



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

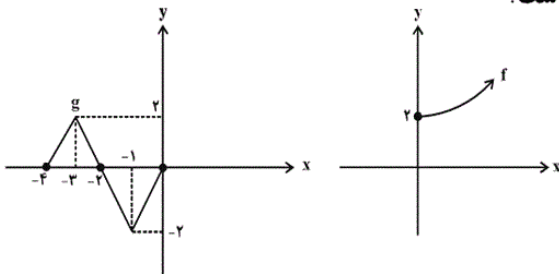
۹۱- در تابع با ضابطه $f(x) = ax^5 + bx^3 + 3x + c$ اگر داشته باشیم: $f(-1) = -2$, $f(1) = 0$; آنگاه حاصل $3(a+b) + 2c$ کدام است؟

- (۱) -۸ (۲) -۶ (۳) -۴ (۴) -۱۲

۹۲- خط به معادله $y = y_0$ ، با منحنی به معادله $y = |x^2 - 2x - 3|$ ، فقط ۳ نقطه مشترک دارد. مقدار y_0 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

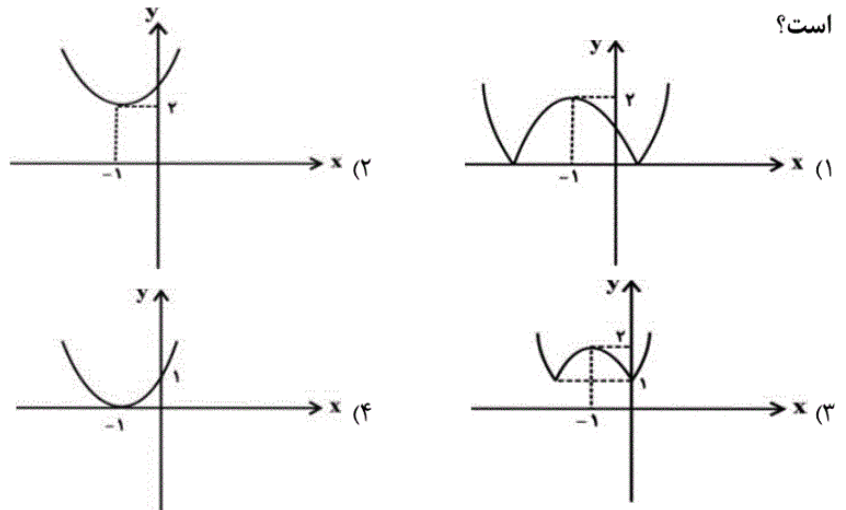
۹۳- اگر نمودارهای توابع f و g به صورت زیر باشند، دامنه تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟



- (۱) $[-4, 0]$
(۲) $[-4, -2] \cup \{0\}$
(۳) $[0, 2]$
(۴) $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$

۹۴- اگر خط به معادله $x = -1$ محور تقارن نمودار تابع با ضابطه $f(x) = mx^2 + (m-1)x + 1$ باشد، آنگاه نمودار تابع $y = |f(x)|$ کدام

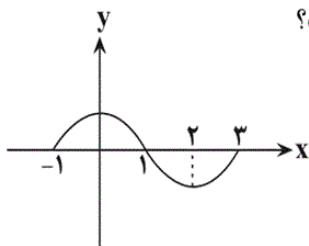
است؟



۹۵- اگر $g(x) = x^3 - x$ و $(f \circ g)(x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$ باشند، حاصل $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۰

۹۶- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ است. نمودار تابع $y = f(1-x)$ در کدام فاصله اکیداً نزولی است؟



(۱) $[-4, -3]$

(۲) $(-3, -1)$

(۳) $(-1, 1)$

(۴) $[1, 2]$

۹۷- اگر $g(x) = \sqrt{-x^2 - x}$ و $f(x) = -\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x}$ باشند، آن گاه دامنه تابع $(g \circ f)(x)$ کدام است؟

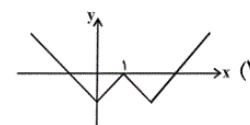
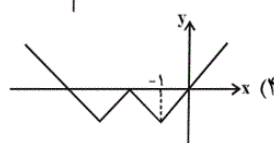
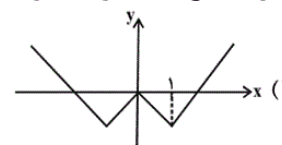
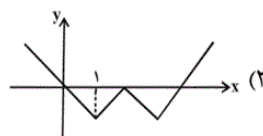
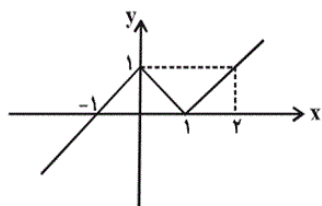
(۴) $(-1, 1) - \{0\}$

(۳) \emptyset

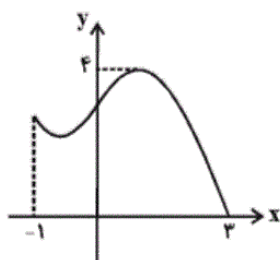
(۲) $(-2, 0)$

(۱) $[-1, 0)$

۹۸- نمودار تابع f به صورت زیر است، نمودار تابع $y = |f(-x+2)| - 1$ کدام است؟



۹۹- اگر تمام نمودار تابع $y = 3f(2x) + 1$ به صورت زیر باشد، دامنه تابع $y = f(\frac{x}{3}) + 3$ کدام است؟



(۱) $[-2, 6]$

(۲) $[-4, 12]$

(۳) $[-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}]$

(۴) $[-1, 3]$

۱۰۰- اگر $f(x) = \frac{3x-2}{x+3}$ و $g(x) = x-2$ باشند، آنگاه قدرمطلق تفاضل ریشه‌های معادله $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $4\sqrt{3}$

(۲) ۴

(۱) $2\sqrt{3}$

-۹۱

(علی مرشد)

$$f(x) = ax^5 + bx^3 + 3x + c \Rightarrow \begin{cases} f(1) = a + b + 3 + c = 0 \\ f(-1) = -a - b - 3 + c = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (a + b) = -3 - c \\ (a + b) = -1 + c \end{cases} \xrightarrow{\text{تفاضل}} 2c + 2 = 0$$

$$\Rightarrow c = -1, a + b = -2$$

در نتیجه:

$$3(a + b) + 2c = 3(-2) + 2(-1) = -8$$

(ریاضی ۳، صفحه ۲)

۴

۳

۲

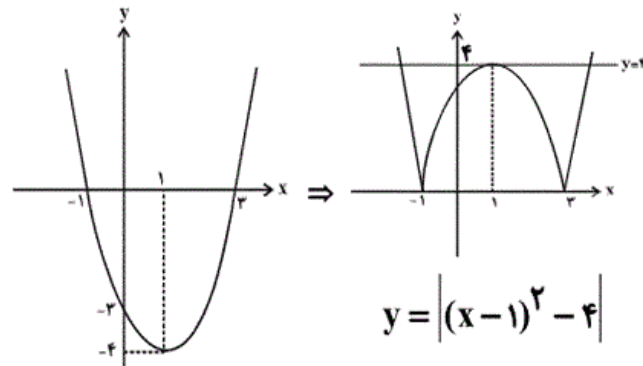
۱ ✓

-۹۲

(علی ساوویی)

ابتدا نمودار منحنی به معادله $y = |x^2 - 2x - 3| = |(x-1)^2 - 4|$ را رسم

می‌کنیم:



$$y = (x-1)^2 - 4$$

همان‌طور که در شکل ملاحظه می‌کنید، خط به معادله $y = y_0$ زمانی با منحنی

به معادله $y = |x^2 - 2x - 3|$ دارای سه نقطه مشترک است که $y_0 = 4$ باشد.

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

(ریاضی ۳، صفحه ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(بایک سادات)

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (۱)$$

$$D_g = [-۴, ۰] \quad (۲)$$

$$D_f = [۰, +\infty) \quad (۳)$$

$$(۱), (۲), (۳) \Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \in [-۴, ۰] \mid g(x) \geq ۰\}$$

با توجه به شکل به ازای $x \in [-۴, -۲]$ و $x = ۰$ ، تابع g بزرگتر یا مساوی صفر است، پس داریم:

$$\Rightarrow D_{f \circ g} = [-۴, -۲] \cup \{۰\}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

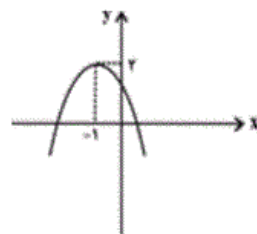
$$y = mx^2 + (m-1)x + 1$$

$$\Rightarrow \text{محور تقارن: } x = \frac{-(m-1)}{2m} = -1 \Rightarrow 1 - m = -2m \Rightarrow m = -1$$

$$\xrightarrow{m=-1} \text{ضابطه تابع: } y = -x^2 - 2x + 1$$

$$= -(x+1)^2 + 2$$

برای رسم نمودار تابع $y = |f(x)|$ ، ابتدا نمودار تابع $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌هایی را که زیر محور x قرار دارد، نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم:



$$y = -(x+1)^2 + 2$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

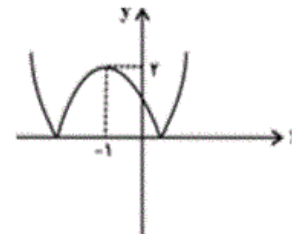
(ریاضی ۳، صفحه ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓



$$y = |-(x+1)^2 + 2|$$

در تابع fog داریم:

$$(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^3 - x) = x^6 - 2x^4 + x^2 + 1$$

$$\frac{x^3 - x = t}{x^6 - 2x^4 + x^2 = t^2} \rightarrow f(t) = t^2 + 1$$

$$f(3) = 3^2 + 1 = 10$$

برای به دست آوردن $f(3)$ داریم:

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

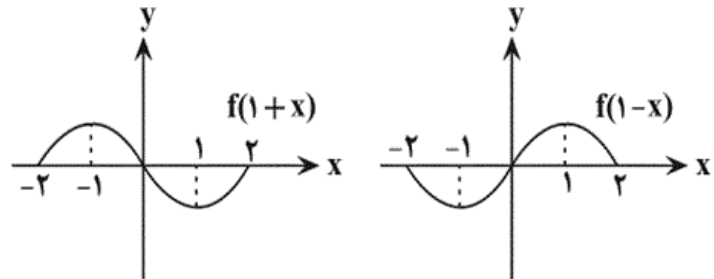
۴ ✓

۳

۲

۱

(موردی ملایم‌فانی)

نمودار تابع $y = f(1-x)$ را با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌کنیم:

برای رسم نمودار $f(1+x)$ ، نمودار $f(x)$ را یک واحد به سمت چپ می‌بریم و برای رسم نمودار $f(1-x)$ ، نمودار تابع $f(1+x)$ را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم. مطابق شکل نمودار حاصل در فاصله‌های $[-2, -1]$ و $[1, 2]$ اکیداً نزولی است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و ۱۵ تا ۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$D_f : x^2 + 2x \neq 0 \Rightarrow x(x+2) \neq 0 \Rightarrow x \neq 0, -2$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0, -2\}$$

$$D_{g \circ f} : \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \neq 0, -2 \mid f(x) \in [-1, 0]\}$$

$$-1 \leq -\frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \leq 0 \Rightarrow 0 \leq \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} \leq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x > 0 \\ \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 + 2x} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{2}{x^2 + 2x} \leq 0 \Rightarrow x^2 + 2x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \emptyset$$

توجه: صورت کسر $(x^2 + 2x + 2)$ همواره مثبت است، پس باید مخرج کسر $(x^2 + 2x)$ نیز مثبت باشد تا حاصل کسر عددی مثبت شود.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳ ✓

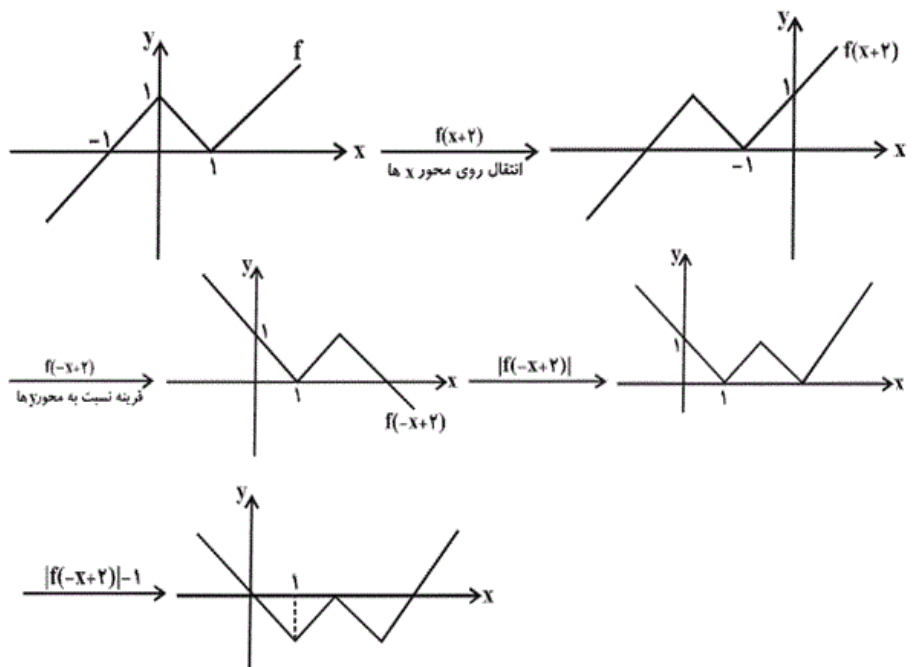
۲

۱

۹۸-

(سینا ممبر پور)

روش اول:



روش دوم:

$$g(x) = |f(-x+2)| - 1 \Rightarrow g(0) = |f(2)| - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$g(3) = |f(-1)| - 1 = 0 - 1 = -1 \quad \text{و} \quad g(1) = |f(1)| - 1 = -1$$

که این مقادیر فقط در نمودار گزینه «۲» صدق می‌کند.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین اسفینی)

$$-1 \leq x \leq 3 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 6$$

$$\Rightarrow D_{f(x)} = [-2, 6]$$

$$-2 \leq \frac{x}{2} \leq 6 \Rightarrow -4 \leq x \leq 12 \Rightarrow D_{f\left(\frac{x}{2}\right)} = [-4, 12]$$

$$D_{f\left(\frac{x}{2}\right)+3} = [-4, 12]$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ تا ۲۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(علی مرشد)

-۱۰۰

ابتدا توابع **fog** و **gof** را تشکیل می‌دهیم:

$$f(x) = \frac{3x-2}{x+3}, g(x) = x-2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (fog)(x) = f(x-2) = \frac{3(x-2)-2}{(x-2)+3} = \frac{3x-8}{x+1} \\ (gof)(x) = g\left(\frac{3x-2}{x+3}\right) = \frac{3x-2}{x+3} - 2 = \frac{x-8}{x+3} \end{array} \right.$$

$$(fog)(x) = (gof)(x) \Rightarrow \frac{3x-8}{x+1} = \frac{x-8}{x+3}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + x - 24 = x^2 - 7x - 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 8x - 16 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 8 = 0, \Delta = 16 - 4(-8)(1) = 48$$

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_1 = \frac{-4 + \sqrt{48}}{2} = -2 + 2\sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-4 - \sqrt{48}}{2} = -2 - 2\sqrt{3} \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{\text{قدرمطلق تفاضل ریشه‌ها}} |(-2 + 2\sqrt{3}) - (-2 - 2\sqrt{3})| = 4\sqrt{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴، ۲۲ و ۲۳)

۴

۳ ✓

۲

۱