



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات

و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

ریاضی ۱، مثلثات

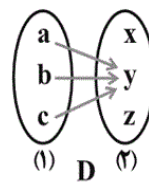
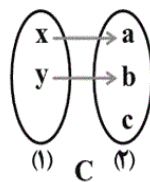
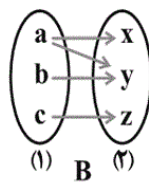
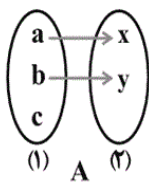
۱۰۹- نقطه P به طول  $\frac{3}{5}$  روی دایره مثلثاتی قرار دارد و از دوران نقطه A(1,0) حول مبدأ مختصات و به اندازه  $\theta$  در خلاف جهت

حرکت عقربه‌های ساعت به دست آمده است. اگر  $90^\circ < \theta < 360^\circ$ ، آنگاه  $\tan \theta$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{5}$   
(۲)  $-\frac{4}{3}$   
(۳)  $-\frac{4}{5}$   
(۴)  $\frac{4}{3}$

ریاضی ۱، تابع

۱۱۰- هر یک از شکل‌های زیر نشان‌دهنده یک رابطه از مجموعه (۱) به (۲) هستند. چه تعداد از رابطه‌های داده شده تابع‌اند؟



- (۱) ۳  
(۲) صفر  
(۳) ۲  
(۴) ۱

ریاضی ۱، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری

۱۰۱- چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست هستند؟

- (آ)  $\sqrt[3]{0/027} = \sqrt[4]{0/0081}$       ب)  $(\sqrt[4]{-2})^4 = \sqrt[4]{(-2)^4}$       پ)  $\sqrt[4]{(-5)^4} = -5$       ت)  $\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = 9$
- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

ریاضی ۱، معادله‌ها و نامعادله‌ها

۱۰۲- مجموعه جواب نامعادله  $\frac{2}{x-1} > \frac{1}{2}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $x < 5$       (۲)  $1 < x < 5$       (۳)  $x > 1$       (۴)  $x < -5$

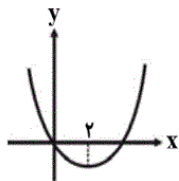
۱۰۳- خط به معادله  $y = 4$ ، محور تقارن نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = x^2 + 2x + k$  را در نقطه‌ای واقع بر نمودار تابع قطع می‌کند. کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۳      (۳) ۴      (۴) ۵

۱۰۴- اگر مجموعه جواب نامعادله  $(x^2 + mx + m)(2x - 3) < 0$  به صورت بازه  $(-\infty, \frac{3}{2})$  باشد،  $m$  چه مقادیری می تواند باشد؟

- (۱)  $0 \leq m \leq 4$       (۲)  $0 < m < 4$       (۳)  $-4 < m < 4$       (۴)  $-4 \leq m \leq 4$

۱۰۵- اگر نمودار سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  به صورت شکل زیر باشد، آن گاه عبارت  $ax^2 - 2bx + c$  به ازای چه مقادیری



از  $x$  منفی است؟

- (۱)  $-4 < x < 2$   
 (۲)  $0 < x < 4$   
 (۳)  $-8 < x < 0$   
 (۴)  $-2 < x < 2$

۱۰۶- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 5}{x^2 + 1}$  در بازه  $(a, b)$  پایین تر از خط به معادله  $y = 1$  است. بیشترین مقدار  $b - a$ ،

کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۱۰۷- اگر جواب نامعادله  $5 \leq |x - 1| - 2 \leq 5$  را به صورت بازه  $[a, b]$  نشان دهیم، حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱۰  
 (۲) ۱۲  
 (۳) ۱۴  
 (۴) ۱۶

۱۰۸- نمودار تابع با ضابطه  $f(x) = ax^2 + 4x + (a + 1)$  ماکزیمی به عرض  $(-2)$  دارد.  $f(-1)$  کدام است؟

- (۱) -۱  
 (۲) -۵  
 (۳) -۱۱  
 (۴) -۸

(سینا ممبرپور)

چون نقطه  $P$  روی دایره مثلثاتی قرار دارد و  $\theta$  زاویه دوران است، مختصات نقطه

$$P \text{ به صورت } (\cos\theta, \sin\theta) \text{ خواهد بود و بنابراین: } \cos\theta = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \Rightarrow \sin^2\theta + \frac{9}{25} = 1 \Rightarrow \sin^2\theta = \frac{16}{25}$$

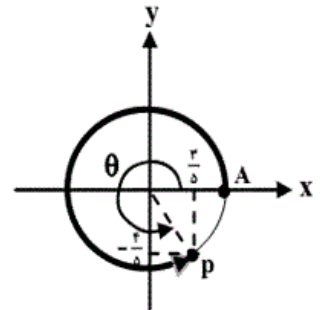
$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{4}{5} \text{ یا } \sin\theta = -\frac{4}{5}$$

چون  $90^\circ < \theta < 360^\circ$  و دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت است و

طول نقطه  $P$  مثبت است، نقطه  $P$  در ربع چهارم دایره مثلثاتی قرار دارد که در

این ربع، سینوس منفی است. بنابراین:  $\sin\theta = -\frac{4}{5}$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3}$$



(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

یک رابطه در نمودار پیکانی زمانی یک تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود.

**A:** تابع نیست چون از عضو **c** پیکانی خارج نشده است

**B:** تابع نیست چون از عضو **a** دو پیکان خارج شده است

**C, D:** تابع هستند چون از هریک از اعضای مجموعه (۱) یک پیکان خارج

شده است.

(تابع) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، زیرا:

$$\sqrt[3]{0/0.27} = \sqrt[3]{(0/3)^3} = 0/3$$

$$\sqrt[4]{0/0.081} = \sqrt[4]{(0/3)^4} = 0/3$$

ب) نادرست، اعداد منفی ریشه‌ی زوج ندارند و عبارت  $\sqrt[4]{-2}$  تعریف نشده است.

پ) نادرست، حاصل رادیکال با فرجه‌ی زوج همواره عددی مثبت است.

$$\sqrt[4]{(-5)^4} = \sqrt[4]{625} = 5$$

$$\sqrt[3]{-3} \times \sqrt[3]{-9} \times \sqrt[4]{(-3)^4} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[4]{81} = 3 \times 3 = 9$$

ت) درست، زیرا:

(توان‌های کویا و عبارت‌های جبری) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۴۸ تا ۶۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\frac{2}{x-1} > \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2}{x-1} - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow \frac{4-(x-1)}{2(x-1)} > 0 \Rightarrow \frac{5-x}{2(x-1)} > 0$$

$$\Rightarrow 1 < x < 5$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

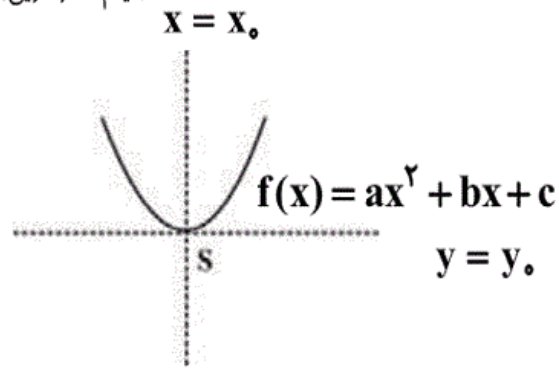
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میثم همزه لویی)



مطابق شکل، خط افقی  $y = y_0$ ، زمانی محور تقارن منحنی تابع درجه دوم

را روی منحنی قطع می‌کند که  $y_0$ ، برابر عرض رأس

سهمی باشد، یعنی:  $y_0 = y_S$ .

از طرفی می‌دانیم رأس هر سهمی به معادله  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، نقطه

$S\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$  است، پس:

$$f(x) = x^2 + 2x + k \Rightarrow x_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\xrightarrow{y_0=4} 4 = y_S = f(-1) \Rightarrow 4 = 1 - 2 + k \Rightarrow k = 5$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به جدول تعیین علامت زیر، عبارت  $x^2 + mx + m$  باید همواره مثبت باشد یا تنها در  $x = \frac{3}{2}$  برابر صفر باشد (ریشه مضاعف  $\frac{3}{2}$  داشته باشد) برای این منظور باید داشته باشیم:

$x$		$\frac{3}{2}$	
	$2x - 3$	-	+
	$x^2 + mx + m$	+	+
	$(2x - 3)(x^2 + mx + m)$	-	+

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow m^2 - 4m < 0 \Rightarrow m(m - 4) < 0 \Rightarrow 0 < m < 4 \\ \Delta = 0 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m = 0 \text{ یا } 4 \end{cases}$$

$m$		$0$		$4$
$m^2 - 4m$	+		-	+

اگر  $m = 0$  باشد از پاسخ نامعادله باید  $x = 0$  حذف شود، بنابراین  $m \neq 0$  است.  
اگر  $m = 4$  باشد نیز باید از پاسخ نامعادله  $x = -2$  حذف شود، بنابراین  $m \neq 4$  است. در نتیجه  $0 < m < 4$  می‌باشد.

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

از آن جا که دهانه سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  به سمت بالا باز می شود، پس  $a > 0$  است.

همچنین دو نقطه  $(0, 0)$  و  $(4, 0)$  روی سهمی به معادله  $y = ax^2 + bx + c$  قرار دارند، پس در معادله آن صدق می کنند. داریم:

$$\left. \begin{aligned} (0, 0) \in y &\Rightarrow c = 0 \\ (4, 0) \in y &\Rightarrow 16a + 4b = 0 \Rightarrow b = -4a \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow ax^2 - 4bx + c = ax^2 + \lambda ax = ax(x + \lambda) < 0$$

x	-λ	0	
ax	-	-	+
x + λ	-	+	+
ax(x + λ)	+	-	+

$$\Rightarrow -\lambda < x < 0$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

چون همواره  $x^2 + 1 > 0$ ، می توانیم طرفین نامساوی اخیر را در  $(x^2 + 1)$

ضرب کنیم، بدون آن که جهت نامساوی عوض شود:

$$(x^2 + 1) \left( \frac{2x^2 - 5x + 5}{x^2 + 1} \right) < (x^2 + 1)(1) \Rightarrow 2x^2 - 5x + 5 < x^2 + 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 4) < 0$$

با توجه به جدول زیر، بازه  $(1, 4)$  بزرگ‌ترین بازه‌ای است که در آن نمودار تابع f

پایین تر از خط به معادله  $y = 1$  قرار می گیرد، پس:  $\text{Max}(b - a) = 4 - 1 = 3$

x	1	4	
$x^2 - 5x + 4$	+	-	+

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

اگر  $a \geq 0$  باشد:

در نتیجه:

$$||x-1|-2| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq |x-1|-2 \leq 5$$

$$\xrightarrow{+2} -3 \leq |x-1| \leq 7$$

بدیهی است که نامساوی  $|x-1| \leq 7$  همواره درست است، در نتیجه:

$$|x-1| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq x-1 \leq 7 \xrightarrow{+1} -6 \leq x \leq 8$$

بنابراین، بازه جواب این نامعادله  $[-6, 8]$  است که داریم:

$$[-6, 8] = [a, b] \Rightarrow b - a = 8 + 6 = 14$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۹۱ تا ۹۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Rightarrow 4a^2 + 12a - 16 = 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -4$$

با توجه به این که نمودار  $f$  ماکزیمم دارد، باید ضریب  $x^2$  در آن منفی باشد، درنتیجه  $a = -4$  قابل قبول است و داریم:

$$f(x) = -4x^2 + 4x - 3 \Rightarrow f(-1) = -4 - 4 - 3 = -11$$

(معادله‌ها و نامعادله‌ها) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

۴

۳ ✓

۲

۱