



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

۱۰۱- قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

(۱) صفر

۱۰۲- اگر α و β جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - 4x - 21 = 0$ باشند؛ حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

$\frac{-21}{4}$ (۴)

$\frac{21}{4}$ (۳)

$-\frac{4}{21}$ (۲)

$\frac{4}{21}$ (۱)

۱۰۳- در معادله $(m-5)x^3 + (m+1)x^2 + m - 4 - 1 = 0$ مقدار m کدام می‌تواند باشد تا معادله دارای ریشه مضاعف باشد؟

۵ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۴- در مورد معادله $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{17}{x^2-1}$ کدام گزینه درست است؟

(۱) دو جواب مثبت دارد.

(۲) جواب منفی دارد.

(۳) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

(۴) دو جواب منفی دارد.

۱۰۵- اگر مجموع اعضای متمایز برد تابع $f = \{(a-2, a), (2a+1, a^2), (a^3 - 3, 2-2a)\}$ برابر با ۴ باشد، مجموع اعضای متمایز دامنه کدام است؟

-۶ (۴)

-۱ (۳)

۱۰ (۲)

-۸ (۱)

۱۰۶- با ۲۰۰ متر نرده، یک زمین مستطیل شکل را محصور و طول آن را با نرده به دو قسمت مساوی تقسیم کرده‌ایم. مساحت کل قسمت محصور شده به صورت تابعی از طول مستطیل کدام است؟ (s مساحت کل و x طول است)

$$s(x) = \frac{200x - 2x^2}{3} \quad (۴)$$

$$s(x) = \frac{200 - 2x^2}{3} \quad (۳)$$

$$s(x) = \frac{100 - 2x^2}{3} \quad (۲)$$

$$s(x) = \frac{100x - 2x^2}{3} \quad (۱)$$

۱۰۷- تابع f به هر عدد حقیقی، دو واحد کمتر از نصف جذر مکعب آن عدد را نسبت می‌دهد. در مورد تابع f کدام گزینه صحیح است؟

(۱) این تابع به عدد یک، ۱- را نسبت می‌دهد.

(۲) ضابطه‌ی جبری این تابع به صورت $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2}$ است.

(۳) اگر دامنه تابع به صورت $D = \{0, 1\}$ باشد، مجموع اعضای برد برابر با ۴- می‌شود.
 $-f(0) = f(4)$ (۴)

۱۰۸- نمودار تابع خطی $y = \sqrt{2x+5} / 3$ از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) اول

۲) دوم

۳) سوم

۴) چهارم

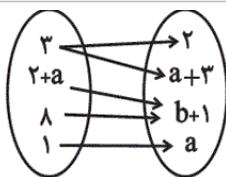
۱۰۹- در تابع خطی $f(x) = ax + b$ نمودار تابع محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳- قطع کرده و از نقطه $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ می‌گذرد. مقدار $(f(2) + f(1))$ کدام است؟

$$\frac{2}{3}(1)$$

$$2(2)$$

$$4(3)$$

$$6(4)$$



۱۱۰- اگر رابطه داده شده با نمودار پیکانی زیر یک تابع باشد، مجموع اعضای متمايز برد تابع کدام است؟

$$-1(2)$$

$$1(1)$$

$$4(3)$$

$$-2(3)$$

(موسی عفتی)

$$10x^2 - x^2 + 3x - 3x + 8 - 9 = 0$$

$$9x^2 - 1 = 0 \rightarrow 9x^2 = +1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} \Rightarrow \text{قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها} = \left| -\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \right| = \frac{2}{3}$$

(ریاضی و آمار، (ا)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴✓

۳

۲

۱

(موسی عفتی)

$$S = \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{1} = 4$$

$$P = \alpha \beta = \frac{c}{a} = \frac{-21}{1} = -21$$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\beta + \alpha}{\alpha \beta} = \frac{S}{P} = \frac{4}{-21}$$

(ریاضی و آمار، (ا)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۴

۳

۲✓

۱

در یک معادله درجه دوم اگر دو ریشه با هم برابر باشند، می‌گوییم معادله ریشه مضاعف دارد. اگر $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ باشد، معادله دارای ریشه مضاعف است.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Rightarrow (m+1)^2 - 4(m-5)(m-5) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 + 2m - 4(m-5)^2 = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 + 2m - 4(m^2 + 25 - 10m) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 1 + 2m - 4m^2 - 100 + 40m = 0$$

$$\Rightarrow -3m^2 + 42m - 99 = 0$$

$$\Rightarrow -m^2 + 14m - 33 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = 196 - 132 = 64$$

$$\Rightarrow m = \frac{-14 \pm 8}{-2} = \begin{cases} m = 3 \\ m = 11 \end{cases}$$

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۳۵ تا ۴۷)

(محمد بهیرایی)

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+1} &= \frac{17}{x^2-1} \\ \Rightarrow \frac{(x+3)(x+1) + x(x-1)}{(x-1)(x+1)} &= \frac{17}{x^2-1} \\ \Rightarrow \frac{x^2+4x+3+x^2-x}{x^2-1} &= \frac{17}{x^2-1} \\ \Rightarrow 2x^2+3x+3 = 17 &\Rightarrow 2x^2+3x-14 = 0 \\ \Delta = 9 - 4 \times (2)(-14) &= 9 + 112 = 121 \\ \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-3 \pm 11}{4} &= \begin{cases} x_1 = \frac{-7}{2} \\ x_2 = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

هر دو جواب قابل قبول‌اند، پس معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

(ریاضی و آمار (۱)، معادله درجه دوم، صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امیر معموریان)

$$\begin{aligned} a + a^2 + 2 - 2a = 4 &\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \\ \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 &\rightarrow a = -1 \text{ یا } a = 2 \end{aligned}$$

حال باید بررسی کدام جواب قابل قبول است:

اگر $a = 2$ باشد:

$$f = \{(0, 2), (5, 4), (5, -2)\}$$

که شرط تابع بودن را ندارد. پس $a = 2$ قابل قبول نیست.

اگر $a = -1$ باشد:

$$f = \{(-3, -1), (-1, 1), (-4, 4)\}$$

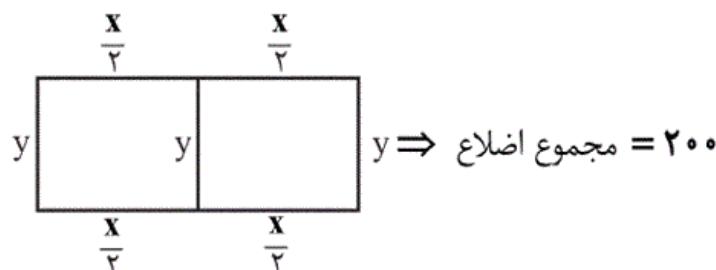
که شرط تابع بودن را دارد و قابل قبول است.

مجموع اعضای دامنه در این حالت:

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب x و y بنامیم، خواهیم داشت:



$$\Rightarrow y + y + y + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 200 \Rightarrow 3y + \frac{4x}{2} = 200$$

$$\Rightarrow 3y = 200 - 2x \Rightarrow y = \frac{200 - 2x}{3}$$

$$\Rightarrow s = xy \Rightarrow s(x) = x \left(\frac{200 - 2x}{3} \right) = \frac{200x - 2x^2}{3}$$

(ریاضی و آمار (۱)، تابع، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۹)

✓

$f : A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^3}}{2} - 2$$

ضابطه تابع f به صورت مقابل است:

بنابراین گزینه «۲» نادرست است.

$$f(1) = \frac{\sqrt{1^3}}{2} - 2 = \frac{1}{2} - 2 = \frac{-3}{2}$$

$$f(0) = \frac{\sqrt{0^3}}{2} - 2 = -2 \Rightarrow f(0) + f(1) = -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا مجموع اعضای برد برابر با $\frac{-7}{2}$ می‌شود.

$$f(4) = \frac{\sqrt{4^3}}{2} - 2 = \frac{\sqrt{64}}{2} - 2 = \frac{8}{2} - 2 = 2 \Rightarrow -f(0) = f(4)$$

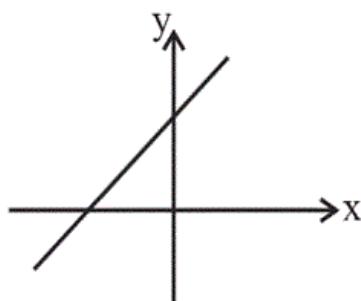
بنابراین گزینه «۴» درست است.

(ریاضی و آمار (ا)، تابع، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$\frac{0}{3}y = \sqrt{2}x + \sqrt{5} \xrightarrow{\div \frac{0}{3}} y = \frac{\sqrt{2}}{\frac{0}{3}}x + \frac{\sqrt{5}}{\frac{0}{3}}$$

شیب و عرض از مبدأ هر دو مثبت هستند، پس نمودار تابع خطی به شکل تقریبی برابر است با:



لذا تابع فقط از ناحیه چهارم نمی‌گذرد.

(ریاضی و آمار (ا)، تابع، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(محمد بهیرایی)

$$f(x) = ax + b \xrightarrow[\text{روی محورها}]{\text{نقطه‌ای به طول } -3} 0 = a \times (-3) + b$$

$$\Rightarrow -3a + b = 0$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} \Rightarrow f(3) = 4 \Rightarrow 4 = 3a + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a + b = 4 \\ -3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\xrightarrow{3a+b=4} 3a + 2 = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

$$\Rightarrow f(2) + f(1) = \left(\frac{2}{3} \times 2 + 2\right) + \left(\frac{2}{3} + 2\right) = 6$$

(ریاضی و آمار (ا)، تابع، صفت‌های ۷۸ تا ۷۸

 ✓ ۳ ۲ ۱

(محمد بهیرایی)

از ۳ به دو عضو ۲ و $a+3$ فلش رسم شده، بنابراین:

$$a + 3 = 2 \Rightarrow a = -1$$

$$\xrightarrow{a=-1} 2 + a = 2 - 1 = 1$$

بنابراین از ۱ به دو عضو $b+1$ و a فلش رسم شده، بنابراین:

$$b + 1 = a \xrightarrow{a=-1} b + 1 = -1 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow \text{برد تابع } = \{2, -1\}$$

$$2 + (-1) = 1 = \text{مجموع اعضای متمایز برد}$$

(ریاضی و آمار (ا)، تابع، صفت‌های ۵۵ تا ۶۳

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓