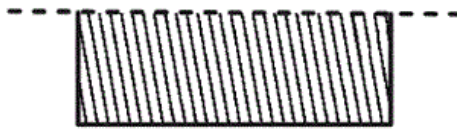
محصور کنیم. ماکزیمم مساحت این زمین، کدام است؟

(۱) ۴۲۰۰۰

(۲) ۴۵۰۰۰

(۳) ۴۶۰۰۰

(۴) ۴۸۰۰۰



۸۱- در تجزیه عبارت  $a(a-2)(a-3) - 4a + 8$  کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱)  $a-1$  (۲)  $a-2$  (۳)  $a+1$  (۴)  $a-4$

۸۲- حاصل عبارت تعریف شده  $(\frac{x}{x^2 - 4x + 4} - \frac{1}{x-2})(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)$  کدام است؟

- (۱)  $2x-4$  (۲)  $2x-2$  (۳)  $2x-1$  (۴)  $2x$

۸۹- میانگین داده‌های  $a+4$  و  $a+3$  و  $a+2$  و  $a+1$  و  $a$  از میانگین داده‌های  $2a+11$  و  $2a+9$

و  $2a+7$  و  $2a+5$  و  $2a+3$  چه قدر کم تر است؟

- (۱) ۵ (۲)  $2a+10$  (۳)  $2a$  (۴)  $a+5$

ریاضی و آمار-سوالی موازی - گواه ، معیارهای پراکندگی -

۹۰- در داده‌های زیر به ترتیب از راست به چپ، دامنه میان چارکی و دامنه تغییرات داده‌ها کدام است؟

$87/3, 85/7, 21/4, 19/8, 55/5, 65/8, 37/2, 35/6, 71/3, 69/7, 39/5$

- (۱)  $35/7-67/5$  (۲)  $67/5-35/7$  (۳)  $34/1-65/9$  (۴)  $65/9-34/1$

ریاضی و آمار-سوالی موازی ، معادله و مسائل توصیفی -

۷۳- حروف الفبای فارسی از (الف) تا (ی) را به ترتیب از ۱ تا ۳۲ شماره گذاری کرده ایم. هر حرف بدون

نقطه با شماره آن حرف از ۱ تا ۳۲ مشخص می شود. حروف نقطه دار به صورت  $ax^n$  مشخص

می شوند که در آن  $a$  شماره حرف الفبا و  $n$  تعداد نقاط حرف مورد نظر است. در معادل ریاضی

کلمه‌ای، جملات با درجه یکسان را با هم جمع کرده ایم و حاصل  $16x^3 + 60x^2 + 2$  شده است.

این کلمه به صورت کدام گزینه می تواند باشد؟

- (۱) چیستان (۲) شقایق (۳) اشتیاق (۴) پیرایش

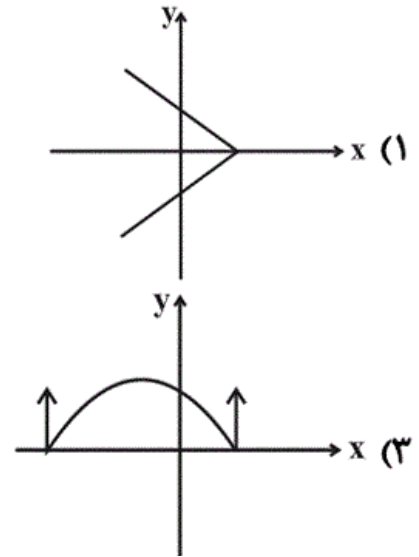
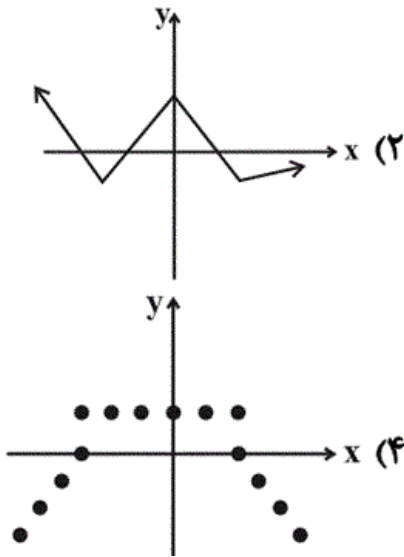
ریاضی و آمار-سوالی موازی ، حل معادله درجه ۲ و کاربردها -

۷۴- مجموع ریشه‌های معادله  $(x-2)(2x+1) = 3x+6$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۳ (۴) -۳

ریاضی و آمار-سوالی موازی ، مفهوم تابع

۷۵- کدام نمودار، نمایش یک تابع است؟



ریاضی و آمار-سوالت موازی ، نمودار تابع خطی

۷۶- در تابع خطی  $f(x) = \frac{1}{2}x + a$  به‌ازای  $x = -4$  مقدار تابع برابر ۳ می‌باشد. اگر نقطه  $(m, 2)$  روی نمودار این تابع باشد، در این صورت مقدار  $m$  کدام است؟

(۱) ۴      (۲) -۴      (۳) ۶      (۴) -۶

ریاضی و آمار-سوالت موازی ، نمودار تابع درجه ۲

۷۷- اگر ماکسیمم مقدار تابع  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + n$  برابر ۳ باشد، در این صورت مقدار  $n$  کدام است؟

(۱) -۱۳      (۲) -۵      (۳) ۱۳      (۴) ۵

ریاضی و آمار-سوالت موازی ، چند اتحاد جبری و کاربردها

۷۱- اگر  $x + y = 8$  و  $x^3 + y^3 = 392$  باشد، حاصل  $x^2 + y^2$  کدام است؟

(۱) ۵۴      (۲) ۴۸      (۳) ۶۴      (۴) ۵۸

ریاضی و آمار-سوالت موازی ، عبارت های گویا

۷۲- ساده شده عبارت تعریف شده  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{x-3}{x+3}$       (۲)  $\frac{x+3}{x-3}$       (۳)  $\frac{x+1}{x-2}$       (۴)  $\frac{x+2}{x+1}$

۷۸- یک کارخانه روزانه ۲۰۰ دستگاه خودرو تولید می کند. به طور تصادفی ۲۰ دستگاه را انتخاب می کنیم و متوجه می شویم که ۴ دستگاه، مشکل فنی دارند. در این بررسی آماری، اندازه آماره خودروهای با مشکل فنی کدام است؟

$\frac{1}{50}$  (۴)

$\frac{1}{10}$  (۳)

$\frac{1}{4}$  (۲)

$\frac{1}{5}$  (۱)

۷۹- میانگین ۴ داده آماری از میانگین ۵ داده دیگر  $\frac{3}{6}$  بیشتر است. اگر میانگین تمام این ۹ داده برابر ۱۸ باشد، در این صورت میانگین ۵ داده دوم کدام است؟

$16/4$  (۴)

$15/7$  (۳)

$18/3$  (۲)

$19/6$  (۱)

۸۰- در داده های زیر، واریانس داده های کوچکتر یا مساوی با میانه و بزرگتر از  $Q_1$  کدام است؟  
۴, ۵, ۶, ۲, ۳, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۸, ۱, ۲

$\frac{2}{5}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$\frac{5}{3}$  (۲)

$\frac{7}{3}$  (۱)



۴۳-

(غریبه هاشمی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۳۵ تا ۳۸)

با استفاده از روش ریشه‌گیری داریم:

$$(x+5)^2 = (4x-5)^2$$

$$\Rightarrow (x+5) = \pm(4x-5) \Rightarrow \begin{cases} x+5 = 4x-5 \Rightarrow x-4x = -5-5 \\ \Rightarrow -3x = -10 \Rightarrow x = \frac{10}{3} \\ x+5 = -(4x-5) \Rightarrow x+5 = -4x+5 \\ \Rightarrow x+4x = 5-5 \Rightarrow 5x = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

پس ریشه کوچکتر معادله صفر می‌باشد.

۴ ✓

۳

۲

۱

۴۴-

(مهمربفیرایی، معادله‌های شامل عبارت‌های گویا، صفحه‌ی ۴۹ تا ۵۴)

دو عدد زوج متوالی را به ترتیب  $2m$  و  $2m+2$  در نظر می‌گیریم و چون حاصل تفاضل معکوس آنها عددی منفی شده است پس معکوس عدد بزرگتر منهای معکوس عدد کوچکتر شده است، حال داریم:

$$\frac{1}{2m+2} - \frac{1}{2m} = -\frac{1}{24} \quad \xrightarrow{\text{مخرج مشترک طرف چپ}}$$

$$\frac{m}{2m(m+1)} - \frac{m+1}{2m(m+1)} = \frac{-1}{24}$$

$$\frac{m-m-1}{2m(m+1)} = -\frac{1}{24} \Rightarrow -\frac{1}{2m(m+1)} = -\frac{1}{24}$$

$$\Rightarrow 2m(m+1) = 24 \Rightarrow m^2 + m - 12 = 0 \Rightarrow (m+4)(m-3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m+4=0 \Rightarrow m=-4 \text{ ق ق} \\ m-3=0 \Rightarrow m=3 \text{ ق ق} \end{cases}$$

پس اعداد زوج متوالی به ترتیب  $2m = 2 \times 3 = 6$  و  $2m+2 = 2 \times 3 + 2 = 8$  می‌باشند که عدد کوچکتر عدد ۶ است.

۴

۳ ✓

۲

۱



(معمد بگیری، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۴ تا ۶۵)

اگر رابطه‌ای از زوج‌های مرتب تابع باشد، باید هیچ دو زوج مرتب متمایزی مؤلفه‌های اول یکسان نداشته باشند. بنابراین اگر دو زوج مرتب مؤلفه‌های اول یکسان داشته باشند باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشند.

$$f = \{(2, c), (-a, b), (-1, a+2), (2a, -3), (-1, 3)\}$$

$$\begin{cases} (-1, a+2) \in f \\ (-1, 3) \in f \end{cases} \Rightarrow a+2=3 \Rightarrow a=1$$

حال با جایگذاری  $a=1$  در رابطه  $f$  داریم:

$$f = \{(2, c), (-1, b), (-1, 3), (2, -3)\}$$

$$\begin{cases} (-1, b) \in f \\ (-1, 3) \in f \end{cases} \Rightarrow b=3, \quad \begin{cases} (2, c) \in f \\ (2, -3) \in f \end{cases} \Rightarrow c=-3$$

$$\Rightarrow b+c=3-3=0$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(شقایق راهبریان، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

با توجه به رابطه  $F = \frac{9}{5}C + 32$  به ازای یک درجه افزایش دما برحسب سانتی‌گراد،

دما برحسب فارنهایت  $\frac{9}{5}$  درجه تغییر می‌کند، حال طبق تناسب زیر به ازای ۳۰

درجه افزایش دما داریم:

$$\frac{1}{30} \left| \begin{array}{c} \frac{9}{5} \\ \Delta F \end{array} \right. \Rightarrow \Delta F = 30 \times \frac{9}{5} = 54$$

۴

۳

۲ ✓

۱

برای اینکه حاصل ضرب  $ax$  ماکسیمم شود، داریم:

$$2x + a = 80 \Rightarrow a = 80 - 2x \quad (1)$$

$$y = ax \xrightarrow{(1)} y = (80 - 2x)x = -2x^2 + 80x$$

حال کافی است مختصات رأس سهمی تابع  $y$  را بیابیم:

$$x = \frac{-(-80)}{2 \times (-2)} = \frac{-80}{-4} = 20$$

طول رأس سهمی

$$y = -2 \times (20)^2 + 80 \times 20 = -2 \times 400 + 1600 = 800$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۴۱

(امیر زرانروز، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶)

می‌دانیم که اتحاد تفاضل مکعب دوجمله‌ای به صورت  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  می‌باشد، بنابراین:

$$x^{18} - 1 = \underbrace{(x^6)^3 - 1^3}_{\text{اتحاد تفاضل مکعب دوجمله‌ای}} = (x^6 - 1)(x^{12} + x^6 + 1)$$

$$= \underbrace{(x^2 - 1)}_{\text{مزدوج}}(x^4 + x^2 + 1)(x^{12} + x^6 + 1)$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x^4 + x^2 + 1)(x^{12} + x^6 + 1)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۴۲

(شقایق راهبریان، عبارات‌های گویا، صفحه‌ی ۱۹ تا ۲۴)

مخرج مشترک عبارت داده شده برابر ک. م. م عبارت‌های  $x - 1$  و  $x + 1$  و  $x^2 - 1$  می‌باشد که برابر همان  $x^2 - 1$  است. حال داریم:

$$\frac{x}{x-1} + \frac{3}{x+1} - \frac{4x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{3(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$- \frac{4x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 + x + 3x - 3 - 4x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2 - 1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = 1$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیر زرانروز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۹۲ تا ۹۴)

دادگان‌ها توسط سازمان‌ها و ادارات در اختیار آمارگر قرار می‌گیرد. در مورد سن کوچکترین و بزرگترین فرد شرکت‌کننده در کنکور، حتماً باید از دادگان‌ها استفاده کرد. ولی در سایر موارد ذکر شده، می‌توان از آزمایش یا مصاحبه استفاده کرد.

۴

۳✓

۲

۱

(امیر مضموریان، معیارهای گرایش به مرکز، صفحه‌ی ۱۰۱ تا ۱۰۴)

از آنجا که میانه برابر با میانگین داده‌های پنجم و ششم است، تعداد کل داده‌ها ۱۰ تاست.

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$$

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow \bar{x} = \frac{120}{10} = 12$$

۴

۳✓

۲

۱

(همید زرین‌کفش، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۰۷)

ابتدا تفاضل میانه از داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، داریم:

$$-7, -6, -1, 0, 3, 4, 7$$

حال فرض می‌کنیم میانه عدد  $a$  باشد، در این صورت داده‌ها به صورت زیر می‌باشند:

$$-7+a, -6+a, -1+a, a, 3+a, 4+a, 7+a$$

$$\bar{x} = \frac{-7+a -6+a -1+a + a + 3+a + 4+a + 7+a}{7} = a$$

$$\sigma^2 = \frac{(a-7-a)^2 + (a-6-a)^2 + (a-1-a)^2 + (a-a)^2 + (a+3-a)^2 + \dots}{7}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(-7)^2 + (-6)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (3)^2 + (4)^2 + (7)^2}{7}$$

$$= \frac{49 + 36 + 1 + 0 + 9 + 16 + 49}{7} = \frac{160}{7} \approx 22.85$$

دقت کنید برای به‌دست آوردن واریانس داده‌ها از همان ابتدا می‌توانستید واریانس داده‌های  $-7, 0, 3, 4, 6, -6, 3, -1$  را نیز به‌دست آورید، زیرا جواب نهایی مسأله فرق

نمی‌کرد، چرا؟

۴

۳

۲✓

۱

ارزش گزاره‌های (الف)، (ب) و (ت) نادرست‌اند پس ارزش نقیض آنها درست خواهد بود. توجه کنید وقتی داده‌ها مساوی نیستند واریانس آنها صفر نیست ضمناً نمودار (ب) تابع است چون هر خط عمودی دلخواه، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند. ضمناً رنگ‌ها دارای ترتیب خاصی نیستند، پس رنگ خودکارها متغیر کیفی اسمی است نه ترتیبی.

۴

۳

۲✓

۱

رابطه  $f$  تابع است چون عضوهای اول زوج‌های مرتب متفاوتند پس  $p$  درست است پارامتر لزوماً با آماره برابر نیست پس  $q$  نادرست است.

معادله  $۲۵x^2 + ۱۰۰ = ۰$  ریشه حقیقی ندارد زیرا:  $x^2 = -۴$  و می‌دانیم از عدد منفی نمی‌توان جذر گرفت پس  $r$  درست است؛ لذا داریم:

$$\sim [\sim (p \vee q) \Rightarrow \sim r] \equiv \sim [\underbrace{(T \vee F)}_T \Rightarrow \sim T] \equiv \sim [F \Rightarrow F] \equiv \sim T \equiv F$$

$$(p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv \underbrace{(T \Rightarrow F)}_F \Rightarrow T \equiv \underbrace{F \Rightarrow T}_{\text{به انتقای مقدم}} \equiv T$$

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا ارزش گزاره‌های معلوم را به دست می‌آوریم:

$$[\underbrace{(-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3})}_{T} \vee (p \Rightarrow q)] \wedge \underbrace{(N \subseteq Z)}_T \equiv T$$

ترکیب فصلی گزاره درست با هر گزاره دلخواه دیگر دارای ارزش درست است، لذا ارزش گزاره داخل کروشه درست می‌باشد و ترکیب عطفی آن با یک گزاره درست نیز درست می‌باشد.

۴

۳

۲

۱✓

ارزش تک تک گزاره‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\text{الف) } (\sim p \vee r) \Rightarrow q \equiv (\sim T \vee r) \Rightarrow F \equiv (F \vee r) \Rightarrow F$$

ارزش این گزاره به ارزش گزاره  $r$  بستگی دارد زیرا اگر  $r$  درست باشد در این صورت ارزش گزاره شرطی نهایی نادرست است و اگر  $r$  نادرست باشد در این صورت ارزش گزاره شرطی نهایی درست می‌باشد پس ارزش این گزاره را نمی‌توان تعیین کرد.

$$\text{ب) } (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r) \equiv \underbrace{(T \wedge \sim F)}_T \Leftrightarrow \underbrace{(F \Rightarrow r)}_{T \text{ به انتقای مقدم}}$$

$$\equiv T \Leftrightarrow T \equiv T$$

$$\text{پ) } (r \wedge q) \vee (p \Leftrightarrow q) \equiv \underbrace{(r \wedge F)}_F \vee \underbrace{(T \Leftrightarrow F)}_F \equiv F \vee F \equiv F$$

۴

۳

۲

۱ ✓

با استفاده از جدول ارزش گزاره‌ها ثابت می‌شود که ترکیب دوشروطی  $p \Leftrightarrow q$  دارای هم‌ارزی‌های زیر می‌باشد:

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (q \vee p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv (p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$$

۴

۳ ✓

۲

۱

نماد ریاضی قیاس استثنایی به‌طور کلی به صورت زیر می‌باشد:

$$p \Rightarrow q$$

$$\underline{p}$$

$$\therefore q$$

۴ ✓

۳

۲

۱

الف) رابطه داده شده، درست است.  $\Rightarrow \frac{15\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{15 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 15\sqrt{3}$

ب)  $x(5x-1) = 10x \Rightarrow x(5x-1) - 10x = 0$

$$\Rightarrow \frac{x \in \mathbb{R} \text{ است پس می‌تواند}}{\text{صفر هم باشد لذا باید فاکتورگیری کنیم}} x(5x-1-10) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{11}{5} \end{cases}$$

رابطه داده شده نادرست است، چون معادله دو جواب دارد نه یک جواب.

پ) رابطه داده شده نادرست است.  $\Rightarrow \frac{5x}{7} + \frac{3x}{6} = \frac{30x+21x}{42} = \frac{51x}{42}$

ت) نمی‌توان آنها را با هم خط زد پس رابطه داده شده نادرست است.  $\Rightarrow \frac{15y+2}{2}$

۴

۳

۲ ✓

۱

(شقایق راهبریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷)

در رابطه تابع ثابت، مؤلفه‌های دوم تمام زوج‌های مرتب با یکدیگر برابر می‌باشند:

$$A = \{(2, b), (a, -4), (b, 2a - b)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b = -4 \\ 2a - b = -4 \Rightarrow 2a - (-4) = -4 \Rightarrow 2a + 4 = -4 \\ \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

$$A = \{(2, -4), (-4, -4), (-4, -4)\} = \{(2, -4), (-4, -4)\}$$

$$D_A = \{2, -4\}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

(شقایق راهبریان، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷ و ۳۰)

ضابطه تابع ثابت  $f$  را به صورت  $f(x) = k$  در نظر گرفته و ضابطه تابع همانی  $g(x) = x$  می‌باشد، حال داریم:

$$f(-1) + g(3) = k + 3 = 6 \Rightarrow k = 3$$

$$f(x) = 3$$

$$f(-1) \times g(3) = 3 \times 3 = 9$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۰

(ممد بهیرایی، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۳۰)

مختصات نقطه‌ای روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد که طول و عرض (مؤلفه اول و دوم) آن با یکدیگر برابر باشد:

$$A(13m + 1, 10m - 2) \Rightarrow 13m + 1 = 10m - 2$$

$$\Rightarrow 13m - 10m = -2 - 1 \Rightarrow 3m = -3 \Rightarrow m = -1$$

حال مختصات نقطه برابر است با:

$$A(13 \times (-1) + 1, 10 \times (-1) - 2) = (-12, -12)$$

این نقطه در ناحیه سوم محورهای مختصات قرار دارد.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۶۱

(کتاب جامع، گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها، صفحه‌ی ۲ تا ۴ کتاب درسی)

مورد (پ) گزاره نیست چون در ریاضیات، معیاری برای بزرگی یا کوچکی اعداد وجود ندارد.

مورد (ت) هم گزاره نیست چون جمله‌ای امری است نه خبری.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ترکیب فصلی دو گزاره زمانی دارای ارزش درست است که حداقل یکی از آن‌ها درست باشد، پس ابتدا ارزش هر یک از گزاره‌ها را در موارد «الف» تا «ت» به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{\underbrace{(-5 \notin Z)}_F \wedge \underbrace{\left[\frac{2}{3} \times \frac{9}{4} > (-1)^2\right]}_T}_F \quad \text{(الف)}$$

$$\underbrace{\underbrace{\text{معادله } x^2 - 16 = 0 \text{ دو ریشه دارد}}_F \vee \underbrace{\text{یا ۲ بزرگ‌تر از ۳ است}}_T}_T \quad \text{(ب)}$$

$$\underbrace{\underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \text{میانۀ داده‌ها همان چارک} \\ \text{اول است.} \end{array} \right\}}_F \wedge \underbrace{\left\{ \begin{array}{l} \text{مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد} \\ \text{۱۵ عبارتند از ۱، ۳، ۵، ۱۵ و ۱} \end{array} \right\}}_T}_F \quad \text{(پ)}$$

$$\underbrace{\underbrace{(\sqrt{49} - 25 = 7 - 5)}_F \vee \underbrace{(Z \subseteq N)}_F}_F \quad \text{(ت)}$$

با توجه به گزینه‌ها ترکیب فصلی موارد «ب» و «پ» دارای ارزش درست می‌باشد.

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱



با توجه به هم‌ارزی  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$  ارزش گزاره  $p$  در هر ردیف معلوم است، از طرفی ترکیب عطفی دو گزاره زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند و زمانی نادرست است که حداقل یکی از آن‌ها نادرست باشد.

$$q \wedge \sim r \equiv T \Rightarrow \begin{cases} q: \text{درست} \\ \sim r: \text{درست} \end{cases}$$

$$q \wedge \sim r \equiv F \Rightarrow \begin{cases} q: \text{نادرست} \text{ و } \sim r: \text{درست} \\ q: \text{درست} \text{ و } \sim r: \text{نادرست} \\ q: \text{نادرست} \text{ و } \sim r: \text{نادرست} \end{cases}$$

$p \vee (p \wedge q)$	$q \wedge \sim r$	$p$	$q$	$\sim r$
T	T	T	T	T
T	F	T	T یا F	T یا F
F	T	F	T	T
F	F	F	T یا F	T یا F

$p \wedge \sim r$	$(p \wedge \sim r) \vee q$
T	T
T یا F	T یا F
F	T
F	T یا F

۴

۳ ✓

۲

۱

به بررسی تک تک موارد می‌پردازیم و برای گزاره  $p$  دو حالت درست و نادرست را در نظر می‌گیریم:

(الف)

$p$	$\sim p$	$p \Rightarrow \sim p$	$\sim p \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow \sim p) \vee (\sim p \Rightarrow p)$
د	ن	ن	د	د
ن	د	د	ن	د

پس ارزش این گزاره همواره درست است.

(ب)

$p$	$\sim p$	$p \vee \sim p$	$p \wedge \sim p$	$(p \vee \sim p) \Rightarrow (p \wedge \sim p)$
د	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن

پس ارزش این گزاره همواره نادرست است.

(پ)

$p$	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$p \vee \sim p$	$(p \wedge \sim p) \Rightarrow (p \vee \sim p)$
د	ن	ن	د	د
ن	د	ن	د	د

پس ارزش این گزاره همواره درست است.

پس ارزش گزاره‌های (الف) و (پ) همواره درست است.

۴

۳ ✓

۲

۱

راه حل اول: با توجه به جدول ارزش گزاره‌ها داریم:

p	q	~ p	~ q	$p \wedge \sim q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	ن	ن	د
د	ن	ن	د	د	ن
ن	د	د	ن	ن	د
ن	ن	د	د	ن	د

$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$	$\sim p \Rightarrow q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
ن	د	ن
د	د	د
د	ن	د

$p \Rightarrow \sim q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$
ن	د
د	د
د	ن
د	د

همان‌طور که در جدول بالا مشاهده می‌کنید گزاره صورت سؤال هم‌ارز گزاره  $p \Rightarrow q$  است، زیرا به ازای هر گزاره  $p$  و  $q$  ارزش درستی یا نادرستی آن‌ها با یکدیگر یکسان است.

راه حل دوم: با استفاده از هم‌ارزی دموورگان داریم:

$$(p \wedge \sim q) \Rightarrow (\sim p \vee q)$$

$$\equiv (p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \xrightarrow{p \wedge \sim q \equiv X} X \Rightarrow \sim X \equiv \sim X$$

پس حاصل هم‌ارزی خواسته سؤال معادل  $\sim (p \wedge \sim q)$  می‌باشد، حال داریم:

$$\sim (p \wedge \sim q) \equiv \sim p \vee q \equiv p \Rightarrow q$$

۴

۳

۲ ✓

۱

برای اثبات حکم  $p \Rightarrow q$  به کمک عکس نقیض گزاره باید گزاره شرطی  $\sim q \Rightarrow \sim p$  را ثابت کنیم. پس باید گزاره شرطی «اگر  $n$  زوج باشد، آنگاه  $n^2$  زوج است.» را ثابت کنیم.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۶۷

(کتاب جامع، استدلال ریاضی، صفحه‌ی ۱۶ تا ۱۸ کتاب درسی)

هیچ کدام طول وتر جدید را درست محاسبه نکرده‌اند زیرا وتر در حالت جدید برابر است با:

$$c'^2 = (2a)^2 + \left(\frac{b}{3}\right)^2 = 4a^2 + \frac{b^2}{9} = \frac{36a^2 + b^2}{9} \xrightarrow{c' > 0} c' = \frac{\sqrt{36a^2 + b^2}}{3}$$

۴ ✓                       ۳                       ۲                       ۱

-۶۸

(کتاب جامع، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

در تابع ثابت مقدار تابع به ازای هر عدد همواره مقداری ثابت است در نتیجه داریم:

$$f(a) + f(b) = f(a)f(b) \Rightarrow k + k = k \times k$$

$$2k = k^2 \Rightarrow k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k(k - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2 \end{cases}$$

در نتیجه مقادیر  $k$ ،  $\{0, 2\}$  می‌باشد و در کل دو تابع ثابت با این شرط وجود دارد.

۴                       ۳                       ۲ ✓                       ۱

-۶۹

(کتاب جامع، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۵ تا ۲۷ کتاب درسی)

چون دامنه تابع  $f$  برابر با  $R$  و برد آن تک‌عضوی است، پس تابع  $f$ ، تابع ثابت است و مقادیر آن به  $x$  وابسته نیست. بنابراین باید ضرایب  $x$  و  $x^2$  صفر باشند. یعنی:

$$\begin{cases} b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

با جایگذاری مقادیر  $a$  و  $b$  در  $f$  داریم:

$$f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع  $f$  برابر با  $\{2c - 3\}$  است، پس:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

بنابراین:

$$a + b + c = 10$$

۴                       ۳                       ۲                       ۱ ✓

(کتاب جامع، توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی، صفحه‌ی ۲۷ تا ۲۹ کتاب درسی)  
چون  $۵ > ۱$  است، برای یافتن  $f(۵)$  از ضابطه بالایی و چون  $-۸ < ۱$  است برای محاسبه  $f(-۸)$  از ضابطه پایینی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(۵) = \sqrt{۵-۱} = ۲ \\ f(-۸) = \sqrt{۸+۱} = ۳ \end{cases} \Rightarrow \frac{f(۵) + ۲f(-۸)}{۲} = \frac{۲+۶}{۲} = ۴$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۲۶ تا ۳۳ کتاب درسی)

سن فعلی حمید را  $x$  و سن فعلی خواهرش را  $y$  فرض می‌کنیم. داریم:

$$x = ۲y - ۴ \quad (۱)$$

$$\text{پنج سال دیگر: } (y + ۵) = ۰ / ۸(x + ۵) \Rightarrow y + ۵ = ۰ / ۸x + ۴$$

$$\Rightarrow y = ۰ / ۸x - ۱ \quad (۲)$$

مقدار  $y$  از رابطه (۲) را در (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$x = ۲(۰ / ۸x - ۱) - ۴ \Rightarrow x = ۱ / ۶x - ۲ - ۴$$

$$\Rightarrow ۶ = ۰ / ۶x \Rightarrow x = \frac{۶}{۰ / ۶} = ۱۰ \xrightarrow{(۲)} y = ۷$$

$$\Rightarrow x + y = ۱۰ + ۷ = ۱۷$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸ کتاب درسی)

در معادله درجه دوم هنگامی که تفاضل دو ریشه برابر صفر است، ریشه‌های معادله با یکدیگر برابرند، در این حالت معادله دارای ریشه مضاعف است و مبین معادله یا  $\Delta$  برابر صفر است، داریم:

$$ax^2 - 12x + 9 = 0 \xrightarrow{\text{مقایسه با فرم استاندارد}} a'x^2 + b'x + c' = 0$$

$$\begin{cases} a' = a \\ b' = -12 \Rightarrow \Delta = b'^2 - 4a'c' = (-12)^2 - 4(a)(9) = 0 \\ c' = 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = 144 - 36a = 0 \Rightarrow 36a = 144 \Rightarrow a = \frac{144}{36} = 4$$

پس معادله به فرم  $4x^2 - 12x + 9 = 0$  می‌باشد که ریشه مضاعف آن از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = \frac{-b'}{2a'} = \frac{-(-12)}{2 \times 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

$$f = \{(1, 2), (m, 1), (1, m^2 + m), (m^2 - 2, m + 1)\}$$

برای این‌که رابطه  $f$  تابع باشد، می‌بایست مؤلفه‌های دوم دو زوج مرتب  $(1, 2)$  و

$(1, m^2 + m)$  با یکدیگر برابر باشند، لذا داریم:

$$(1, 2) = (1, m^2 + m) \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (m + 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m + 2 = 0 \Rightarrow m = -2 \\ m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \end{cases}$$

حال به ازای مقادیر مختلف  $m$  رابطه را بررسی می‌کنیم:

$$m = -2$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (1, (-2)^2 + (-2)), ((-2)^2 - 2, -2 + 1)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (1, 2), (2, -1)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 1), (2, -1)\}$$

رابطه تابع است و با توجه به گزینه‌ها زوج مرتب  $(2, 1)$  عضو تابع نیست.

$$m = 1 \Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (1, 1^2 + 1), (1^2 - 2, 1 + 1)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (1, 2), (-1, 2)\}$$

$$\Rightarrow f = \{(1, 2), (1, 1), (-1, 2)\} \text{ رابطه تابع نیست}$$

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

در این مسأله قیمت فروش کالا داده نشده است. پس نمی‌توان تابع درآمد شرکت را به دست آورد ولی طبق صورت سؤال به ازای فروش ۶۰ واحد کالا شرکت نه ضرر می‌کند و نه سود یعنی به ازای فروش ۶۰ واحد کالا درآمد شرکت و هزینه شرکت برابر است.

پس ابتدا هزینه تولید ۶۰ واحد کالا را می‌یابیم:

$$C(60) = 3000 + 50 \times 60 = 3000 + 3000 = 6000$$

این مقدار برابر درآمد شرکت به ازای ۶۰ واحد کالا می‌باشد.

یعنی شرکت هر واحد کالا را  $\frac{6000}{60} = 100$  تومان فروخته است. پس تابع درآمد

شرکت  $R(x) = 100x$  است. حال تابع سود شرکت را به دست می‌آوریم:

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow P(x) = 100x - (3000 + 50x)$$

$$= 100x - 3000 - 50x \Rightarrow P(x) = 50x - 3000$$

حال به ازای تولید ۱۸۰ واحد کالا سود شرکت را می‌یابیم:

$$P(180) = 50 \times 180 - 3000 = 9000 - 3000 = 6000$$

۴

۳

۲

۱ ✓



(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

ابتدا با توجه به معادله سهمی، مختصات رأس آن را می‌یابیم، سپس با توجه به جدول زیر از طریق نقطه‌یابی، نمودار آن را رسم می‌کنیم:

$$y = 2x^2 - 8x + 1$$

$$x_v = \frac{-(-8)}{2 \times 2} = \frac{8}{4} = 2$$

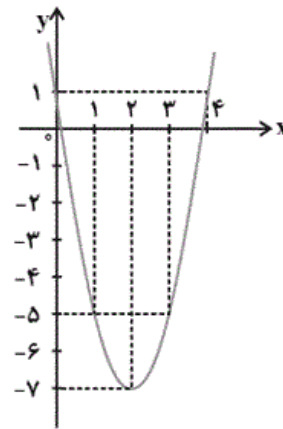
طول رأس سهمی

عرض رأس سهمی برابر است با:

$$y = 2 \times (2)^2 - 8 \times (2) + 1 = 8 - 16 + 1 = -7$$

حال با توجه به جدول زیر داریم:

x	۰	۱	۲	۳	۴
y	۱	-۵	-۷	-۵	۱



با توجه به نمودار رسم شده، این نمودار از ناحیه سوم محورهای مختصات عبور نمی‌کند.

 ۴

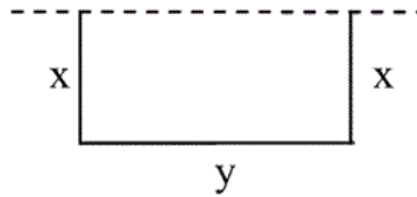
 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶ کتاب درسی)

با توجه به شکل مسأله، اگر عرض زمین را  $x$  در نظر بگیریم و طول آن را  $y$ ، طول سیم بر حسب  $x$  و  $y$  برابر است با:



$$\text{طول سیم} : 2x + y = 600 \Rightarrow y = 600 - 2x \quad (1)$$

حال برای به دست آوردن ماکزیمم مساحت مستطیل مورد نظر که معادله یک سهمی بر حسب  $x$  است، کافی است عرض رأس سهمی را به دست آوریم:

$$S = xy \xrightarrow{(1)} S = x(600 - 2x) = -2x^2 + 600x$$

$$\Rightarrow \text{طول رأس سهمی} : x_v = \frac{-(600)}{2 \times (-2)} = \frac{-600}{-4} = 150$$

حال با جایگذاری  $x = 150$  در معادله سهمی، ماکزیمم مقدار  $S$  به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} S &= -2 \times (150)^2 + 600 \times 150 = -2 \times 22500 + 90000 \\ &= -45000 + 90000 = 45000 \end{aligned}$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی، چند اتحاد جبری و کاربردها، صفحه‌ی ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)

با فاکتورگیری عامل  $(a-2)$  و استفاده از اتحاد جمله مشترک عبارت را ساده می‌کنیم:

$$a(a-2)(a-3) - 4a + 8 = a(a-2)(a-3) - 4(a-2)$$

$$= (a-2)(a(a-3) - 4) = (a-2)(a^2 - 3a - 4)$$

$$= (a-2)(a^2 + (1-4)a + (1)(-4)) = (a-2)(a+1)(a-4)$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا حاصل هر پرانتز را جداگانه ساده می‌کنیم:

اتحاد مکعب تفاضل دو جمله‌ای

$$\text{پرانتز اول: } x^3 - 6x^2 + 12x - 8$$

$$= x^3 - 3 \times x^2 \times 2 + 3 \times x \times (2)^2 - 2^3 = (x-2)^3$$

$$\text{پرانتز دوم: } \frac{x}{\underbrace{x^2 - 4x + 4}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}}} - \frac{1}{x-2} = \frac{x}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2}$$

$$\xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} = \frac{x}{(x-2)^2} - \frac{1 \times (x-2)}{(x-2)(x-2)}$$

$$= \frac{x - (x-2)}{(x-2)^2} = \frac{x - x + 2}{(x-2)^2} = \frac{2}{(x-2)^2}$$

برای به دست آوردن حاصل عبارت مورد نظر، ساده شده هر یک از پرانتزها را جایگذاری می‌کنیم:

$$\text{پرانتز اول} \times \text{پرانتز دوم} = (x-2)^3 \times \frac{2}{(x-2)^2} = 2(x-2) = 2x - 4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

داده‌های جدید از ضرب عدد ۲ در داده‌های اولیه و سپس جمع داده‌های حاصل با عدد ۳ به دست می‌آیند بنابراین:

$$\bar{x}_2 = 2\bar{x}_1 + 3$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{a + (a+1) + (a+2) + (a+3) + (a+4)}{5} \\ &= \frac{5a + 10}{5} = a + 2 \end{aligned}$$

$$\bar{x}_2 - \bar{x}_1 = 2\bar{x}_1 + 3 - \bar{x}_1 = \bar{x}_1 + 3 = (a+2) + 3 = a+5$$

۴ ✓

۳

۲

۱

۹۰-

(کتاب آبی، معیارهای پراکندگی، صفحه‌ی ۱۰۵ تا ۱۱۴ کتاب درسی)

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم، سپس چارک‌های اول، دوم و سوم را می‌یابیم و در نهایت دامنه میان چارکی که برابر اختلاف چارک سوم و اول است را به دست می‌آوریم. سپس دامنه تغییرات که برابر اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده است را می‌یابیم:

$$Q_1 \quad Q_2$$

$$19/8, 21/4, \underline{35/6}, 37/2, 39/5, \underline{55/5}, 65/8, 69/7$$

$$Q_3$$

$$, 71/3, 85/7, 87/3$$

$$\text{دامنه میان چارکی: } Q_3 - Q_1 = 71/3 - 35/6 = 35/7$$

$$\text{دامنه تغییرات} = \text{کوچک‌ترین داده} - \text{بزرگترین داده} = 87/3 - 19/8 = 67/5$$

۴

۳

۲

۱

۷۳-

(امیر مهوریان، معادله و مسائل توصیفی، صفحه‌ی ۳۲)

از آنجا که در معادل ریاضی عبارت داده شده جمله‌ای با درجه یک وجود ندارد، این کلمه حرف یک نقطه‌ای ندارد (گزینه ۱ رد می‌شود)  
از آنجایی که در این معادل‌سازی، عدد «۲» وجود دارد ولی حرف دوم الفبا یعنی «ب» یک نقطه‌ای است، پس این «۲» که مربوط به حروف بدون نقطه است باید از حاصل جمع دو عدد یک بدست آمده باشد؛ یعنی کلمه مورد نظر باید دو تا «الف» داشته باشد بنابراین تنها کلمه «اشتقاق» می‌تواند صحیح باشد.

۴

۳

۲

۱

۷۴-

(هاری پلور، حل معادله درجه ۲ و کاربردها، صفحه‌ی ۴۳ تا ۴۸)

ابتدا معادله را به فرم استاندارد  $ax^2 + bx + c = 0$  تبدیل می‌کنیم:

$$(x-2)(2x+1) = 3x+6 \Rightarrow 2x^2 + x - 4x - 2 = 3x + 6$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 3x + 6 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 - 3x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x - 8 = 0 \xrightarrow{\text{طرفین معادله را تقسیم بر ۲ می‌کنیم}} x^2 - 3x - 4 = 0$$

مجموع ریشه‌های معادله در صورت وجود از رابطه  $\frac{-b}{a}$  بدست می‌آید:

$$\text{مجموع ریشه‌ها: } S = -\frac{(-3)}{1} = 3$$

۴

۳

۲

۱

-۷۵

(امیر زراتروز، مفهوم تابع، صفحه‌ی ۵۶ تا ۶۵)

برای تابع بودن باید هر خط عمودی دلخواه (هر خط موازی محور عرض‌ها) باید نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، لذا فقط نمودار گزینه «۲» بیان‌گر یک تابع است.

۴

۳

۲✓

۱

-۷۶

(فرزاد روشنی، نمودار تابع خطی، صفحه‌ی ۷۲ تا ۷۸)

$$f(x) = \frac{1}{2}x + a \xrightarrow{f(-4)=3} \frac{1}{2} \times (-4) + a = 3$$

$$\Rightarrow -2 + a = 3 \Rightarrow a = 5$$

پس ضابطه تابع به فرم  $f(x) = \frac{1}{2}x + 5$  می‌باشد، حال داریم:

$$f(m) = \frac{1}{2}m + 5 \xrightarrow{f(m)=2} \frac{1}{2}m + 5 = 2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m = -3 \Rightarrow m = -6$$

۴✓

۳

۲

۱

-۷۷

(مهمد بهیرایی، نمودار تابع درجه ۲، صفحه‌ی ۷۹ تا ۸۶)

ماکسیمم مقدار تابع  $y = ax^2 + bx + c$  با شرط  $a < 0$  برابر عرض رأس سهمی

می‌باشد. برای بدست آوردن عرض رأس سهمی ابتدا طول رأس را از رابطه  $x = \frac{-b}{2a}$

بدست می‌آوریم:

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + n$$

$$\text{طول رأس: } x = \frac{-4}{2 \times (-\frac{1}{2})} = \frac{-4}{-1} = 4$$

$$\text{عرض رأس: } y = -\frac{1}{2} \times (4)^2 + 4 \times 4 + n = -8 + 16 + n = n + 8 \xrightarrow{y=3}$$

$$n + 8 = 3 \Rightarrow n = -5$$

۴

۳

۲✓

۱

با استفاده از رابطه‌ی زیر ابتدا حاصل  $xy$  را می‌یابیم:

$$x^3 + y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$$

$$392 = 8^3 - 8(3)(xy) \Rightarrow (xy) = \frac{120}{24} = 5$$

$$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 64 - 10 = 54$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(هادی پلاور، عبارتهای گویا، صفحه‌ی ۱۹ و ۲۰)

با استفاده از اتحادها عبارتهای صورت و مخرج هر یک از کسرها را ساده می‌کنیم:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} \times \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)(x+3)} = \frac{x-3}{x+3}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیر زرانروز، گردآوری داده‌ها، صفحه‌ی ۱۸ تا ۹۵)

جامعه آماری، کل محصولات روزانه است که تعداد آنها ۲۰۰ دستگاه می‌باشد. نمونه

تصادفی، زیر مجموعه‌ای از جامعه است که به‌طور تصادفی انتخاب شده باشد و با توجه به

متن سؤال، تعداد اعضای نمونه برابر ۲۰ می‌باشد و آماره مربوط به خودروهای با مشکل

فنی برابر است با:

$$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر میانگین ۴ داده اول را  $\bar{x}$  و میانگین ۵ داده دوم را  $\bar{y}$  در نظر بگیریم، داریم:

$$\bar{x} - \bar{y} = 3/6 \quad (1)$$

از طرفی میانگین کل ۹ داده برابر  $\bar{z} = 18$  شده است، لذا داریم:

$$\text{میانگین کل داده‌ها} = \frac{\text{مجموع کل داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \Rightarrow \bar{z} = \frac{4\bar{x} + 5\bar{y}}{9}$$

$$\Rightarrow 4\bar{x} + 5\bar{y} = 9\bar{z} \xrightarrow{\bar{z}=18} 4\bar{x} + 5\bar{y} = 9 \times 18 = 162 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} \bar{x} - \bar{y} = 3/6 \\ 4\bar{x} + 5\bar{y} = 162 \end{cases} \xrightarrow{\times 5} \begin{cases} 5\bar{x} - 5\bar{y} = 18 \\ 4\bar{x} + 5\bar{y} = 162 \end{cases}$$

$$9\bar{x} = 180 \Rightarrow \bar{x} = 20$$

$$\xrightarrow{(1)} \bar{y} = 20 - 3/6 = 16/4$$

۴ ✓

۳

۲

۱

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کرده سپس چارک‌ها را پیدا می‌کنیم:

۱, ۲, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۸

↓      ↓      ↓  
Q<sub>1</sub>   Q<sub>2</sub>   Q<sub>3</sub>

$$\xrightarrow{\text{داده‌های مطلوب}} 3, 4, 5 \Rightarrow \bar{x} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(3-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2}{3} = \frac{1+1}{3} = \frac{2}{3}$$

۴

۳ ✓

۲

۱