



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

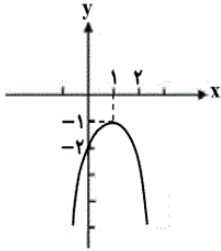
(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، تابع -

۱۰۳- نمودار تابع $y = f(x-2) - 3$ که از نوع چند جمله‌ای درجه دوم می‌باشد، به صورت زیر است. تساوی $f(x) = \frac{1}{2}$ به ازای کدام مقدار



برای x برقرار است؟

$$-1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (2)$$

$$\frac{-1 - \sqrt{3}}{2} \quad (4)$$

$$-1 + \frac{3}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{-2 + \sqrt{6}}{2} \quad (3)$$

۱۰۴- برد تابع با ضابطه $h(x) = \begin{cases} -2x - 3 & , x < 1 \\ x - 4 & , 1 \leq x \leq 2 \\ x + 2 & , 2 < x \end{cases}$ کدام است؟

$$[-3, 4) \quad (4)$$

$$(-5, 4) \quad (3)$$

$$(-5, +\infty) \quad (2)$$

$$R \quad (1)$$

۱۰۵- تابع $f(x) = ax^2 + x + b$ مفروض است. نمودار تابع f ، خط $y = -x$ را در نقطه‌ای به طول ۲ و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. نمودار تابع f از کدام یک از نقاط زیر عبور می‌کند؟

$$\left(3, \frac{-63}{4}\right) \quad (4)$$

$$\left(3, \frac{63}{4}\right) \quad (3)$$

$$\left(-3, \frac{-63}{4}\right) \quad (2)$$

$$\left(-3, \frac{63}{4}\right) \quad (1)$$

ریاضی ۱، معادله ها و نامعادله ها

۱۰۶- در کدام بازه نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{x^2 - 1}{2x - 1}$ ، پایین تر از خط به معادله $y = x + 1$ ، قرار نمی‌گیرد؟

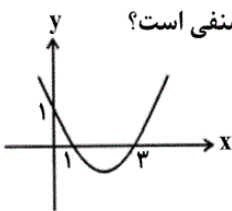
$$(-\infty, -1] \cup \left[0, \frac{1}{2}\right) \quad (4)$$

$$(-\infty, -1) \cup \left[0, \frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

$$\left[-1, \frac{1}{2}\right] \quad (2)$$

$$\left[-1, \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

۱۰۱- اگر نمودار تابع $y = ax^2 + bx + c$ به شکل زیر باشد، آنگاه عبارت $cx^2 + bx + a$ به ازای چه مقادیری از x ، منفی است؟



$$\frac{1}{3} < x < 1 \quad (2)$$

$$x < \frac{4}{3} \text{ یا } 2 < x \quad (1)$$

$$x > 1 \text{ یا } x < \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3} < x < 2 \quad (3)$$

۱۰۲- به ازای کدام مقدار a ، تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 - 2x + a$ ، روی محور x ها بیشترین مقدار خود را دارد؟

$$a \text{ هیچ مقدار} \quad (4)$$

$$a = -1 \text{ فقط} \quad (3)$$

$$a = 1 \text{ فقط} \quad (2)$$

$$a = \pm 1 \quad (1)$$

۱۰۷- مریم، زهرا و مینا به همراه ۳ نفر از دوستانشان به چند طریق می‌توانند در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوری که زهرا بین مریم و مینا (نه لزوماً بلافاصله) قرار گیرد؟

- ۳۶۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

۱۰۸- ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده‌ایم که رقم‌های زوج کنار هم نباشند، تعداد اعداد پنج‌رقمی حاصل کدام است؟

- ۷۲ (۱) ۲۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴)

۱۰۹- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه دارد که شامل عضوهای ۱، ۴ و ۵ باشد ولی شامل عضو ۳ نباشد؟

- ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۱۲۸ (۳) ۵۱۲ (۴)

۱۱۰- با ارقام ۰، ۲، ۵، ۸، ۹ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ (بدون تکرار ارقام) می‌توان ساخت؟

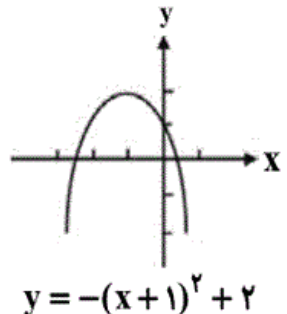
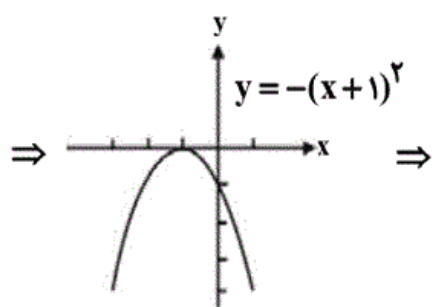
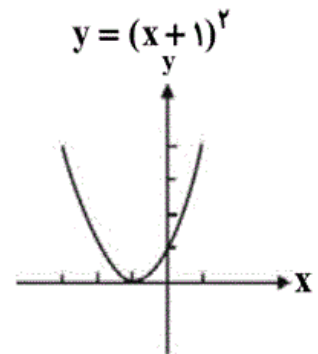
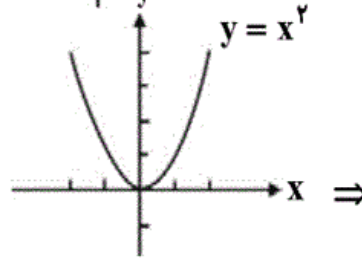
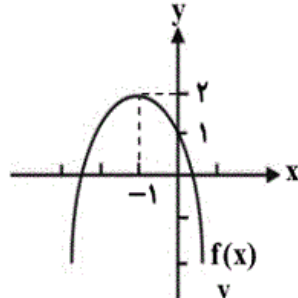
- ۲۱ (۱) ۱۲ (۲) ۲۵ (۳) ۱۸ (۴)

(مصطفی کرمی)

ابتدا با انتقال نمودار تابع $f(x-2)-3$ به اندازه ۳ واحد در جهت مثبت محور عرض‌ها و ۲ واحد در جهت منفی محور طول‌ها، نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر به دست خواهد آمد:

به کمک رسم نمودار تابع $y=x^2$ و انتقال آن، مشخص می‌شود که

زیرا: $f(x) = -(x+1)^2 + 2$



$$f(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow -(x+1)^2 + 2 = \frac{1}{2} \Rightarrow -(x+1)^2 = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x+1 = \pm \sqrt{\frac{3}{2}} = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \Rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۱۱۳ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا برد تک تک ضابطه‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x < 1 \Rightarrow -2x > -2 \Rightarrow -2x - 3 > -5 \\ \Rightarrow R_1 = (-5, +\infty) \\ 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -3 \leq x - 4 \leq -2 \Rightarrow R_2 = [-3, -2] \\ x > 2 \Rightarrow x + 2 > 4 \Rightarrow R_3 = (4, +\infty) \end{cases}$$

$$R_H = R_1 \cup R_2 \cup R_3 = (-5, +\infty)$$

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(موردار ملونری)

از اطلاعات صورت سؤال نتیجه می‌شود که نقاط $(2, -2)$ و $(0, 3)$ روی نمودار تابع f واقع‌اند. بنابراین:

$$\begin{cases} f(0) = 3 \Rightarrow a(0)^2 + (0) + b = 3 \Rightarrow b = 3 \\ f(2) = -2 \Rightarrow a(2)^2 + 2 + 3 = -2 \Rightarrow 4a = -7 \Rightarrow a = -\frac{7}{4} \end{cases}$$

به ازای $x = -3$ مقدار تابع برابر $-\frac{63}{4}$ است؛ یعنی نمودار تابع $f(x) = -\frac{7}{4}x^2 + x + 3$

از نقطه $(-3, -\frac{63}{4})$ می‌گذرد.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲ و ۱۰۹ تا ۱۱۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر نمودار تابع $y = \frac{x^2 - 1}{2x - 1}$ پایین تر از خط $y = x + 1$ قرار نگیرد، یا $\frac{x^2 - 1}{2x - 1}$ بزرگ تر از $x + 1$ است یا با آن مساوی است:

$$\frac{x^2 - 1}{2x - 1} \geq x + 1 \Rightarrow \frac{x^2 - 1}{2x - 1} - x - 1 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 1 - 2x^2 + x - 2x + 1}{2x - 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 - x}{2x - 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه‌های صورت: } -x^2 - x = 0 \Rightarrow -x(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases} \\ \text{ریشه مخرج: } 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

با تعیین علامت عبارت $\frac{-x^2 - x}{2x - 1}$ جواب نامعادله را به دست می‌آوریم:

$$\text{جواب} = (-\infty, -1] \cup [0, \frac{1}{2})$$

x	-1	0	$\frac{1}{2}$
عبارت	+	-	+
	+	-	+

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

مطابق شکل، $x=1$ و $x=3$ ریشه‌های معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ هستند، پس ضابطه تابع به صورت $y = a(x-1)(x-3)$ می‌باشد. چون نقطه $(0,1)$ روی نمودار این تابع است، در معادله آن صدق می‌کند.

$$y = a(x-1)(x-3) \xrightarrow{(0,1)} 1 = a(-1)(-3) \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

بنابراین ضابطه سهمی به صورت زیر خواهد بود:

$$y = \frac{1}{3}(x-1)(x-3) \Rightarrow y = \frac{1}{3}(x^2 - 4x + 3)$$

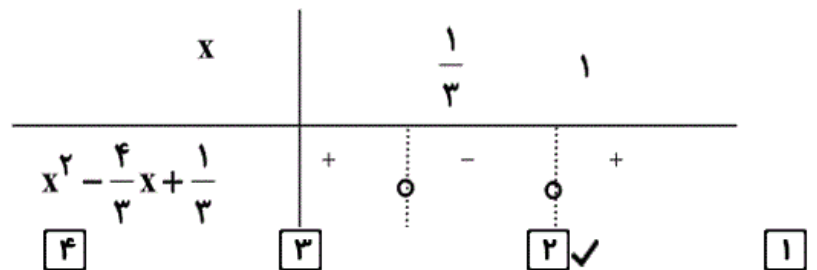
$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + 1 \Rightarrow b = -\frac{4}{3}, c = 1$$

در نتیجه، عبارت $cx^2 + bx + a$ به صورت $x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$ خواهد بود که با

تعیین علامت آن داریم:

$$\Delta = \frac{16}{9} - 4\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{16}{9} - \frac{12}{9} = \frac{4}{9}$$

$$x_1 = \frac{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}}{2} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{\frac{4}{3} - \frac{2}{3}}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{3}$$



(بایگ سادات)

برای آن که تابع درجه‌ی دوم $y = ax^2 + bx + c$ ، روی محور x ها بیشترین مقدار خود را داشته باشد، باید:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

پس در این سؤال، باید:

$$\begin{cases} (-2)^2 - 4(a)(a) = 0 \Rightarrow 4 - 4a^2 = 0 \\ a < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \pm 1 \xrightarrow{a < 0} a = -1$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(بایگ سادات)

مریم، زهرا و مینا به همراه ۳ نفر دیگر به $720 = 6!$ حالت می‌توانند کنار هم بنشینند.

مریم، زهرا و مینا در کنار هم $6 = 3!$ حالت جایگشت دارند که در ۲ حالت آن، زهرا نفر وسط خواهد بود، پس تعداد جایگشت‌های مورد نظر سؤال برابر است با:

$$\frac{2}{6} (6!) = \frac{2}{6} \times 720 = 240$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آرمان جلالی‌فرد)

ارقام زوج را کنار هم قرار داده و یک شیء در نظر می‌گیریم که با اعداد ۱، ۳ و ۵، در مجموع $4!$ جایگشت دارند. از طرفی ارقام زوج در کنار هم نیز $2!$ جایگشت دارند، بنابراین:

یکی از جایگشت‌های نامطلوب $1\ 3\ 5\ (2\ 4)$

$$\Rightarrow 4! \times 2! = \text{تعداد کل پنج‌رقمی‌های نامطلوب}$$

$$\Rightarrow 72 = 120 - 4! \times 2! = 5! - 4! \times 2! = \text{تعداد پنج‌رقمی‌های مطلوب}$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی مرشد)

چون عضوهای ۱، ۴ و ۵ باید وجود داشته باشند پس ۱ حالت دارند، همچنین عضو ۳ نباید وجود داشته باشد پس این عضو هم ۱ حالت دارد. ولی بقیه اعضا ۲ حالت دارند یعنی می‌توانند عضو زیرمجموعه مورد نظر باشند یا نباشند.

$$\downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow, \downarrow$$

$$1 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$$

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کوروش شاه منصوریان)

در کل پنج رقم داریم و عدد خواسته شده سه رقمی است. پس سه خانه در نظر می‌گیریم:

سوم دوم اول

عددی مضرب ۵ است که در خانه سوم یعنی رقم یکان آن، رقم ۵ یا رقم صفر قرار بگیرد. دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم. حالت اول آن که در خانه سوم رقم صفر قرار بگیرد. در این صورت برای خانه اول و دوم به ترتیب ۴ و ۳ حالت وجود خواهد داشت. مطابق اصل ضرب داریم:

$$4 \times 3 \times 1 = 12$$

حالت دوم این است که در خانه سوم، رقم ۵ قرار بگیرد. چون رقم صفر نمی‌تواند در خانه اول بیاید و رقم ۵ نیز استفاده شده است، در خانه اول ۳ حالت (۹، ۸ و ۲) و در خانه دوم نیز ۳ حالت (صفر به همراه دو رقم از ارقام ۹، ۸ و ۲ که در خانه اول استفاده نشده است، وجود خواهد داشت. مطابق اصل ضرب داریم:

$$3 \times 3 \times 1 = 9$$

پس در مجموع دو حالت، $12 + 9$ یعنی ۲۱ عدد سه رقمی مضرب ۵ می‌توان ساخت.

(شمارش، بدون شمردن) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱