



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات

...

@riazisara

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

@riazisara.ir

ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۳ - دوازدهم ، تابع

۹۱- در تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 - x + c$ اگر داشته باشیم: $f(1) = f(-1) + 2$ و $f(2) = 13$: آن گاه حاصل $f(a \times c)$ کدام است؟

(۱) ۱۲- (۲) ۱۴- (۳) ۱۵- (۴) ۱۳-

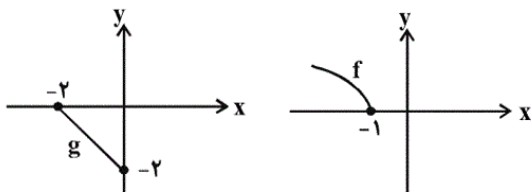
۹۲- اگر بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + ax + 4$ در آن اکیداً نزولی است $(-\infty, 1]$ باشد، آن گاه مینیمم تابع f کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۹۳- تابع $f(x) = \begin{cases} a - \log_{\frac{1}{3}} x, & x \geq 3 \\ 2x + 1, & x < 3 \end{cases}$ به ازای چه حدودی از a ، همواره در شرط $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$ صدق می‌کند؟

(۱) $a \leq 6$ (۲) $a \geq 6$
(۳) هیچ مقدار a (۴) فقط $a = 6$

۹۴- نمودارهای زیر مربوط به توابع f و g هستند، اگر دامنه تابع $f \circ g$ به صورت $[a, b]$ باشد، $b - a$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) ۱/۵
(۳) ۲
(۴) ۲/۵

۹۵- اگر $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$ و $g(x) = \{(1, 0), (0, 3), (4, 4), (3, 6)\}$ باشند، تابع $f \circ g$ شامل چند زوج مرتب است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴
(۳) ۶ (۴) ۸

۹۶- اگر $f(x) = 2 - \sqrt{x}$ ، آنگاه دامنه تابع $f \circ f$ بازه $[a, b]$ است. میانگین a و b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) ۳ (۴) ۴

۹۷- اگر $f(x) = |2 - x| - 1$ و $g(x) = x^2 - 4x + 5$ ، آن گاه حاصل $(f \circ g)(\sqrt[4]{3} + 2)$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3} + 1$
(۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3} - 2$

۹۸- اگر $f(x) = 3 - \sqrt{x+1}$ ، آنگاه دامنه تابع $f \circ f$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵
(۳) ۱۶ (۴) ۱۷

۹۹- اگر $f(x) = x^2 - 3x + 8$ و $g(x) = 1 - 2x$ باشند و α و β را ریشه‌های معادله $(f \circ g)(x) = 12$ بنامیم، آنگاه حاصل

$|\alpha - \beta|$ کدام است؟

- | | |
|---------|---------|
| ۲ (۲) | ۲/۵ (۱) |
| ۴/۵ (۴) | ۱/۵ (۳) |

۱۰۰- اگر $f = \{(5, 2), (3, 4), (1, 8), (6, 9)\}$ و $g(x) = 2f(x+2) - 3$ باشد و داشته باشیم: $(g \circ f)(a) = 15$ ، در این صورت

مقدار a کدام است؟

- | | |
|-------|-------|
| ۴ (۲) | ۵ (۱) |
| ۳ (۴) | ۶ (۳) |

-۹۱

(علی مرشد)

$$f(x) = ax^3 - x + c$$

$$(۱) : f(1) = f(-1) + 2 \Rightarrow a - 1 + c = -a + 1 + c + 2$$

$$\Rightarrow a - 1 = -a + 3 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$(۲) : f(2) = 13 \Rightarrow 8a - 2 + c = 13 \stackrel{a=2}{\Rightarrow} 14 + c = 13 \Rightarrow c = -1$$

بنابراین ضابطه تابع به صورت $f(x) = 2x^3 - x - 1$ خواهد بود که داریم:

$$f(a \times c) = f(-2) = -16 + 2 - 1 = -15$$

(ریاضی ۳، صفحه ۲)

۴

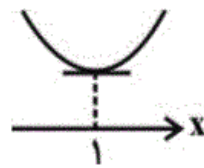
۳ ✓

۲

۱

-۹۲

(مهری ملارمضانی)



اگر بازه $(-\infty, 1]$ بزرگ‌ترین بازه‌ای باشد که تابع

$f(x) = x^2 + ax + 4$ در آن اکیداً نزولی است، نمودار تابع

به صورت مقابل بوده و تابع در $x = 1$ دارای مینیمم است.

$$f(x) = x^2 + ax + 4 \Rightarrow x = \frac{-a}{2(1)} = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 2x + 4 \xrightarrow{x=1} y_{\min} = f(1) = 3$$

(ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

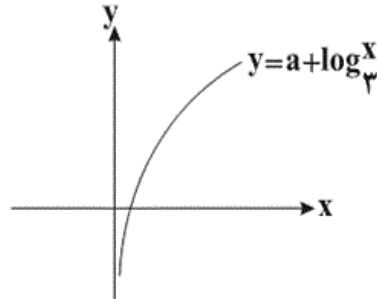
۳

۲ ✓

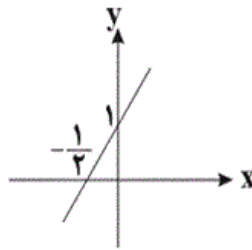
۱

ابتدا شکل کلی از نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} a - \log_{\frac{1}{3}} x, & x \geq 3 \\ 2x + 1, & x < 3 \end{cases}$ را رسم می‌کنیم:

$$y = a - \log_{\frac{1}{3}} x = a - \log_{3^{-1}} x = a + \log_3 x$$



$$y = 2x + 1$$



حال هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:

شرط $x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$ به معنی صعودی بودن $f(x)$ است، برای

صعودی بودن باید داشته باشیم:

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

دامنه f و g و ضابطه تابع $g(x)$ را به دست می آوریم:

$$D_g = [-2, 0] \quad , \quad D_f = (-\infty, -1]$$

نمودار تابع g از دو نقطه $A(-2, 0)$ و $B(0, -2)$ می گذرد. حال معادله تابع g را

$$m_{AB} = \frac{-2 - 0}{0 - (-2)} = -1 \quad \text{می نویسیم:}$$

$$AB \text{ معادله: } y - y_B = m(x - x_B)$$

$$\Rightarrow y + 2 = -1(x - 0) \Rightarrow y = -x - 2$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} D_{f \circ g} &= \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \\ &= \{x \in [-2, 0] \mid g(x) \in (-\infty, -1]\} \end{aligned}$$

$$g(x) \in D_f \Rightarrow -x - 2 \leq -1 \Rightarrow -x \leq 1 \Rightarrow x \geq -1$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in [-2, 0] \mid x \geq -1\} = [-1, 0]$$

$$\Rightarrow b - a = 0 - (-1) = 1$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سروش موثینی)

$$\begin{cases} D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} \\ D_f = [-5, 5] \\ D_g = \{1, 0, 4, 3\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \mid -5 \leq x \leq 5, \sqrt{25 - x^2} \in \{1, 0, 4, 3\}\}$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 0 \Rightarrow x = \pm 5$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 1 \Rightarrow x = \pm \sqrt{24}$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 4 \Rightarrow x = \pm 3$$

$$\sqrt{25 - x^2} = 3 \Rightarrow x = \pm 4$$

بنابراین تابع $g \circ f$ شامل ۸ زوج مرتب است.

(ریاضی ۳، صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\Rightarrow 2 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 2 \geq \sqrt{x} \Rightarrow x \leq 4 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow [a, b] = [0, 4] \xrightarrow{\text{میانگین } a \text{ و } b} \frac{0+4}{2} = 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(آرمان جلالی فرد)

-۹۷

$$g(x) = x^2 - 4x + 4 + 1 = (x-2)^2 + 1$$

$$\Rightarrow g(\sqrt[4]{3} + 2) = (\sqrt[4]{3} + 2 - 2)^2 + 1 = \sqrt{3} + 1$$

$$f(g(\sqrt[4]{3} + 2)) = f(\sqrt{3} + 1) = |2 - \sqrt{3} - 1| - 1 = |1 - \sqrt{3}| - 1 \\ = (\sqrt{3} - 1) - 1 = \sqrt{3} - 2$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهرداد ملوندی)

-۹۸

با توجه به دامنه ترکیب توابع داریم: $D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$

مشخص است که دامنه تابع با ضابطه $f(x) = 3 - \sqrt{x+1}$ برابر است

با $D_f = [-1, +\infty)$. پس داریم:

$$\begin{cases} D_f : x \geq -1 \\ f(x) \in D_f : 3 - \sqrt{x+1} \geq -1 \end{cases} \\ \Rightarrow \sqrt{x+1} \leq 4 \Rightarrow 0 \leq x+1 \leq 16 \Rightarrow -1 \leq x \leq 15$$

از اشتراک این دو جواب، دامنه تابع $f \circ f$ برابر با $[-1, 15]$ به دست می‌آید که

شامل ۱۷ عدد صحیح است. (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی مرشد)

$$f(x) = x^2 - 3x + 8$$

$$g(x) = 1 - 2x$$

$$(f \circ g)(x) = f(1 - 2x) = (1 - 2x)^2 - 3(1 - 2x) + 8 = 4x^2 + 2x + 6$$

$$(f \circ g)(x) = 12 \Rightarrow 4x^2 + 2x + 6 = 12 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2} \text{ یا } x = 1$$

فرض می‌کنیم که $\beta = 1$ و $\alpha = -\frac{3}{2}$ باشد، آن‌گاه:

$$|\alpha - \beta| = \left| -\frac{3}{2} - 1 \right| = \frac{5}{2} = 2.5$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عزیزالله علی اصغری)

-۱۰۰

$$g(f(a)) = 15 \xrightarrow{f(a)=t} g(t) = 15$$

$$\Rightarrow g(t) = 2f(t+2) - 3 = 15 \Rightarrow f(t+2) = 9$$

$$\xrightarrow{f(6)=9} t+2=6 \Rightarrow t=4$$

۴ ✓

۳

۲

۱