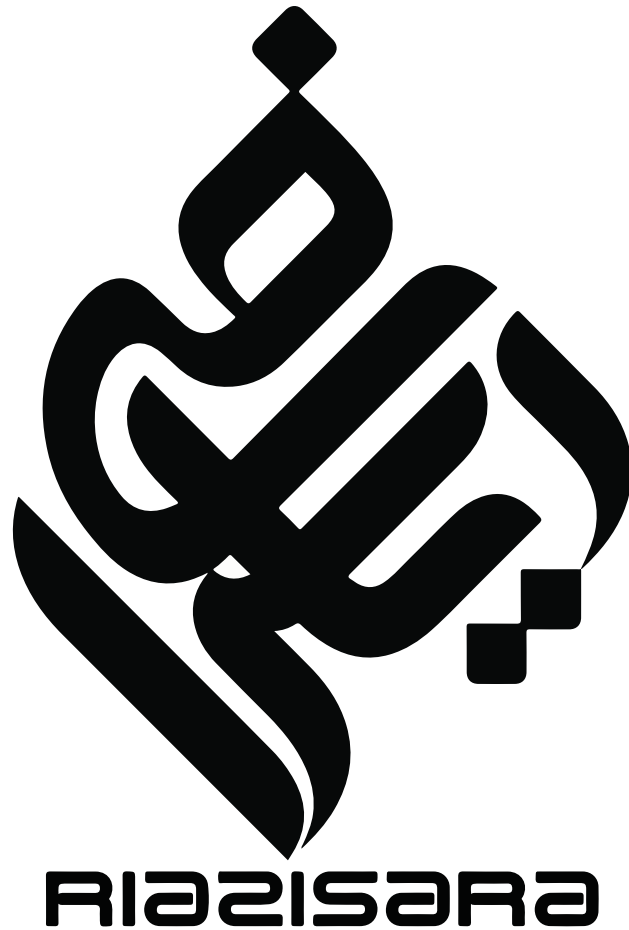




سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های ریاضی  
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور  
نمونه سوالات امتحانات ریاضی  
نرم افزارهای ریاضیات  
و...

ریاضی سرا در تلگرام: (@riazisara)

<https://t.me/riazisara>



ریاضی سرا در اینستاگرام: (@riazisara.ir)

<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

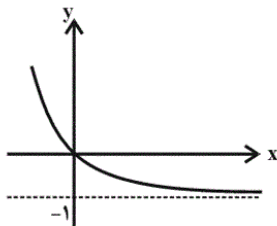




## حسابان ۱، توابع نمایی و لگاریتمی -

۸۱- اگر تابع  $f(x) = a(2)^x + b$  از دو نقطه  $(0, 1)$  و  $(-1, 2)$  عبور کند، حاصل  $a.b$  کدام است؟  
(۱) -۶ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۶

۸۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر  $a$ ، نمودار تابع نمایی  $y = \left(\frac{a}{1-2a}\right)^{-x} - 1$  مطابق شکل زیر است؟



- (۱)  $\left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$   
(۲)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$   
(۳)  $\left(0, \frac{1}{3}\right)$   
(۴)  $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$

۸۳- فاصله نقاط برخورد نمودار تابع  $f(x) = 4(2^x) - 5(\sqrt{2})^x + 1$  با محورهای مختصات از یکدیگر کدام است؟  
(۱) ۸ (۲) ۴ (۳)  $4\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۸۴- دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{1 + \log_{\frac{1}{4}}(3x - x^2)}$  شامل چند عدد صحیح است؟  
(۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۱

۸۵- اگر  $f(x) = \log_{x+1}(3x-1)$  و  $g = \left\{\left(-1, \frac{1}{3}\right), (0, -1), (1, 3), (2, 1), (3, 0)\right\}$  باشد، مجموع مقادیر برد تابع fog کدام است؟  
(۱) ۲/۵ (۲) ۱/۵ (۳) ۰/۵ (۴) ۳/۵

۸۶- اگر  $A = \log_4^5 \times \log_7^{25} + (\log_7^2)^2$  باشد، حاصل  $4^{\sqrt{A}}$  کدام است؟  
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۱۵

۸۷- معادله  $\log(x) - [x] = 0$  چند جواب دارد؟  $[ ]$ ، نماد جزء صحیح است.  
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) بی شمار

۸۸- مجموع جوابهای معادله  $\log(x+2) + \log(x-1) = \log(6x-8)$  کدام است؟  
(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) معادله جواب ندارد.

۸۹- با توجه به معادله  $3^{\log x} + x^{\log 3} = 18$ ، حاصل  $\log_{\sqrt{3}} x$  کدام است؟  
(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۹۰- اگر جملات  $\log_3\left(2^x - \frac{7}{2}\right)$ ،  $\log_3(2^x - 5)$  و  $\log_3 2$  به ترتیب از چپ به راست سه جمله متوالی یک دنباله حسابی با

قدرنسبت  $d$  باشند، حاصل  $3^d$  کدام است؟

۱/۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۳/۵ (۲)

۴/۵ (۱)

## هندسه ۲، تبدیل های هندسی و کاربردها

۱۱۱- کدام یک از تبدیل های زیر، اندازه زاویه ها را تغییر می دهد؟

(۴) هیچ کدام

(۳) دوران

(۲) انتقال

(۱) بازتاب

۱۱۲- تعداد نقاط ثابت تبدیل در هر بازتاب کدام است؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) هیچ

۱۱۳- کدام یک از تبدیل های زیر، جهت شکل ها را حفظ می کند ولی شیب خط ها را در حالت کلی ثابت نگه نمی دارد؟

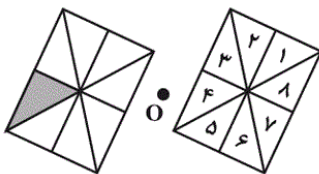
(۴) هیچ کدام

(۳) بازتاب

(۲) انتقال

(۱) دوران

۱۱۴- در شکل زیر کدام یک از بخش های شماره گذاری شده، تصویر شکل سایه دار تحت دوران  $180^\circ$  به مرکز  $O$  است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۱۵- در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $A$  تحت بردار  $\overrightarrow{BC}$  به نقطه  $A'$ ، نقطه  $B$  تحت بردار  $\overrightarrow{CA}$  به نقطه  $B'$  و نقطه  $C$  تحت بردار  $\overrightarrow{AB}$  به

نقطه  $C'$  انتقال می دهیم. مساحت مثلث  $A'B'C'$  چند برابر مساحت مثلث  $ABC$  است؟

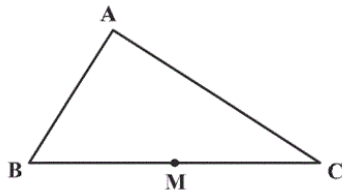
(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۹

(۳) ۴

۱۱۶- در شکل زیر  $\widehat{B} = 60^\circ$ ،  $\widehat{C} = 40^\circ$  و  $M$  وسط  $BC$  است. اگر نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب بازتاب نقطه  $M$  نسبت به اضلاع  $AB$  و



$AC$  باشند، کدام گزینه لزوماً صحیح است؟

(۲)  $AE = AF$

(۱) مثلث  $EMF$  قائم‌الزاویه است.

(۴)  $ME = MF$

(۳)  $A$  روی  $EF$  واقع است.

۱۱۷- مثلث  $ABC$  مفروض است. اگر نقطه  $B'$  بازتاب نقطه  $B$  نسبت به پاره خط  $AC$  و نقطه  $C'$  بازتاب نقطه  $C$  نسبت به پاره خط

$AB'$  باشد، آنگاه پاره خط  $B'C'$  تصویر پاره خط  $BC$  تحت کدام تبدیل زیر است؟

(۲) دوران حول نقطه  $A$  با اندازه زاویه  $2A$

(۱) دوران حول نقطه  $A$  با اندازه زاویه  $A$

(۴) انتقال با بردار  $\overrightarrow{BC}$

(۳) بازتاب نسبت به نقطه  $A$

۱۱۸- مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\widehat{A} = 90^\circ$ ) به طول اضلاع قائمه ۳ و ۴ را نسبت به خط گذرنده از وتر مثلث، بازتاب می‌دهیم. اگر تحت

این بازتاب  $T(A) = A'$  باشد، آنگاه طول  $AA'$  چقدر است؟

(۲)  $3/6$

(۱)  $4/8$

(۴)  $1/8$

(۳)  $2/4$

۱۱۹- نقطه  $A'$  تصویر نقطه  $A$  در بازتاب نسبت به خط  $L$  است. اگر  $AA' = 8$ ،  $OA = 5$  و  $O$  نقطه‌ای روی خط  $L$  باشد، آنگاه

فاصله نقطه  $A$  از خط شامل پاره خط  $OA'$  کدام است؟

(۴)  $6/4$

(۳)  $4/8$

(۲)  $3/6$

(۱)  $3/2$

۱۲۰- مربعی را  $45^\circ$  حول نقطه تلاقی قطرهای آن دوران داده‌ایم. اگر مساحت سطح مشترک بین مربع و تصویر آن برابر  $4 + 4\sqrt{2}$

باشد، طول ضلع مربع کدام است؟

(۲)  $4 + 2\sqrt{2}$

(۱)  $1 + \sqrt{2}$

(۴)  $2 + 2\sqrt{2}$

(۳)  $2 + \sqrt{2}$

آمار و احتمال، احتمال

۱۲۱- در پرتاب دو تاس اگر هر دو عدد رو شده زوج باشند، آنگاه احتمال آن که مجموع این دو عدد مضرب ۵ باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{1}{3}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۲- یک فضای نمونه متشکل از ۵ برآمد  $a, b, c, d$  و  $e$  است. اگر  $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{4}$  و  $P(a) = \frac{1}{4}$  باشد، حاصل

$P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\})$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۳- ظرف A شامل ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی، ظرف B شامل ۵ مهره قرمز و ۲ مهره آبی و ظرف C شامل ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی است. یک تاس را پرتاب می‌کنیم، اگر عدد ظاهر شده عدد اول باشد از ظرف A، اگر عدد مرکب باشد از ظرف B و در غیر این صورت از ظرف C مهره‌ای خارج می‌کنیم. احتمال اینکه مهره خارج شده قرمز باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{4}{7}$  (۲)  $\frac{16}{21}$  (۳)  $\frac{11}{21}$  (۴)  $\frac{23}{42}$

۱۲۴- اگر A و B دو پیشامد غیرتهی از فضای نمونه S باشند، آنگاه کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

- (۱)  $P((A \cup B) | B) = 1$  (۲)  $P((A - B) | B) = 0$  (۳)  $P(A | (A - B)) = 1$  (۴)  $P((A \cap B) | (B - A)) = 1$

۱۲۵- دو ظرف داریم، اولی شامل ۴ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۷ مهره سفید و ۳ مهره سیاه می‌باشد. یکی از دو ظرف را به دلخواه انتخاب کرده و دو مهره با هم از آن، خارج می‌کنیم. احتمال این که دو مهره انتخابی، هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{8}{15}$  (۳)  $\frac{3}{5}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۲۶- ۵ سکه داریم که در میان آنها، ۴ سکه سالم بوده و یک سکه دارای دو وجه رو می‌باشد. یکی از این ۵ سکه را انتخاب کرده و ۳ مرتبه پرتاب می‌کنیم. اگر این سکه در هر سه بار «رو» بیاید، با کدام احتمال سکه انتخاب شده همان سکه‌ای بوده که دارای دو وجه «رو» می‌باشد؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{4}$  (۳)  $\frac{7}{10}$  (۴)  $\frac{7}{11}$

۱۲۷- یک سکه را حداقل چند بار پرتاب کنیم تا احتمال آمدن حداقل یک بار رو بیش‌تر از  $0.95$  باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۲۸- اگر  $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ ،  $P(A) = \frac{1}{2}$  و  $P(A|B) = \frac{2}{3}$  باشد، آنگاه  $P(B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۱۲۹- اگر  $B$  و  $C$  دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه  $S$  بوده و داشته باشیم  $P(A|C) = 0/6$  و  $P(A|B) = 0/4$  باشند، آنگاه

$P(A|(B \cup C))$  کدام می‌تواند باشد؟

- (۱)  $0/3$  (۲)  $0/45$  (۳)  $0/65$  (۴)  $0/7$

۱۳۰- احتمال آنکه پیامکی با موفقیت ارسال شود  $0/9$  است. احتمال آنکه از ۱۰ پیامک، حداقل ۹ پیامک با موفقیت ارسال شده باشد، چقدر است؟

- (۱)  $\frac{11}{10} \left( \frac{9}{10} \right)^9$  (۲)  $\frac{12}{10} \left( \frac{9}{10} \right)^9$  (۳)  $\frac{17}{10} \left( \frac{9}{10} \right)^9$  (۴)  $\frac{19}{10} \left( \frac{9}{10} \right)^9$

آمار و احتمال - گواه ، احتمال

۱۳۱- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد از فضای نمونه  $S$  باشند، به‌طوری که  $A \subseteq B$ ،  $P(A) = \frac{1}{3}$  و  $P(B) = \frac{3}{4}$ ، آنگاه  $P(B|A')$  کدام

است؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{7}{12}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۳۲- پنج مهره سفید با شماره‌های ۱ تا ۵ و پنج مهره سیاه با شماره‌های ۱ تا ۵ را در ظرفی قرار می‌دهیم. به تصادف دو مهره از بین آنها بیرون می‌آوریم. اگر مجموع شماره‌های دو مهره ۶ باشد، با کدام احتمال دو مهره هم‌رنگ هستند؟

- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{5}{9}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۳۳- با ارقام ۱، ۲، ... و ۹، عددی سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌سازیم. اگر بدانیم که رقم دهگان این عدد زوج است، احتمال آنکه عدد سه رقمی فرد باشد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{7}$  (۲)  $\frac{4}{9}$  (۳)  $\frac{9}{17}$  (۴)  $\frac{5}{8}$

۱۳۴- سه ظرف داریم که اولی شامل ۲ مهره سفید و ۲ مهره سیاه، دومی شامل ۴ مهره سیاه و سومی شامل ۴ مهره سفید می باشد. از ظرف اول مهره‌ای خارج کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس مهره‌ای از ظرف دوم خارج کرده و در ظرف سوم قرار می دهیم و سرانجام مهره‌ای از ظرف سوم خارج می کنیم. احتمال آنکه هر سه مهره خارج شده سفید باشند، کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{10}$  (۲)  $\frac{1}{5}$  (۳)  $\frac{1}{15}$  (۴)  $\frac{1}{20}$

۱۳۵- در دو جعبه به ترتیب ۲۴ و ۱۵ عدد لامپ یکسان موجود است. در جعبه اول ۴ عدد و در جعبه دوم ۳ عدد لامپ معیوب هستند. از اولی ۸ لامپ و از دومی ۶ لامپ به تصادف برداشته و در جعبه جدید قرار می دهیم. با کدام احتمال یک لامپ انتخابی از جعبه جدید معیوب است؟

- (۱)  $\frac{17}{105}$  (۲)  $\frac{19}{105}$  (۳)  $\frac{6}{35}$  (۴)  $\frac{8}{35}$

۱۳۶- دو ظرف داریم، در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه وجود دارد. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می دهیم. آنگاه از ظرف دوم، یک مهره بیرون می آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

- (۱)  $\frac{8}{27}$  (۲)  $\frac{11}{27}$  (۳)  $\frac{34}{81}$  (۴)  $\frac{41}{81}$

۱۳۷- در یک آزمون از دو کلاس A و B، ۴۰ درصد دانش آموزان کلاس A و ۶۰ درصد دانش آموزان کلاس B قبول شده اند. اگر تعداد داوطلبین در کلاس A دو برابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین قبول شدگان انتخاب شود، تقریباً با کدام احتمال، این فرد در کلاس A است؟

- (۱)  $0/43$  (۲)  $0/57$  (۳)  $0/61$  (۴)  $0/63$

۱۳۸- برای پیشامدهای مستقل A و B،  $P(A) = 3P(A \cap B')$  و  $P(A|B) = \frac{1}{5}$  است.  $P(A \cup B)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{11}{15}$  (۴)  $\frac{13}{15}$

۱۳۹- دو سکه و یک تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال هر دو سکه «رو» یا تاس ۶ ظاهر می شود؟

- (۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{5}{8}$  (۳)  $\frac{5}{12}$  (۴)  $\frac{7}{12}$

۱۴۰- به طور متوسط  $\frac{3}{4}$  از تیرهای رها شده یک تیرانداز به هدف اصابت می کند. با کدام احتمال از ۵ تیر رها شده این تیرانداز، حداقل

۴ تیر به هدف اصابت می کند؟

$$\frac{89}{128} \quad (۴)$$

$$\frac{81}{128} \quad (۳)$$

$$\frac{75}{128} \quad (۲)$$

$$\frac{73}{128} \quad (۱)$$



(میلاد سبّاری لاریجانی)

۸۱- 

$$f(0) = a(2)^0 + b \Rightarrow a + b = 1 \quad (1)$$

$$f(-1) = a(2)^{-1} + b = \frac{a}{2} + b = 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a = -2, b = 3$$

$$\Rightarrow a.b = -6$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میلاد سبّاری لاریجانی)

۸۲- 

$$y = \left( \frac{1-2a}{a} \right)^x - 1 \xrightarrow{\text{تابع نزولی است}} 0 < \frac{1-2a}{a} < 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1-2a}{a} > 0 \Rightarrow 0 < a < \frac{1}{2} & (1) \\ \frac{1-2a}{a} < 1 \Rightarrow \frac{1-3a}{a} < 0 \Rightarrow a < 0 \text{ یا } a > \frac{1}{3} & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} a \in \left( \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right)$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$A(\circ, f(\circ)) = (\circ, \circ)$$

محل برخورد نمودار تابع با محور  $y$  ها:

محل برخورد نمودار تابع با محور  $x$  ها:

$$f(x) = 4(2^x) - 5(\sqrt{2})^x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{(\sqrt{2})^x = t} 4t^2 - 5t + 1 = (4t - 1)(t - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = (\sqrt{2})^x = 1 \Rightarrow x = 0, f(0) = 0 \Rightarrow A(0, 0) \\ t = (\sqrt{2})^x = \frac{1}{4} \Rightarrow x = -4, f(-4) = 0 \Rightarrow B(-4, 0) \end{cases}$$

$$\Rightarrow |AB| = 4$$

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۷۲ تا ۷۷)

۴

۳

۲✓

۱

$$1 + \log_{\frac{1}{4}}(3x - x^2) \geq 0 \Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}(3x - x^2) \geq -1$$

$$\Rightarrow 3x - x^2 \leq \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} = 4 \Rightarrow x^2 - 3x + 4 \geq 0$$

$$\xrightarrow[\Delta < 0]{\text{ضریب } x^2 \text{ مثبت}} x \in \mathbb{R} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} D_f = (0, 3)$$

این بازه شامل اعداد صحیح ۱ و ۲ است.

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳

۲✓

۱

$$D_f : \begin{cases} 3x-1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{3} \\ x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ x+1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \Rightarrow D_f = \left( \frac{1}{3}, +\infty \right)$$

$$D_{f \circ g} = \{ x \in D_g \mid g(x) \in D_f \} = \left\{ x \in \{-1, 0, 1, 2, 3\} \mid g(x) > \frac{1}{3} \right\}$$

$$= \{1, 2\}$$

$$\Rightarrow f \circ g = \{(1, f(2)), (2, f(1))\} = \left\{ \left( 1, \frac{3}{2} \right), (2, 1) \right\}$$

$$\Rightarrow R_{f \circ g} = \left\{ 1, \frac{3}{2} \right\} \Rightarrow \text{مجموع مقادیر برد} = 2/5$$

دقت کنید که:

$$f(1) = \log_2 2 = 1, f(2) = \log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{3}{2}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۰ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\begin{aligned}\log_4^{45} &= \log_4^{3^2 \times 5} = \log_4^{3^2} + \log_4^5 = 2\log_4^3 + \log_4^5 \\ \Rightarrow A &= \left(\log_4^3\right)^2 + \log_4^5 \times \log_4^{45} = \left(\log_4^3\right)^2 + \log_4^5 \left(2\log_4^3 + \log_4^5\right) \\ &= \left(\log_4^3\right)^2 + 2\log_4^3 \times \log_4^5 + \left(\log_4^5\right)^2 = \left(\log_4^3 + \log_4^5\right)^2 = \left(\log_4^{15}\right)^2 \\ \Rightarrow 4^{\sqrt{A}} &= 4^{\sqrt{\left(\log_4^{15}\right)^2}} = 4^{\log_4^{15}} = 15\end{aligned}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴ ✓

۳

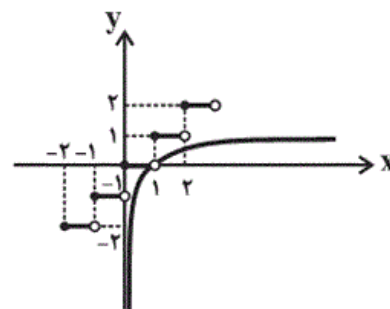
۲

۱

(عرفان صادقی)

سید میلاد موسوی پاشمی -۸۷

تعداد جواب‌های این معادله، تعداد نقاط برخورد نمودارهای  $y_1 = \log x$  و  $y_2 = [x]$  است.



مطابق شکل، دو نمودار یکدیگر را قطع نمی‌کنند، بنابراین معادله مورد نظر فاقد جواب است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر معادله جوابی داشته باشد، با توجه به دامنهٔ لگاریتم‌ها باید در بازهٔ

$\left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$  باشد. حال با استفاده از ویژگی‌های لگاریتم داریم:

$$\log((x+2)(x-1)) = \log(6x-8)$$

$$\xrightarrow{x \in \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)} x^2 + x - 2 = 6x - 8$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x + 6 = (x-2)(x-3) = 0$$

هر دو جواب  $x=2$  و  $x=3$  قابل قبول هستند که مجموع آن‌ها برابر ۵

است.

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(فرنود فارسی‌بانی)

با استفاده از ویژگی‌های مطرح شده در صفحات ۸۶ و ۸۷ کتاب درسی،

می‌توان ویژگی مهم دیگری نیز استخراج کرد. می‌توان نوشت:

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

حال در این سؤال داریم:

$$3^{\log x} = x^{\log 3}$$

$$\Rightarrow 3^{\log x} + x^{\log 3} = 2 \left( 3^{\log x} \right) = 18 \Rightarrow 3^{\log x} = 9 = 3^2$$

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$2 \log_3 \left( 2^x - 5 \right) = \log_3 2 + \log_3 \left( 2^x - \frac{7}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \log_3 \left( 2^x - 5 \right)^2 = \log_3 2 \left( 2^x - \frac{7}{2} \right) \Rightarrow \left( 2^x - 5 \right)^2 = 2 \left( 2^x - \frac{7}{2} \right)$$

$$\xrightarrow{2^x=t} t^2 - 10t + 25 = 2t - 7$$

$$\Rightarrow t^2 - 12t + 32 = (t-8)(t-4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \\ t = 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$\Rightarrow d = \log_3 \left( 2^x - 5 \right) - \log_3 2$$

$$\xrightarrow{x=3} d = \log_3 3 - \log_3 2 = \log_3 \frac{3}{2} \Rightarrow 3^d = \frac{3}{2}$$

دقت کنید که باید  $2^x > 5$  باشد پس  $x = 2$  غیر قابل قبول است.

(مسابقان ۱- توابع نمایی و لگاریتمی، صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

www.riazisara.ir - ۱۱۱

بازتاب، انتقال و دوران، تبدیلاتی طولپا هستند و تحت هیچ کدام از این

تبدیلات، اندازه پاره‌خطها یا زاویه‌ها تغییر نمی‌کند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

در هر تبدیل، نقطه‌ای را که تبدیل یافته آن بر خود آن نقطه منطبق می‌شود، نقطه ثابت تبدیل می‌نامند. در بازتاب نسبت به خط، تمامی نقاط روی محور بازتاب، نقاط ثابت تبدیل هستند، بنابراین هر بازتاب بی شمار نقطه ثابت تبدیل دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

در یک دوران، جهت شکل‌ها حفظ می‌شود ولی شیب خط‌ها تنها در صورتی ثابت می‌ماند که زاویه دوران مضرب  $180^\circ$  باشد، در انتقال، جهت شکل‌ها و شیب پاره‌خط‌ها ثابت می‌ماند و در بازتاب، جهت شکل‌ها تغییر کرده و شیب پاره‌خط‌ها تنها در صورتی ثابت می‌ماند که محور بازتاب موازی یا عمود بر پاره‌خط موردنظر باشد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

در دوران به مرکز نقطه ثابت  $O$  و زاویه  $\alpha$ ، اگر  $A'$  تصویر نقطه  $A$  باشد،  $\widehat{AOA'} = \alpha$  و  $OA = OA'$  است. همچنین دوران، تبدیلی طولی است و جهت شکل‌ها را حفظ می‌کند. با توجه به این ویژگی تنها شکل شماره ۸ می‌تواند دوران یافته شکل سایه‌زده به مرکز  $O$  و زاویه  $180^\circ$  باشد.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴ ✓

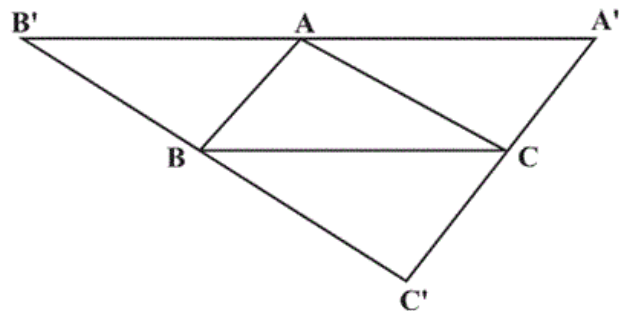
۳

۲

۱

(امیرمسین ابومصوب)

۱۱۵ - فصل ۱۱ - هندسه



چون انتقال، شیب خط‌ها را ثابت نگه می‌دارد و همچنین یک تبدیل طولی است، پس چهارضلعی‌های  $AA'CB$  و  $BB'AC$  متوازی‌الاضلاع هستند. یعنی  $AA' = BC$  و  $AB' = BC$ ، پس  $A'B' = 2BC$  و به همین ترتیب می‌توان ثابت کرد سایر اضلاع مثلث  $A'B'C'$ ، دو برابر اضلاع مقابل خود در مثلث  $ABC$  هستند، بنابراین مساحت مثلث  $A'B'C'$ ، چهار برابر مساحت مثلث  $ABC$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

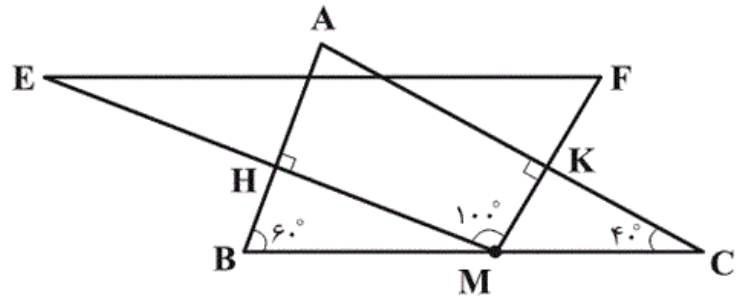
۴

۳ ✓

۲

۱





$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

در چهارضلعی محاطی AHMK می‌توان نوشت:

$$\hat{A} + \hat{M} = 180^\circ \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

می‌دانیم محور بازتاب، عمودمنصف پاره‌خط واصل بین هر نقطه و تصویر آن

تحت بازتاب است. پس در مثلث منفرجه‌الزاویه EMF ( $\hat{M} > 90^\circ$ ) می‌توان

ادعا کرد که AB و AC، عمودمنصف اضلاع آن هستند که در نقطه A

مقاطع‌اند. چون عمودمنصف‌های اضلاع هر مثلث هم‌رس‌اند، پس داریم:

$$A \Rightarrow AE = AF \text{ روی عمودمنصف EF است.}$$

از طرفی نقطه هم‌رسی عمودمنصف‌ها در یک مثلث منفرجه‌الزاویه خارج مثلث

قرار دارد، پس مطابق شکل نقطه A خارج مثلث EMF است ( روی

EF قرار ندارد). همچنین اگر  $ME = MF$  باشد، آنگاه  $MH = MK$

است. با توجه به این که در مثلث ABC، M وسط ضلع BC قرار دارد،

پس  $S_{\triangle AMB} = S_{\triangle AMC}$  است و در صورت برابری MH و MK، لزوماً

$AB = AC$  است که با فرض نامساوی بودن زوایای B و C تناقض دارد.

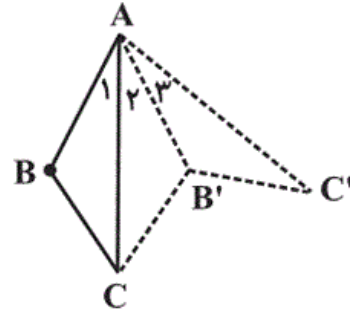
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲✓

۱



زاویه‌های  $A_1$  و  $A_2$  و  $A_3$  برابرند و  $AB = AB'$  و  $AC = AC'$  (چرا؟). از

طرفی  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{A}_3$ ، در نتیجه نقاط  $B'$  و  $C'$  به ترتیب دوران

یافته نقاط  $B$  و  $C$  با اندازه زاویه  $2A_1$  حول نقطه  $A$  هستند. پس

پاره خط  $B'C'$  دوران یافته پاره خط  $BC$  به مرکز نقطه  $A$  و با اندازه

زاویه  $2A_1$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، مشابه تمرین ۵ صفحه ۴۵)

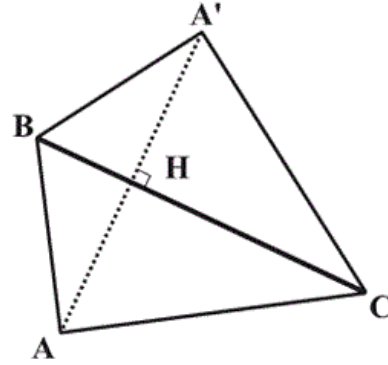
۴

۳

۲ ✓

۱

فرض کنید  $AB = 3$  و  $AC = 4$  باشد.  $A'$  بازتاب  $A$  نسبت به خط  $BC$  است، پس مطابق شکل  $AA' = 2AH$  می‌باشد که  $AH$  ارتفاع وارد بر وتر در مثلث  $ABC$  است. داریم:



$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

$$AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \times 5 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = \frac{12}{5}$$

$$\Rightarrow AA' = \frac{24}{5} = 4.8$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

چون بازتاب تبدیلی طولپا است، پس  $AE = A'E = 4$  است و در نتیجه بنا

به قضیه فیثاغورس در مثلث  $AEO$ ،  $OE = 3$  خواهد بود. برای محاسبه

طول  $AH$ ، کافی است مساحت مثلث  $AOA'$  را به دو روش زیر بنویسیم و

برابر یکدیگر قرار دهیم:

$$\left. \begin{aligned} S_{\Delta AOA'} &= \frac{1}{2} OE \times AA' \\ S_{\Delta AOA'} &= \frac{1}{2} AH \times OA' \end{aligned} \right\} \Rightarrow OE \times AA' = AH \times OA'$$

$$\Rightarrow 3 \times 8 = AH \times 5 \Rightarrow AH = \frac{24}{5} = 4.8$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

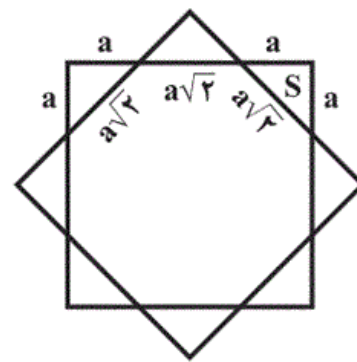
۴

۳✓

۲

۱

با توجه به شکل زیر، شکل ناحیه مشترک بین مربع و تصویر آن یک هشت ضلعی منتظم است. مطابق شکل هر یک از ۴ مثلثی که در گوشه‌های مربع ایجاد می‌شود، قائم‌الزاویه متساوی الساقین هستند. اگر طول اضلاع قائمه هر یک از این مثلث‌ها را برابر  $a$  فرض کنیم، آنگاه داریم:



$4S - \text{مساحت مربع} = \text{مساحت هشت ضلعی}$

$$= (2a + a\sqrt{2})^2 - 4 \times \left( \frac{1}{2} a^2 \right)$$

$$\Rightarrow 4(1 + \sqrt{2}) = 4a^2(1 + \sqrt{2}) \Rightarrow a = 1$$

$$\text{ضلع مربع} = 2a + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۴

۳✓

۲

۱

اگر  $A$  و  $B$  به ترتیب پیشامدهای آن باشند که «مجموع دو عدد رو شده

مضرب ۵ باشد» و «هر دو عدد رو شده زوج باشند»، آنگاه داریم:

$$B = \{(2,2), (2,4), (2,6), (4,2), (4,4), (4,6), (6,2), (6,4), (6,6)\}$$

$$A \cap B = \{(4,6), (6,4)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{2}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(پوار فاطمی)

۱۲۲- آمار و احتمال

$$P(\{b, c\}) = P(\{a, b, c\}) - P(a) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

$$P(\{b, c, d\} | \{a, b, c\}) = \frac{P(\{b, c, d\} \cap \{a, b, c\})}{P(\{a, b, c\})} = \frac{P(\{b, c\})}{P(\{a, b, c\})}$$

$$= \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر پیشامدهای  $A_1$ ،  $A_2$  و  $A_3$  پیشامدهایی باشند که در آنها به ترتیب ظرف‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  انتخاب شوند، داریم:

$$A_1 = \{2, 3, 5\} \Rightarrow P(A_1) = \frac{3}{6}$$

$$A_2 = \{4, 6\} \Rightarrow P(A_2) = \frac{2}{6}$$

$$A_3 = \{1\} \Rightarrow P(A_3) = \frac{1}{6}$$

۴

 ✓

۳

۲

۱

گزینه «۱»:

$$P((A \cup B) | B) = \frac{P((A \cup B) \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B)}{P(B)} = 1$$

گزینه «۲»:

$$P((A - B) | B) = \frac{P((A \cap B') \cap B)}{P(B)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B)} = 0$$

گزینه «۳»:

$$P(A | (A - B)) = \frac{P(A \cap (A \cap B'))}{P(A \cap B')} = \frac{P(A \cap B')}{P(A \cap B')} = 1$$

گزینه «۴»:

$$P((A \cap B) | (B - A)) = \frac{P((A \cap B) \cap (B \cap A'))}{P(B - A)} = \frac{P(\emptyset)}{P(B - A)} = 0$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱



اگر  $A$  را پیشامد انتخاب دو مهره غیرهمرنگ و  $B_1$  و  $B_2$  را به ترتیب پیشامد انتخاب ظرف‌های اول و دوم، در نظر بگیریم، داریم:

$$P(A) = P(B_1)P(A | B_1) + P(B_2)P(A | B_2)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\binom{4}{1} \binom{2}{1}}{\binom{6}{2}} + \frac{1}{2} \times \frac{\binom{7}{1} \binom{3}{1}}{\binom{10}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{8}{15} + \frac{1}{2} \times \frac{21}{45} = \frac{1}{2} \left( \frac{8}{15} + \frac{7}{15} \right) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر  $A$  پیشامد آن باشد که سکه هر سه بار رو بیاید و  $B_1$  و  $B_2$  به ترتیب پیشامدهای آن باشند که «سکه سالم باشد» و «سکه دارای دو وجه رو باشد»، آنگاه داریم:

$$P(A) = \frac{4}{5} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{5} \times 1$$

$$= \frac{1}{10} + \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

$$P(B_2 | A) = \frac{P(B_2)P(A | B_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5} \times 1}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴ و ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

در هر بار پرتاب سکه، احتمال آمدن «رو» برابر  $\frac{1}{2}$  است و پرتاب‌ها مستقل

از یکدیگرند. داریم:

$$P(\text{اصلاً «رو» نیاید}) = 1 - P(\text{حداقل یک بار «رو»})$$

$$= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n > \frac{95}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{5}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{20} \Rightarrow 2^n > 20 \Rightarrow n \geq 5$$

یعنی حداقل سکه را باید ۵ بار پرتاب کنیم.

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عباس اسری امیرآباری)

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{3} P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر B و C دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه طبق تمرین ۱۴ صفحه ۶۶

کتاب آمار و احتمال داریم:

$$P(A|B) \leq P(A|C) \Rightarrow P(A|B) \leq P(A|(B \cup C)) \leq P(A|C)$$

بنابراین داریم  $0/6 \leq P(A|(B \cup C)) \leq 0/4$ ، پس تنها گزینه «۲»

می تواند صحیح باشد.

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۱۴ صفحه ۶۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

وقتی گفته شده حداقل ۹ پیامک ارسال شده باشد (با موفقیت) یعنی یا ۹

پیامک و یا ۱۰ پیامک با موفقیت ارسال شده است، پس اگر پیشامد مورد نظر

را با  $A$  نمایش دهیم، داریم:

$$P(A) = \binom{10}{9} \left(\frac{9}{10}\right)^9 \left(\frac{1}{10}\right)^1 + \binom{10}{10} \left(\frac{9}{10}\right)^{10} \left(\frac{1}{10}\right)^0$$

$$= \left(\frac{9}{10}\right)^9 + \left(\frac{9}{10}\right)^{10} = \left(\frac{9}{10}\right)^9 \left(1 + \frac{9}{10}\right) = \left(\frac{19}{10}\right) \left(\frac{9}{10}\right)^9$$

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۸ صفحه ۷۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

$$P(B - A) = P(B) - P(B \cap A) = P(B) - P(A)$$

$$= \frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

$$P(B | A') = \frac{P(B \cap A')}{P(A')} = \frac{P(B - A)}{1 - P(A)} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{2}{3}} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

فرض کنید مهره‌های سفید را با  $w_1$  تا  $w_5$  و مهره‌های سیاه را با  $b_1$  تا  $b_5$  نمایش دهیم. اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  به ترتیب پیشامدهای «همرنگ بودن دو مهره» و «برابر ۶ بودن مجموع شماره‌های دو مهره» باشند، آنگاه داریم:

$$B = \{(w_1, w_5), (w_2, w_4), (b_1, b_5), (b_2, b_4), (w_1, b_5), (w_2, b_4), (w_3, b_3), (w_4, b_2), (w_5, b_1)\}$$

$$\Rightarrow n(B) = 9$$

$$A \cap B = \{(w_1, w_5), (w_2, w_4), (b_1, b_5), (b_2, b_4)\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 4$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{9}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$n(A \cap B) = 7 \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{زوج}}}{4} \times \underset{\substack{\downarrow \\ \text{فرد}}}{5}$$

$$P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{7 \times 4 \times 5}{8 \times 4 \times 7} = \frac{5}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

احتمال خارج شدن مهره سفید از ظرف اول برابر  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$  است. اگر یک

مهره سفید به ظرف دوم اضافه کنیم، این ظرف شامل یک مهره سفید و ۴

مهره سیاه می شود که در نتیجه احتمال خارج کردن مهره سفید از آن برابر

$\frac{1}{5}$  است. با اضافه کردن یک مهره سفید به ظرف سوم، این ظرف شامل ۵

مهره سفید خواهد بود و در نتیجه احتمال خروج مهره سفید از این ظرف برابر

۱ می باشد. بنابراین احتمال آن که هر سه مهره خارج شده سفید باشند،

برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه های ۵۶ تا ۵۸)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

لامپی که از جعبه جدید برداشته می‌شود، با احتمال  $\frac{8}{14}$  متعلق به جعبه اول و

با احتمال  $\frac{6}{14}$  متعلق به جعبه دوم است. با توجه به احتمال معیوب بودن

لامپ‌های هر کدام از این دو جعبه، اگر پیشامد معیوب بودن لامپ انتخابی از

جعبه جدید را  $A$  بنامیم، آنگاه داریم:

$$P(A) = \underbrace{\frac{8}{14} \times \frac{4}{24}}_{\text{جعبه اول}} + \underbrace{\frac{6}{14} \times \frac{3}{15}}_{\text{جعبه دوم}} = \frac{4}{42} + \frac{3}{35}$$

$$= \frac{20 + 18}{210} = \frac{38}{210} = \frac{19}{105}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

روش اول: مهره خارج شده از ظرف اول به احتمال  $\frac{5}{9}$  سفید و به احتمال  $\frac{4}{9}$

سیاه است. در صورتی که یک مهره سفید به ظرف دوم اضافه شود، این ظرف

دارای ۸ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه می‌گردد که احتمال انتخاب مهره

سفید از آن برابر  $\frac{8}{18}$  است. اگر یک مهره سیاه به ظرف دوم اضافه شود، این

ظرف دارای ۷ مهره سفید و ۱۱ مهره سیاه می‌شود که احتمال انتخاب مهره

سفید از آن برابر  $\frac{7}{18}$  می‌باشد.

اگر پیشامد انتخاب مهره سفید از ظرف دوم را با  $A$  نمایش دهیم، آنگاه

$$P(A) = \frac{5}{9} \times \frac{8}{18} + \frac{4}{9} \times \frac{7}{18} = \frac{20}{81} + \frac{14}{81} = \frac{34}{81}$$

داریم:



روش دوم: از ظرف اول یک مهره به تصادف در ظرف دوم قرار داده شده و سپس از ظرف دوم، مهره‌ای خارج می‌کنیم. در نتیجه مهره‌ای که از ظرف دوم خارج شده به احتمال  $\frac{1}{18}$  متعلق به ظرف اول بوده و به احتمال  $\frac{17}{18}$  از ابتدا به ظرف دوم تعلق داشته است. احتمال انتخاب مهره سفید از میان مهره‌های ظرف اول برابر  $\frac{5}{9}$  و از میان مهره‌های ظرف دوم برابر  $\frac{7}{17}$  است. بنابراین اگر پیشامد انتخاب مهره سفید از ظرف دوم (بعد از افزودن یک مهره از ظرف اول به آن) را A بنامیم، داریم:

$$P(A) = \frac{1}{18} \times \frac{5}{9} + \frac{17}{18} \times \frac{7}{17} = \frac{5}{162} + \frac{7}{18}$$

$$= \frac{5 + 63}{162} = \frac{68}{162} = \frac{34}{81}$$

روش سوم: به اندازه  $\frac{5}{9}$  از ظرف اول مهره سفید خارج شده است، پس:

$$P(A) = \frac{7 + \frac{5}{9}}{18} = \frac{\frac{68}{9}}{18} = \frac{34}{81}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

☐ ۴

☒ ۳

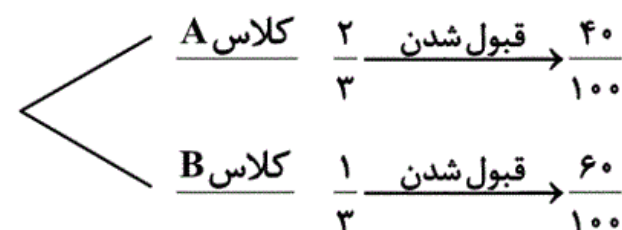
☐ ۲

☐ ۱

(سراسری ریاضی - ۸۸)

۱۳۷ - آزمون

اگر پیشامد قبول شدن فرد انتخاب شده را با C نمایش دهیم، آنگاه داریم:



$$P(C) = \frac{2}{3} \times \frac{40}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{60}{100} = \frac{140}{300}$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل از یکدیگرند، بنابراین  $P(A|B) = P(A)$  و

$$P(A) = 3P(A \cap B') \Rightarrow \frac{1}{5} = 3P(A \cap B') \quad \text{داریم:}$$

$$\Rightarrow P(A \cap B') = \frac{1}{15} \Rightarrow P(A)P(B') = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} \times P(B') = \frac{1}{15} \Rightarrow P(B') = \frac{1}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{11}{15}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۹۶)

۱۳۹ - آمار و احتمال

اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  به ترتیب آن باشند که «هر دو سکه رو بیایند» و

«تاس ۶ ظاهر شود»، آن گاه این دو پیشامد مستقل از یکدیگرند و داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{6+4-1}{24} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$$

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۷ صفحه ۷۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر تعداد تیرهای اصابت کرده به هدف را با  $x$  نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(x=4) + P(x=5) = \binom{5}{4} \left(\frac{3}{4}\right)^4 \left(\frac{1}{4}\right)^1 + \binom{5}{5} \left(\frac{3}{4}\right)^5 \left(\frac{1}{4}\right)^0$$

$$5 \times \frac{81}{256} \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{243}{1024} \times 1 = \frac{405 + 243}{1024} = \frac{648}{1024} = \frac{81}{128}$$

(آمار و احتمال - احتمال، مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۲)

۴

۳ ✓

۲

۱