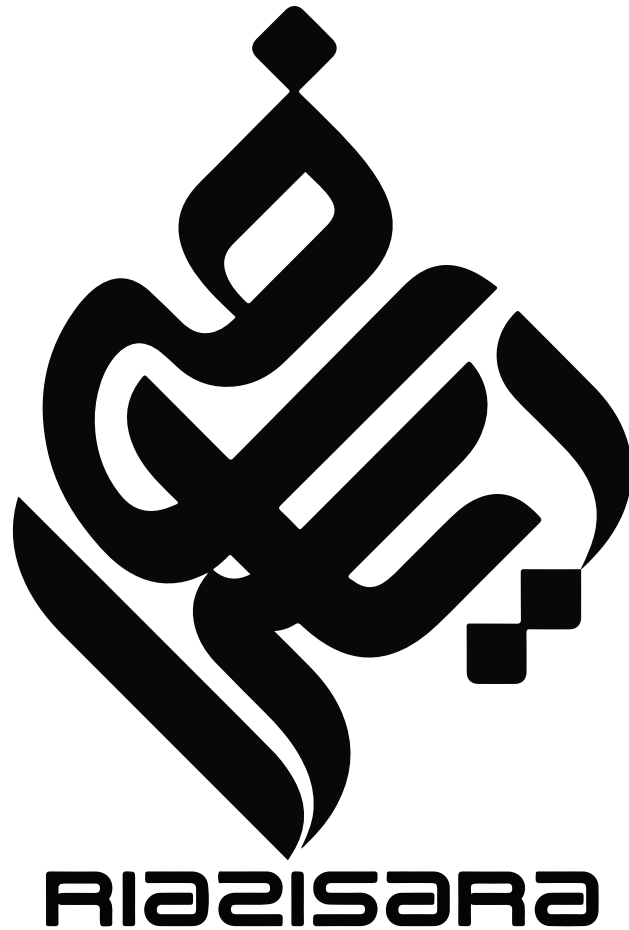




سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات
و...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

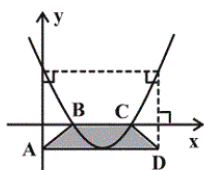
۴۱- از یک رشته سیم به طول ۱۵ متر، می‌خواهیم یک مستطیل به مساحت ۹ مترمربع بسازیم. تفاضل طول و عرض این مستطیل کدام است؟

- (۱) ۳/۵ (۲) ۴ (۳) ۴/۵ (۴) ۵

۴۲- رأس سهمی $y = x^2 + ax + a + 5$ بالای محور x ها روی خط $y + 2x = 1$ است. طول محور تقارن سهمی عضو کدام بازه زیر است؟

- (۱) $[-3, -2]$ (۲) $[-2, -1]$ (۳) $[1, 2]$ (۴) $[2, 3]$

۴۳- در شکل زیر، سهمی رسم شده مربوط به نمودار تابع به معادله $y = 2x^2 - 12x + 16$ است. اگر پاره خط افقی AD بر رأس سهمی مماس باشد، مساحت دوزنقه متساوی الساقین $ABCD$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۸
(۳) ۱۶
(۴) ۲۴

۴۴- اگر $a < 0$ و عبارت $P(x) = \frac{x^3 - 12x^2 + 36x}{x^2 + x - 2}$ در بازه (a, b) مثبت باشد، در این صورت حداکثر مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴) ۲

۴۵- حدود a کدام باشد تا به ازای مقادیر مناسب از b ، عبارت درجه دوم $(b - a)x^2 + bx + a$ همواره نامنفی باشد؟

- (۱) $(-\infty, 0)$ (۲) $(0, +\infty)$ (۳) $\emptyset$ (۴) $\mathbb{R}$

۴۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{-2x}{x^2 - 9} - \frac{1}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} \leq -1$ کدام است؟

- (۱) $(3, 5]$ (۲) $[-5, -3]$ (۳) $(-\infty, -2) \cup (3, 5]$ (۴) $(-3, 3) \cup [5, +\infty)$

۴۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $|x - a| \geq 2b$ به صورت $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۵/۲۵ (۲) ۴/۵ (۳) ۶ (۴) ۵/۷۵

۴۸- اگر $f = \{(3, 7), (3, a^2 + 3), (a, 5), (2, 4), (6, b), (6, a + 1)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۵

۴۹- کدام یک از روابط زیر لزوماً تابع نیست؟

(۱) رابطه‌ای که به هر فرد، سنش را نسبت می‌دهد.

(۲) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز معلمانش را نسبت می‌دهد.

(۳) رابطه‌ای که به هر فرد، شماره شناسنامه‌اش را نسبت می‌دهد.

(۴) رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را نسبت می‌دهد.

۵۰- دامنه و برد تابع خطی f به ترتیب از راست به چپ $[۲, ۸]$ و $[-۱۴, ۴]$ است. مقدار $f(۰)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) -۱۸ (۴) -۲۰

حسابان ۱- ۱۰ سوال

۵۱- مجموع تمام اعداد طبیعی بخش‌پذیر بر ۶ که بین دو عدد ۱۰۰ و ۲۰۰ هستند، کدام است؟

- (۱) ۲۴۲۰ (۲) ۲۴۵۰ (۳) ۲۵۲۰ (۴) ۲۵۵۰

۵۲- اگر مجموع جملات دنباله هندسی روبه‌رو ۶۸۲ باشد، مقدار x کدام است؟ $x, ۲x, ۴x, \dots, ۵۱۲x$

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۵۳- اگر α و β جواب‌های حقیقی معادله $x^2 - 3x - 5 = 0$ باشند، جواب‌های کدام معادله $(\alpha - 1)$ و $(\beta - 1)$ است؟

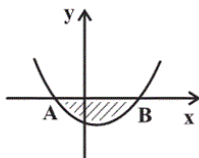
(۱) $x^2 - 2x - 7 = 0$

(۲) $x^2 + x - 1 = 0$

(۳) $x^2 - x - 1 = 0$

(۴) $x^2 - x - 7 = 0$

۵۴- نمای جانبی یک عدسی با معادله $y = x^2 - 6x + c$ مدل‌سازی شده است. اگر بیش‌ترین ضخامت عدسی در راستای محور y ها ۲۴ واحد باشد، طول پاره‌خط AB کدام است؟



(۱) $2\sqrt{6}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{6}$

(۴) $8\sqrt{3}$

۵۵- جواب معادله $\sqrt{x+2} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+4} + \sqrt{x+1} + 5 = 6$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

- (۱) $[۰, ۱)$ (۲) $[۱, ۲)$ (۳) $[۲, ۳)$ (۴) $[۳, ۴)$

۵۶- کدام گزینه در مورد جواب (های) معادله $\frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{4 - x} = 3$ درست است؟

(۱) معادله دارای دو جواب مثبت است.

(۲) معادله فقط یک جواب مثبت دارد.

(۳) معادله یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد.

(۴) معادله جواب ندارد.

۵۷- خط $y - 2x = 2$ روی دایره‌ای به مرکز $(-1, 1)$ و تری به طول ۴ می‌سازد. شعاع دایره کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{5}$ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۸- تعداد توابعی که از $A = \{a, b, c, d\}$ به $B = \{e, f\}$ تعریف می‌شود چند برابر تعداد توابعی است که از B به A تعریف می‌شود؟

- (۱) ۲ برابر (۲) ۴ برابر (۳) ۸ برابر (۴) برابرند

۵۹- در کدام گزینه، دو تابع داده شده برابر نیستند؟

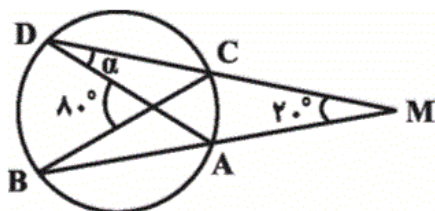
- (۱) $g(x) = |x| \sqrt{x^2}$ ، $f(x) = x^2$ (۲) $g(x) = \frac{x^4}{x^5}$ ، $f(x) = \frac{x}{x^2}$
(۳) $g(x) = \frac{x^2}{x}$ ، $f(x) = \frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ (۴) $g(x) = x^2 - 1$ ، $f(x) = \frac{x^4 - 1}{1 + x^2}$

۶۰- برد تابع $f(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & x \geq 0 \\ -\frac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R}$ (۲) $(-\infty, 0]$ (۳) $[0, +\infty)$ (۴) $\mathbb{R} - \{0\}$

هندسه ۲ - ۱۰ سوال -

۸۱- با توجه به شکل، اندازه زاویه α چند درجه است؟



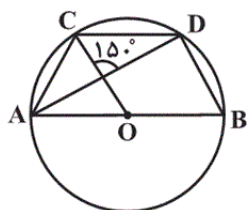
(۱) ۶۰

(۲) ۵۰

(۳) ۳۰

(۴) ۲۵

۸۲- در شکل زیر، O مرکز و AB قطر دایره و $AC = BD$ است. اندازه کمان CD چند درجه است؟



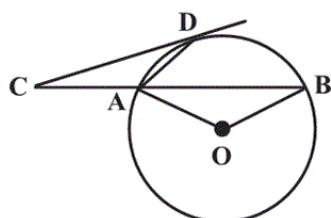
(۱) ۵۰

(۲) ۷۵

(۳) ۱۴۰

(۴) ۱۵۰

۸۳- در شکل زیر CD (در نقطه D) مماس بر دایره‌ای به مرکز O است. اگر $AC = AD$ باشد، زاویه AOB چند برابر زاویه ACD است؟



(A, B و C در یک امتدادند.)

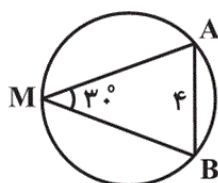
(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۶

۸۴- در شکل زیر، اگر $AB = ۴$ و $\widehat{AMB} = ۳۰^\circ$ باشد، طول کمان AB کدام است؟



(۱) $\frac{2\pi}{3}$

(۲) $\frac{\pi}{2}$

(۳) $\frac{4\pi}{3}$

(۴) $\frac{3\pi}{2}$

۸۵- نیم‌دایره‌ای به قطر AB و به مرکز O مفروض است. نقاط D و E روی محیط این نیم‌دایره طوری قرار دارند که $\widehat{AD} = ۶۰^\circ$ و

$\widehat{DE} = ۸۰^\circ$ می‌باشد. اگر فاصله نقطه O از وترهای AD ، DE و EB را به ترتیب با h_1 ، h_2 و h_3 نمایش دهیم، کدام گزینه صحیح

است؟

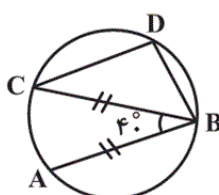
(۱) $h_1 > h_2 > h_3$

(۲) $h_1 > h_3 > h_2$

(۳) $h_3 > h_2 > h_1$

(۴) $h_3 > h_1 > h_2$

۸۶- در شکل زیر، $AB = BC$ و $\widehat{ABC} = ۴۰^\circ$ است. اندازه $\widehat{BDC}$ چند درجه است؟



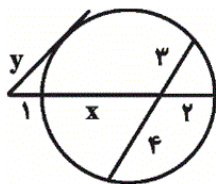
(۱) ۱۰۰

(۲) ۱۰۵

(۳) ۱۱۰

(۴) ۱۱۵

۸۷- در شکل زیر، مقدار $x + y$ کدام است؟



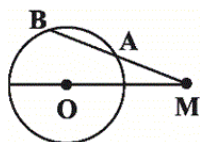
۸ (۱)

۹ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

۸۸- در شکل زیر، $AM = ۹$ ، $AB = ۷$ و $OM = ۱۳$ است. مساحت دایره کدام است؟



۱۰π (۱)

۱۵π (۲)

۲۰π (۳)

۲۵π (۴)

۸۹- دو دایره متخارج داریم که طول مماس مشترک داخلی آن‌ها ۵ و طول خط‌المركزین آن‌ها ۱۳ است. کمترین فاصله بین نقاط دو دایره کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۰- طول یکی از مماس مشترک‌های دو دایره $C(O, ۲)$ و $C'(O', ۳)$ ، $\sqrt{۲}$ برابر طول مماس مشترک دیگر است. طول پاره خط OO' کدام است؟

۹ (۴)

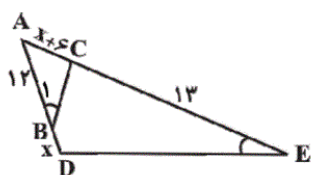
۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

هندسه ۱ - ۱۰ سوال

۷۱- اگر در شکل زیر $\hat{B}_1 = \hat{E}$ ، آنگاه مساحت مثلث ABC چه کسری از مساحت مثلث ADE است؟



$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{9}{25}$ (۴)

$\frac{16}{49}$ (۱)

$\frac{9}{64}$ (۳)

۷۲- نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر $\frac{۴}{۹}$ است. اگر محیط مثلث بزرگ‌تر ۱۸ باشد، محیط مثلث کوچک‌تر کدام است؟

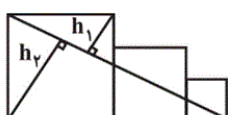
۸ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۱۵ (۱)

۷۳- در شکل زیر، سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند. نسبت $h_۲$ به $h_۱$ کدام است؟



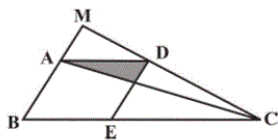
$۲/۴$ (۱)

$۱/۲$ (۲)

$۳/۶$ (۳)

$۱/۸$ (۴)

۷۴- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = 6$ و $EC = 8$ باشد، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده به مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\begin{array}{l} \frac{9}{16} \quad (2) \\ \frac{9}{49} \quad (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{16}{25} \quad (1) \\ \frac{16}{49} \quad (3) \end{array}$$

۷۵- در یک چندضلعی که تعداد قطرهای و ضلع‌هایش برابر است، مجموع اندازه زاویه‌های داخلی چند درجه است؟

$$900 \quad (4)$$

$$720 \quad (3)$$

$$540 \quad (2)$$

$$360 \quad (1)$$

۷۶- عکس کدام یک از قضایای زیر، لزوماً صحیح نیست؟

- (۱) اگر یک چهارضلعی متوازی الاضلاع باشد، آنگاه قطرهای آن منصف یکدیگر هستند.
- (۲) اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، آنگاه قطرهای آن عمود منصف یکدیگر هستند.
- (۳) اگر یک چهارضلعی مربع باشد، آنگاه اندازه دو قطر آن مساوی و عمود بر هم هستند.
- (۴) اگر دوزنقه‌ای متساوی الساقین باشد، آنگاه اندازه دو قطر آن مساوی است.

۷۷- در مثلث قائم الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، طول میانه وارد بر وتر برابر ۶ واحد و $\hat{B} = 30^\circ$ است. فاصله وسط وتر، از ضلع AB کدام است؟

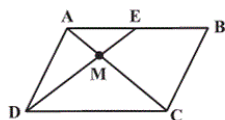
$$\frac{3}{2}\sqrt{3} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$2\sqrt{2} \quad (2)$$

$$3 \quad (1)$$

۷۸- در متوازی الاضلاع شکل زیر، نقطه E وسط پاره خط AB می‌باشد. حاصل $\frac{DM}{ME}$ کدام است؟



$$2 \quad (2)$$

$$3 \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} \frac{3}{2} \quad (1) \\ \frac{5}{2} \quad (3) \end{array}$$

۷۹- مساحت مثلث قائم الزاویه‌ای، دو برابر مجذور ارتفاع وارد بر وتر آن است. اندازه بزرگ‌ترین زاویه خارجی این مثلث چند درجه است؟

$$165 \quad (4)$$

$$150 \quad (3)$$

$$135 \quad (2)$$

$$120 \quad (1)$$

۸۰- در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، نیمساز دو زاویه حاده A و منفرجه B ، یکدیگر را در نقطه‌ای روی ضلع DC قطع کرده‌اند. در این صورت نسبت محیط متوازی الاضلاع به طول ضلع کوچک‌تر آن کدام است؟

$$7 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

ریاضی ۱- سوالات موازی - ۱۰ سوال -

۶۱- جواب کوچک‌تر معادله $(x+1)^2 = 4x+3$ در کدام بازه قرار دارد؟

$$\left(-\frac{3}{2}, -1\right) \quad (4)$$

$$\left(-1, -\frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad (2)$$

$$\left(0, \frac{1}{2}\right) \quad (1)$$

۶۲- معادله $4x^2 - mx + m - 3 = 0$ دارای ریشه مضاعف k است. مقدار mk کدام است؟ ($k > 1$)

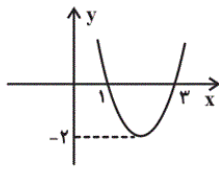
$$18 \quad (4)$$

$$12 \quad (3)$$

$$9 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

۶۳- اگر نمودار زیر، مربوط به سهمی $y = ax^2 + bx + c$ باشد، مقدار a کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

۶۴- یک توپ از بالای یک ساختمان که ۲۰ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این توپ از سطح زمین در ثانیه t پس از پرتاب از

رابطه $h = -5t^2 + 20t + 20$ محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، توپ در مسیر برگشت به زمین است و ارتفاع توپ از سطح زمین بیش‌تر از ۳۵ متر است؟

(۱, ۲) (۴)

(۰, ۳) (۳)

(۲, ۳) (۲)

(۱, ۲) (۱)

۶۵- به ازای کدام مقادیر m سهمی به معادله $y = (m-1)x^2 + mx + m$ بالای خط به معادله $y = 2x + 1$ قرار می‌گیرد؟

$1 < m < \frac{4}{3}$ (۴)

$0 < m < \frac{4}{3}$ (۳)

$m > \frac{4}{3}$ (۲)

$m > 1$ (۱)

۶۶- مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} \geq 2$ کدام است؟

$(-\infty, 2]$ (۴)

$[2, 5]$ (۳)

$[2, +\infty)$ (۲)

$[0, +\infty)$ (۱)

۶۷- اگر جدول تعیین علامت عبارت $A = (x-1)(4-a)(x+b)$ به صورت زیر باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ ($a \in \mathbb{Z}$)

x		۱		$a-1$	
A	+	○	-	○	+

۱ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۷ (۴)

۶۸- اگر مجموعه جواب نامعادله $|ax + 5| < 3$ به صورت بازه $(b, 4)$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

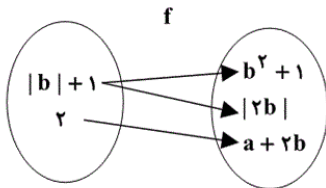
$15/5$ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۶۹- اگر نمودار روبه‌رو، مربوط به تابع f باشد، مقدار $a+b$ کدام می‌تواند باشد؟



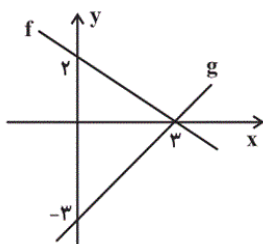
۲ (۱)

۳ (۲)

-۱ (۳)

صفر (۴)

۷۰- نمودار دو تابع خطی f و g به صورت مقابل است. جدول تعیین علامت عبارت $f(x) \times g(x)$ کدام است؟



x		۲	
$f(x) \times g(x)$	-	○	-

(۲)

x		۲	
$f(x) \times g(x)$	+	○	+

(۱)

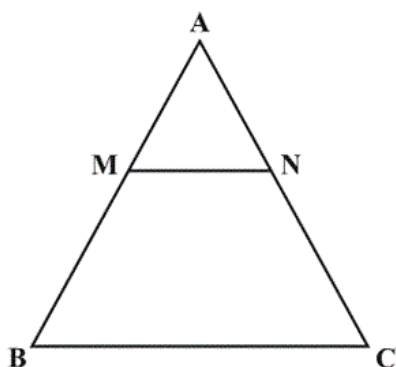
x		۳	
$f(x) \times g(x)$	-	○	-

(۴)

x		۳	
$f(x) \times g(x)$	+	○	+

(۳)

۹۱- در شکل زیر، $BC \parallel MN$ و مساحت دوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است. نسبت



کدام است؟ $\frac{MB}{MA}$

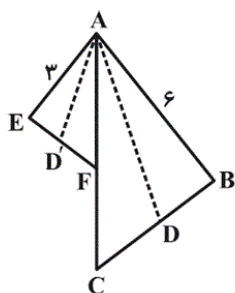
1/5 (1)

2 (2)

3 (3)

f (f

۹۲- در شکل زیر AC نیمساز زاویه $\widehat{BAE}$ ، $AC = ۸$ و $AF = ۴$ است. اگر $AD = ۶m + ۴$ و $AD' = m + ۳$ به ترتیب نیمسازهای دو



زاویه $\widehat{BAC}$ و $\widehat{EAF}$ باشند، مقدار m کدام است؟

2 (1)

٣ (٢

$$\frac{1}{2} (3)$$
$$\frac{1}{r} (r)$$

۹۳- در مثلث قائم الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه ۱ و ۲، عمود منصف وتر، مثلث را به دو چندضلعی تقسیم می‌کند، نسبت مساحت‌های آن‌ها کدام است؟

۱/۶ (۲)

1/20

٢ / ٢ (٤

1/2 (3)

۹۴- در یک n ضلعی محدب، $\frac{1}{6}$ قطرها از رأس مشخص A می‌گذرند. این n ضلعی چند قطر دارد؟

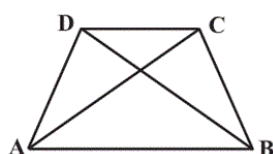
27 (2

9 (1)

135 (F

১৫ (৩

۹۵- در دوزنقه $ABCD$ ، اندازه دو قطر AC و BD برابر است و $AD = x + 5$ ، $BC = 3x - 3$ ، $CD = 2x - 1$ و $AB = 4x - 4$



می‌باشد. محیط این دوزنقه کدام است؟

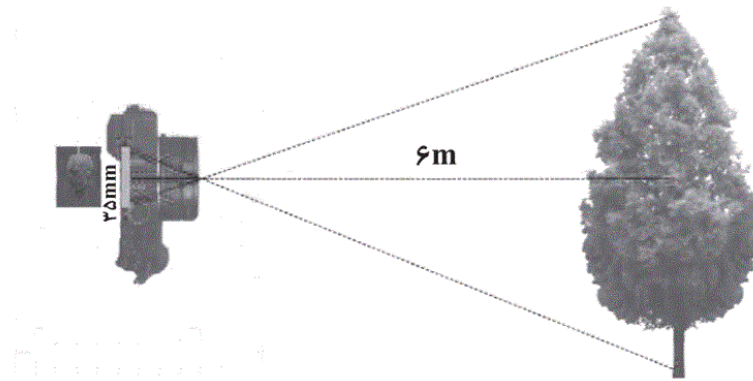
۳۹ (۱)

٢٠ (٢)

۴۲ (۳

۳۷ (۴

- ۹۶- درون یک دوربین عکاسی قدیمی، حلقه فیلمی به عرض ۳۵ میلی‌متر قرار دارد. مطابق شکل زیر، اگر فاصله حلقه فیلم تا عدسی ۴/۲ سانتی‌متر و فاصله عدسی تا درختی که از آن عکس می‌گیرد، ۶ متر باشد، ارتفاع درختی که از آن عکس گرفته می‌شود، چند متر است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۴) ۷

(۳) ۶

- ۹۷- طول‌های دو قطر چهارضلعی محدب $ABCD$ باهم مساوی‌اند. نقاط وسط اضلاع این چهارضلعی را به‌طور متوالی به‌هم وصل می‌کنیم. چهارضلعی حاصل همواره کدام است؟

(۱) لوزی

(۲) مستطیل

(۳) مربع

(۴) دوزنقه متساوی‌الساقین

- ۹۸- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که یک زاویه حاده آن برابر 50° و طول وتر آن برابر ۲ است، طول ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

- ۹۹- در دوزنقه $ABCD$ ، نسبت قاعده‌ها $\frac{1}{4}$ و خطی که وسط ساق‌ها را به هم وصل کرده، قطرهای دوزنقه را در E و F قطع می‌کند. اگر قطرهای

دوزنقه در نقطه O متقاطع باشند، آن‌گاه مساحت مثلث OEF چند برابر مساحت دوزنقه اولیه است؟

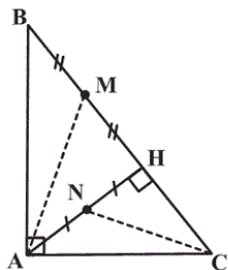
(۱) $\frac{1}{18}$

(۲) $\frac{1}{24}$

(۳) $\frac{1}{36}$

(۴) $\frac{1}{48}$

۱۰۰- در مثلث قائم‌الزاویه ABC شکل زیر، نقاط M و N به ترتیب وسط‌های پاره‌های BH و AH هستند. اگر $BH = 3HC$ باشد،



نسبت AM به CN کدام است؟

(۲) $\frac{3}{2}$

(۱) ۳

(۴) $3\sqrt{3}$

(۳) $\sqrt{3}$

-۴۱

(علی شعرابی)

طول را x و عرض را y می‌گیریم. پس:

$$محیط = ۱۵ \Rightarrow 2(x+y) = ۱۵ \Rightarrow x+y = \frac{۱۵}{۲} \Rightarrow y = \frac{۱۵}{۲} - x \quad (*)$$

$$مساحت = xy = ۹ \xrightarrow{(*)} x\left(\frac{۱۵}{۲} - x\right) = ۹$$

$$\xrightarrow{\times ۲} ۱۵x - 2x^2 = ۱۸ \Rightarrow 2x^2 - ۱۵x + ۱۸ = ۰$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-۱۵)^2 - 4(2)(۱۸) = ۸۱$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{۱۵ \pm ۹}{۴} \Rightarrow \begin{cases} x=۶, & y=۱/۵ \\ x=۱/۵, & y=۶ \end{cases} \text{ غ.ق. ق.}$$

$$\Rightarrow |x-y| = ۶ - ۱/۵ = ۴/۵$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۴۲

(امیر هوشنگ قمسه)

اگر S رأس سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ باشد، داریم:

$$S\left(-\frac{b'}{2a'}, -\frac{\Delta}{4a'}\right) \Rightarrow S\left(-\frac{a}{۲}, \frac{a^2 - 4(۱)(a+۵)}{-۴}\right)$$

نقطه S در معادله خط $y + 2x = ۱$ صدق می‌کند:

$$\frac{a^2 - 4a - ۲۰}{-۴} - a = ۱ \Rightarrow a^2 - 4a - ۲۰ + 4a = -۴$$

$$\Rightarrow a^2 = ۱۶ \Rightarrow a = \pm ۴$$

$$\begin{cases} a = ۴ \Rightarrow y = x^2 + 4x + ۹ = (x+۲)^2 + ۵ \\ a = -۴ \Rightarrow y = (x-۲)^2 - ۳ \end{cases}$$

غیرقابل قبول (رأس زیر محور x هاست.)

در حالت $a = ۴$ محور تقارن $x = -۲$ است که در بازه $[-۲, -۱]$ قرار

دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۵ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

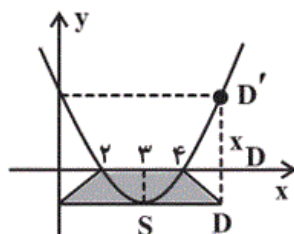
با توجه به شکل نقطه D' و نقطه D به

طول $x = 0$ روی نمودار سهمی دارای یک عرض یکسان هستند، پس این

دو طول نسبت به x_S متقارن هستند.

$$x_S = \frac{0 + x_D}{2} \Rightarrow 3 = \frac{0 + x_D}{2} \Rightarrow x_D = 6$$

$$\Rightarrow \text{طول قاعده بزرگ} = 6 - 0 = 6 \Rightarrow S = \frac{(6 + 2) \times 2}{2} = 8$$



(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۸۲)

۴

۳

۲✓

۱

-۴۴

(ریمع مشتاق نظم)

$$P(x) = \frac{x(x^2 - 12x + 36)}{x^2 + x - 2} = \frac{x(x-6)^2}{(x+2)(x-1)}$$

$x = 0$ ، $x = 6$ ، $x = 1$ و $x = -2$ ریشه‌های صورت و مخرج هستند.

x	$-\infty$	-2	0	1	6	$+\infty$
x	-	-	o	+	+	+
$(x-6)^2$	+	+	+	+	o	+
$(x+2)(x-1)$	+	o	-	-	+	+
P(x)	-	+	o	-	+	+

ت . ن

ت . ن

طبق خواسته سوال برای آن که $b - a$ حداکثر و $a < 0$ باشد،

$(a, b) = (-2, 0)$ است. پس:

$$a = -2, b = 0 \Rightarrow \text{Max}(b - a) = 2$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴✓

۳

۲

۱

$$(b-a)x^2 + bx + a \geq 0$$

برای این که نامساوی فوق همواره برقرار باشد، باید ضریب x^2 مثبت و $\Delta \leq 0$ باشد:

$$\left\{ \begin{array}{l} b-a > 0 \Rightarrow b > a \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \leq 0 \Rightarrow b^2 - 4(b-a)a \leq 0 \Rightarrow (b-2a)^2 \leq 0 \Rightarrow b = 2a \quad (2) \end{array} \right.$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 2a > a \Rightarrow a > 0$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا عدد ۱- را به سمت چپ نامعادله آورده و مخرج مشترک می گیریم.

مشخص است که مخرج مشترک عبارت مورد نظر $x^2 - 9$ است.

$$\frac{-2x - (x+3) + (x-3) + (x^2-9)}{x^2-9} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-2x - x - 3 + x - 3 + x^2 - 9}{x^2 - 9} \leq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 15}{x^2 - 9} \leq 0 \Rightarrow \frac{(x-5)(x+3)}{(x-3)(x+3)} \leq 0$$

$$\xrightarrow{x \neq -3} \frac{x-5}{x-3} \leq 0$$

x	-3	3	5	
x-5	-	-	-	+
x-3	-	-	+	+
$\frac{x-5}{x-3}$	+	+	-	+

ت . ن ت . ن

$$\Rightarrow 3 < x \leq 5 \Rightarrow x \in (3, 5]$$

نقطه ۳ جزو جواب های مساله نیست، زیرا مخرج را صفر می کند.

(ریاضی اسمعاده ها و نامعاده ها - صفحه های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$x \leq 3 \text{ یا } x \geq 6 \xrightarrow{\text{از طرفین}} x - 4/5 \leq 3 - 4/5$$

$$\frac{6+3}{2} = 4/5 \text{ کم می کنیم}$$

$$\text{یا } x - 4/5 \geq 6 - 4/5 \Rightarrow x - 4/5 \leq -1/5 \text{ یا } x - 4/5 \geq 1/5$$

$$\Rightarrow |x - 4/5| \geq 1/5 \Rightarrow \begin{cases} a = 4/5 \\ 2b = 1/5 \Rightarrow b = 0/75 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 4/5 + 0/75 = 5/25$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱✓

$$a = -2 \Rightarrow f = \{(3, 7), (-2, 5), (2, 4), (6, b), (6, -1)\}$$

$$\Rightarrow b = -1 \Rightarrow a + b = -2 - 1 = -3$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱✓

یک تابع از مجموعه A به مجموعه B، رابطه‌ای بین این دو مجموعه

است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود.

از آن جا که معمولاً هر دانش‌آموز چندین معلم دارد، بنابراین رابطه‌ای که

به هر دانش‌آموز معلمانش را نسبت می‌دهد، تابع نیست.

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

چون تابع f خطی است پس یا نقاط $A(۲, -۱۴)$ و $B(۸, ۴)$ یا نقاط $A'(۲, ۴)$ و $B'(۸, -۱۴)$ روی تابع قرار دارند:

حالت (۱):

$$m_{AB} = \frac{-۱۴ - ۴}{۲ - ۸} = ۳$$

$$y - ۴ = ۳(x - ۸) \Rightarrow y = ۳x - ۲۰$$

$$f(x) = ۳x - ۲۰ \Rightarrow f(۰) = -۲۰$$

حالت (۲):

$$m_{A'B'} = \frac{۴ - (-۱۴)}{۲ - ۸} = -۳$$

$$y - ۴ = -۳(x - ۲) \Rightarrow y = -۳x + ۱۰$$

$$f(x) = -۳x + ۱۰ \Rightarrow f(۰) = ۱۰$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۰۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

اعداد مضرب ۶ که بین ۱۰۰ و ۲۰۰ هستند به صورت

۱۹۸، ...، ۱۰۸، ۱۰۲ می‌باشند که جملات یک دنباله حسابی با قدرنسبت

۶ هستند. تعداد این جملات را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 198 = 102 + (n-1)6 \Rightarrow n-1 = 16 \Rightarrow n = 17$$

$$\Rightarrow S_{17} = \frac{17}{2}(102 + 198) = 2550$$

(مسایان ۱- فیبر و معادله - صفحه‌های ۲ تا ۴)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ابتدا تعداد جملات را حساب می‌کنیم:

$$a_n = a_1 q^{n-1} \Rightarrow 512x = x(2^{n-1}) \Rightarrow 2^{n-1} = 2^9 \Rightarrow n = 10$$

حال مجموع جملات را حساب می‌کنیم و مساوی با ۶۸۲ قرار می‌دهیم:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \Rightarrow 682 = \frac{x(2^{10} - 1)}{2 - 1} \Rightarrow 682 = 1023x$$

$$\Rightarrow x = \frac{682}{1023} = \frac{2}{3}$$

(مسایان ۱- فیبر و معادله - صفحه‌های ۴ تا ۶)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

برای ساختن معادله‌ای با ریشه‌های $(\alpha - 1)$ و $(\beta - 1)$ باید S' و P' را

تشکیل داد:

$$x^2 - S'x + P' = 0$$

$$\Rightarrow S' = (\alpha - 1) + (\beta - 1) = \underbrace{\alpha + \beta}_{-(-3)} - 2 = 1$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

بیشترین ضخامت عدسی برابر قدر مطلق مقدار می‌نیمم تابع است.

$$24 = \left| -\frac{\Delta}{4a} \right| \Rightarrow 24 = \left| \frac{36 - 4c}{4} \right| \Rightarrow 96 = |36 - 4c|$$

$$\xrightarrow{c < 0} +96 = 36 - 4c \Rightarrow c = -15$$

از طرفی طول AB تفاضل ریشه‌های معادله درجه دوم است، یعنی: $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$$AB = \frac{\sqrt{36 - 4(-15)}}{1} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

(مسایان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۷ تا ۱۳ و ۳۵)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\sqrt{(\sqrt{x+1}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x+1}+2)^2} = 6$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+1}+1 + \sqrt{x+1}+2 = 6$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x+1} = 3 \Rightarrow \sqrt{x+1} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow x+1 = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{4} \in [1, 2)$$

(مسابقان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

(علی شهبازی)

$$\frac{\sqrt{(x+1)^2}}{4-x} = 3 \Rightarrow |x+1| = 12-3x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq -1 : x+1 = 12-3x \Rightarrow x = \frac{11}{4} \\ x < -1 : -x-1 = 12-3x \Rightarrow x = \frac{13}{2} \end{array} \right. \text{ غ ق ق}$$

پس معادله فقط جواب مثبت $x = \frac{11}{4}$ دارد.

(مسابقان ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۸)

۴

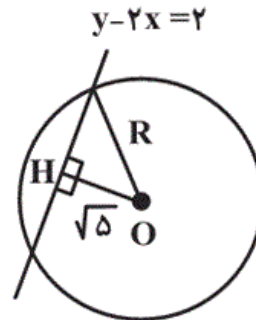
۳

۲✓

۱

فاصله مرکز دایره از خط $y - 2x = 2$ برابر است با:

$$|OH| = \frac{|-2(1) - 1 - 2|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$



از طرفی OH عمود منصف وتر ایجاد شده نیز هست. بنابراین:

$$\Rightarrow R = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{5 + 4} = \sqrt{9} = 3$$

(مسئله ۱- جبر و معادله - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$\Rightarrow \frac{2^4}{4^2} = 1$$

(مسئله ۱- تابع - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۴✓

۳

۲

۱

دو تابع f و g برابرند، اگر:

اولاً $D_f = D_g$ باشد، ثانیاً به ازای هر $x \in D_f$ ، داشته

باشیم: $f(x) = g(x)$.

در مورد گزینه «۳»، شرط برابری دامنه‌ها را نداریم:

$$D_f : (0, +\infty) \quad \text{و} \quad D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

پس توابع گزینه «۳» با هم برابر نیستند.

(مسابقه ۱- تابع - صفحه‌های ۴۱ تا ۴۸)

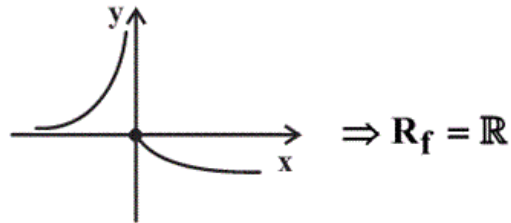
۴

۳ ✓

۲

۱

نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



(مسابقان ۱- تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸)

۱ ✓

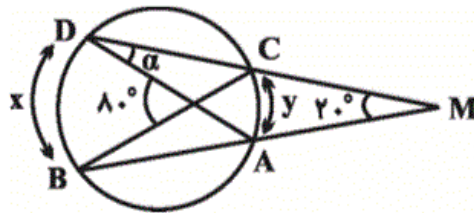
۲

۳

۴

(معمد فندان)

۸۱-



با فرض $\widehat{AC} = y$ و $\widehat{BD} = x$ ، مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} 20^\circ = \frac{x-y}{2} \\ 80^\circ = \frac{x+y}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y = 40^\circ \\ x+y = 160^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 100^\circ \\ y = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{y}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad (\text{زاویه محاطی})$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۷)

۱

۲

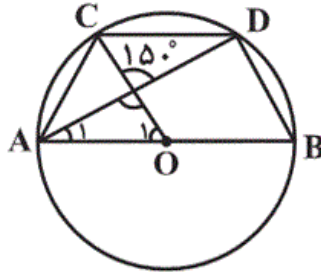
۳ ✓

۴

طبق فعالیت صفحه ۱۳ کتاب درسی، اگر اندازه‌های دو وتر از یک دایره با هم برابر باشند، اندازه کمان‌های نظیر آن‌ها با هم برابر است، پس:

$$AC = BD \Rightarrow \widehat{AC} = \widehat{BD}$$

حال مطابق شکل داریم:



$$\hat{A}_1 + \hat{O}_1 + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{O}_1 = 3^\circ \quad (*)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} \text{ (زاویه محاطی)} \\ \hat{O}_1 = \widehat{AC} = \widehat{BD} \text{ (زاویه مرکزی)} \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\widehat{BD}}{2} + \widehat{BD} = 3^\circ \Rightarrow \widehat{BD} = 2^\circ$$

از طرفی مجموع اندازه کمان‌های AC، CD و BD برابر با 180° است. لذا داریم:

$$\underbrace{\widehat{AC}}_{2^\circ} + \widehat{CD} + \underbrace{\widehat{BD}}_{2^\circ} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{CD} = 14^\circ$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳✓

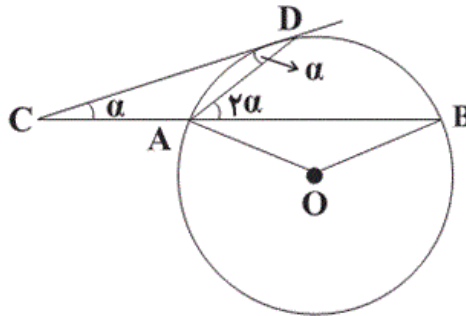
۲

۱

اگر $AC = AD$ باشد، آن‌گاه $\hat{ACD} = \hat{ADC}$ است. اگر فرض کنیم

$\hat{ACD} = \alpha$ باشد، اندازه زاویه خارجی $\hat{BAD} = \hat{ACD} + \hat{ADC} = 2\alpha$

است. حال با توجه به شکل داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{BAD} = \frac{\widehat{BD}}{2} = 2\alpha \Rightarrow \widehat{BD} = 4\alpha \quad (\text{زاویه محاطی}) \\ \hat{ADC} = \frac{\widehat{AD}}{2} = \alpha \Rightarrow \widehat{AD} = 2\alpha \quad (\text{زاویه ظلی}) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{ADB} = 6\alpha$$

حال با توجه به این که زاویه AOB مرکزی است، داریم:

$$\hat{AOB} = \widehat{ADB} = 6\alpha \xrightarrow{\hat{ACD} = \alpha} \hat{AOB} = 6\hat{ACD}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۰ تا ۱۷)

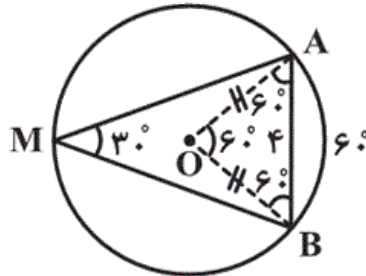
۴ ✓

۳

۲

۱

زاویه $\widehat{AMB}$ محاطی است، در نتیجه اندازه کمان AB دو برابر $\widehat{AMB}$ یعنی 60° می باشد. مثلث OAB متساوی الاضلاع است، زیرا زاویه مرکزی AOB برابر 60° است و AO و BO با هم برابرند. بنابراین شعاع دایره نیز برابر $R = AB = 4$ است.



حال با توجه به این که طول کمان روبه رو به زاویه مرکزی α از رابطه زیر محاسبه می شود، لذا داریم:

$$\text{طول کمان} = \frac{\pi R}{180} \alpha$$

$$\widehat{AB} = \frac{\pi \times 4}{180} \times 60 = \frac{4\pi}{3}$$

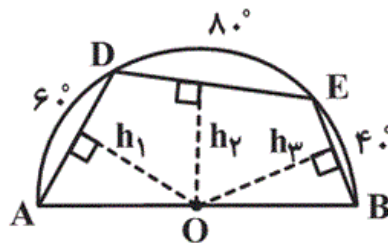
(هندسه ۲- صفحه های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳✓

۲

۱



در نتیجه داریم:

$$\widehat{DE} > \widehat{AD} > \widehat{EB} \Rightarrow DE > AD > EB \quad (*)$$

از طرفی می دانیم در بین دو وتر از یک دایره، وتری که بزرگ تر است به مرکز دایره نزدیک تر می باشد. لذا بنابر رابطه (*) نتیجه می شود که:

$$h_3 > h_1 > h_2$$

(هندسه ۲- صفحه های ۱۱، ۱۳ و ۱۷)

۴✓

۳

۲

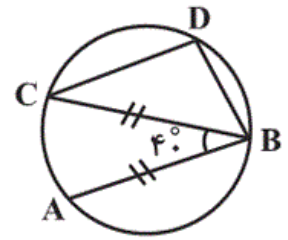
۱

داریم:

$$\widehat{ABC} = 40^\circ \Rightarrow \widehat{AC} = 80^\circ$$

$$AB = BC \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{BDC} = \frac{360^\circ - 80^\circ}{2}$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} = 140^\circ$$



در نتیجه:

$$\widehat{BDC} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = \frac{140^\circ + 80^\circ}{2} = 110^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

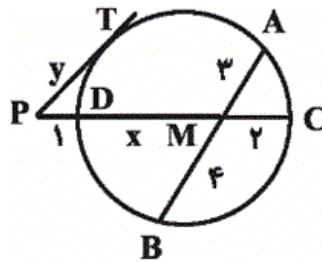
۴

۳✓

۲

۱

(نرگس کارگر)



مطابق شکل با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} MA \times MB = MC \times MD \Rightarrow 3 \times 4 = 2 \times (x) \Rightarrow x = 6 \\ PT^2 = PD \times PC \Rightarrow y^2 = 1 \times (1 + 6 + 2) = 9 \Rightarrow y = 3 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow x + y = 6 + 3 = 9$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸، ۱۹ و ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$MA \times MB = MT \times MT' \Rightarrow 9 \times 16 = (13 - R)(13 + R) \Rightarrow R = 5$$

از طرفی می‌دانیم مساحت دایره برابر πR^2 است، پس: $S_{\text{دایره}} = 25\pi$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴✓

۳

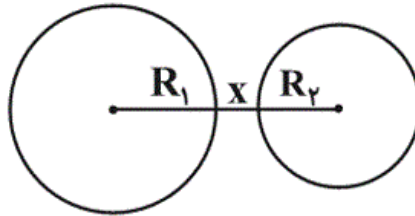
۲

۱

$$\Delta = \sqrt{d^2 - (R_1 + R_2)^2} = \text{مماس مشترک داخلی}$$

$$= \sqrt{169 - (R_1 + R_2)^2} \Rightarrow 25 = 169 - (R_1 + R_2)^2 \Rightarrow R_1 + R_2 = 12$$

اگر کمترین فاصله بین نقاط دایره را x در نظر بگیریم، داریم:



$$d = R_1 + x + R_2 \Rightarrow x = d - (R_1 + R_2) = 13 - 12 = 1$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

توجه کنید که اگر دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ هم مماس مشترک داخلی داشته باشند و هم مماس مشترک خارجی، آنگاه طول مماس مشترک خارجی، قطعاً از طول مماس مشترک داخلی بیشتر است، زیرا:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{طول مماس مشترک خارجی: } L = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \\ \text{طول مماس مشترک داخلی: } L' = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \end{array} \right.$$

$$L = \sqrt{2} L' \quad \text{طبق فرض}$$

$$\Rightarrow \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{2} \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2}$$

$$\Rightarrow OO'^2 - (R - R')^2 = 2OO'^2 - 2(R + R')^2$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 2(R + R')^2 - (R - R')^2$$

$$\Rightarrow OO'^2 = 2(2 + 3)^2 - (2 - 3)^2 = 49$$

$$\Rightarrow OO' = 7$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

مثلث‌های ABC و ADE، به حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه‌اند و لذا داریم:

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} \Rightarrow \frac{12}{x+19} = \frac{x+6}{12+x}$$

$$\Rightarrow 12(12+x) = (x+19)(x+6)$$

$$\Rightarrow x^2 + 13x - 30 = 0 \Rightarrow (x+15)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-15 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

نسبت تشابه دو مثلث ABC و ADE برابر است با:

$$k = \frac{AB}{AE} = \frac{12}{2+19} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ADE}} = k^2 = \frac{16}{49}$$

(هنر سه ۱- قفیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر مربع نسبت تشابه آن دو مثلث است، پس:

$$k^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow \text{نسبت تشابه} : k = \frac{2}{3} = \frac{\text{محیط مثلث کوچک‌تر}}{\text{محیط مثلث بزرگ‌تر}}$$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث کوچک‌تر} = \frac{2}{3} \times 18 = 12$$

(هنر سه ۱- قفیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳

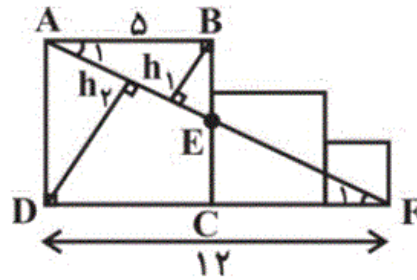
۲ ✓

۱

مثلث‌های ABE و ADF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، زیرا:

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel DF \\ \text{مورب AF} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{F}_1 \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle ADF$$

می‌دانیم که نسبت ارتفاع‌های متناظر در دو مثلث متشابه برابر با نسبت تشابه است. بنابراین:



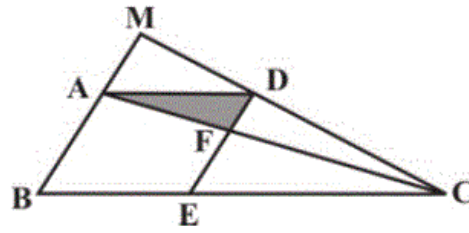
۴

۳

۲

۱ ✓

دو مثلث ADF و FEC به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند، داریم:



$$k_1 = \frac{EC}{AD} \Rightarrow k_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \quad (\text{نسبت تشابه})$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ADF}} = k_1^2 = \frac{16}{9} \quad (*)$$

دو مثلث FEC و ABC هم متشابه‌اند، پس خواهیم داشت:

$$k_2 = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_2 = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\Delta ADF}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

در هر n ضلعی، تعداد قطرهای برابر $\frac{n(n-3)}{2}$ است. بنابراین:

$$\text{تعداد ضلع‌ها} = \text{تعداد قطرهای} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n-3=2 \Rightarrow n=5$$

مجموع اندازه زاویه‌های داخلی هر n ضلعی برابر $(n-2) \times 180^\circ$ است.

پس:

$$(5-2) \times 180^\circ = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

(هندسه ۱- پندر ضلعی‌ها - صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» قضیه‌های دو شرطی هستند. اما برای عکس قضیه
گزینه «۳»، «اگر در یک چهارضلعی اندازه دو قطر مساوی و عمود بر هم
باشند، آن گاه چهارضلعی مربع است.» مثال نقض وجود دارد.

۴

۳✓

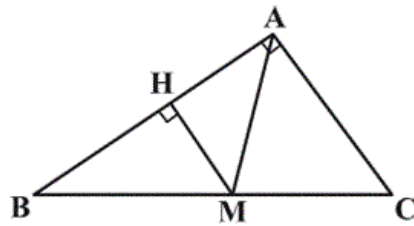
۲

۱

در هر مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است.

$$BC = 2AM = 12 \Rightarrow BM = 6$$

اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه 30° داشته باشد، طول ضلع روبه‌رو به این
زاویه، نصف طول وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویه BMH داریم:



$$\hat{B} = 30^\circ \Rightarrow MH = \frac{1}{2}BM = 3$$

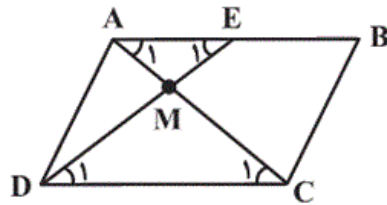
(هندسه ۱- پندرضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۴

۳

۲

۱✓



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{C}_1 \\ \hat{E}_1 = \hat{F}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEM \sim \triangle CFM$$

$$\Rightarrow \frac{DM}{ME} = \frac{CD}{AE} = 2$$

(هندسه ۱- پند فضلی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به فرض مسئله $S_{\triangle ABC} = 2AH^2$ است. از طرفی با توجه به شکل

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \text{ می‌باشد، پس:}$$

$$2AH^2 = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow AH = \frac{BC}{4}$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، طول ارتفاع وارد بر وتر، $\frac{1}{4}$ طول وتر

است. طبق تمرین صفحه ۶۴ کتاب درسی، اندازه کوچک‌ترین زاویه داخلی

این مثلث قائم‌الزاویه 15° و در نتیجه اندازه بزرگ‌ترین زاویه خارجی آن

برابر $180^\circ - 15^\circ = 165^\circ$ است.

(هندسه ۱- پند فضلی‌ها- صفحه ۶۴)

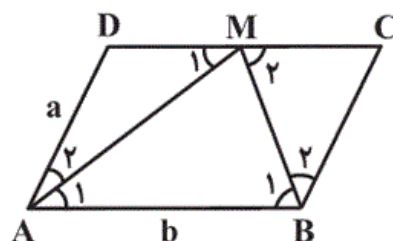
۴✓

۳

۲

۱

با توجه به داده‌های مسئله اگر فرض کنیم که $AB = b$ و $AD = a$ و محیط متوازی‌الاضلاع را با P نمایش دهیم، آنگاه با وضعیت موجود در شکل زیر مواجه خواهیم بود.



از آنجا که $\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$ ، پس با توجه به فرض مسئله، داریم

$$\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = 90^\circ \text{ و در نتیجه } \hat{A}MB = 90^\circ \text{ و از این رو } \Delta AMB \text{ قائم‌الزاویه}$$

است. در ادامه با توجه به این که $AB \parallel DC$ ، خواهیم داشت:

$$\hat{A}_2 = \hat{A}_1 = \hat{M}_1 \Rightarrow \Delta AMD \Rightarrow MD = AD = a$$

$$\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{M}_2 \Rightarrow \Delta BMC \Rightarrow MC = BC = a$$

$$DC = MD + MC \Rightarrow b = 2a \Rightarrow \frac{P}{a} = \frac{2(a+b)}{a} = \frac{2(a+2a)}{a} = 6$$

(هندسه ۱- پنر ضلعی‌ها- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$x^2 + 2x + 1 = 4x + 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-2) = 12$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

پس جواب کوچک‌تر معادله $1 - \sqrt{3}$ است که تقریباً برابر است با:

$$1 - \sqrt{3} \approx 1 - 1.7 = -0.7$$

این مقدار در بازه $(-\frac{1}{2}, -1)$ قرار دارد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

----- ۱ ۲ ۳ ✓ ۴

برای آن که معادله درجه ۲، ریشه مضاعف داشته باشد باید $\Delta = 0$ ، پس:

$$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(4)(m - 3) = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16m + 48 = 0 \Rightarrow (m - 4)(m - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = 12 \end{cases}$$

ریشه مضاعف معادله $ax^2 + bx + c = 0$ برابر با $-\frac{b}{2a}$ است، پس ریشه

مضاعف این معادله $\frac{m}{8}$ می‌شود. در هر دو حالت داریم:

$$m = 4 \Rightarrow x \text{ مضاعف} = k = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} < 1 \quad \times$$

$$m = 12 \Rightarrow x \text{ مضاعف} = k = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} > 1 \quad \checkmark$$

$$\Rightarrow mk = \frac{3}{2} \times 12 = 18$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۰ تا ۷۷)

----- ۱ ۲ ۳ ۴ ✓

راه حل اول:

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = a + b + c$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow 0 = 9a + 3b + c$$

$$x = 2 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow -2 = 4a + 2b + c$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = -2 \end{cases}$$

مقدار c را در دو معادله دیگر قرار می دهیم:

$$\xrightarrow{c=-a-b} \begin{cases} 9a + 3b - a - b = 0 \\ 4a + 2b - a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8a + 2b = 0 \\ 3a + b = -2 \end{cases}$$

۴

۳

۲✓

۱

(عمید زرین کفش)

ابتدا می خواهیم فاصله جسم از زمین بیش تر از ۳۵ متر باشد، داریم:

$$h > 35 \Rightarrow -5t^2 + 20t + 20 > 35 \Rightarrow -5t^2 + 20t - 15 > 0$$

$$\Rightarrow t^2 - 4t + 3 < 0 \Rightarrow (t-1)(t-3) < 0$$

$$\begin{array}{c|ccc} t & & 1 & & 3 & \\ \hline h & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \Rightarrow 1 < t < 3$$

طبق رابطه $h = -5t^2 + 20t + 20$ ، نمودار تابع ارتفاع جسم بر حسب زمان به صورت یک سهمی است که دهانه آن رو به پایین است. می بایست دقت کنیم جسم از نقطه رأس سهمی به بعد در حال برگشت به سطح زمین است، پس زمان مربوط به نقطه رأس را می یابیم.

$$t_S = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \times (-5)} = \frac{-20}{-10} = 2$$

پس بازه زمانی که فاصله توپ از سطح زمین بیش تر از ۳۵ بوده و توپ در مسیر بازگشت می باشد عبارتست از (۲، ۳).

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها- صفحه های ۷۸ تا ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow -3m^2 + 4m < 0$$

m		0		$\frac{4}{3}$	
				3	
$-3m^2 + 4m$	-	0	+	0	-

$$\Rightarrow m < 0 \text{ یا } m > \frac{4}{3} \quad (I)$$

$$2) a > 0 \Rightarrow m - 1 > 0 \Rightarrow m > 1 \quad (II)$$

$$I \cap II \Rightarrow m > \frac{4}{3}$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۷۸ تا ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۶

(علی ارجمند)

$$\frac{x^3 + 2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} - 2 \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 + 2x^2 - x + 2 - 2x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 + x}{x^2 - x + 1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x(x^2 + 1)}{x^2 - x + 1} \geq 0$$

با توجه به آن که در عبارت‌های درجه دوم $(x^2 + 1)$ و $(x^2 - x + 1)$ ،

$\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت است، هر دو چند جمله‌ای همواره مثبت

می‌باشند، در نتیجه پاسخ نامعادله به صورت $x \geq 0$ می‌باشد.

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱✓

با توجه به جدول مشخص است که:

(۱) $(a-1)$ ریشه عبارت است و بعد از $x=1$ رخ داده است پس باید $a-1 > 1$ باشد:

$$a-1 > 1 \Rightarrow a > 2 \quad (I)$$

(۲) ضریب x^2 باید مثبت باشد، چون بین دو ریشه که مخالف علامت ضریب x^2 است منفی شده است و چون با توجه به عبارت A ضریب x^2 برابر $(4-a)$ است خواهیم داشت:

$$4-a > 0 \Rightarrow a < 4 \quad (II)$$

$$I \cap II \Rightarrow 2 < a < 4 \xrightarrow{a \in \mathbb{Z}} a = 3$$

پس $a=3$ است و عبارت به صورت $A = (x-1)(x+b)$ خواهد شد که دارای ۲ ریشه $x=1$ و $x=a-1$ یعنی $x=1$ و $x=2$ است، یعنی $b=-2$.

$$\Rightarrow a+b = 3-2 = 1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها- صفحه‌های ۱۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$|ax + 5| < 3 \Rightarrow -3 < ax + 5 < 3 \Rightarrow -8 < ax < -2$$

فرض می‌کنیم $a > 0$ باشد، پس:

$$\frac{-8}{a} < x < \frac{-2}{a}$$

$$-\frac{2}{a} = 4 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, \quad -\frac{8}{a} = 16 \Rightarrow b = 16$$

$$\frac{x \in (b, 4)}{\text{تناقض}} \rightarrow x \in (16, 4)$$

پس باید a منفی باشد تا جهت نامساوی عوض شود:

$$-\frac{8}{a} = 4 \Rightarrow a = -2, \quad -\frac{2}{a} = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$

(ریاضی ۱- معادله‌ها و نامعادله‌ها - صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱

(وهاب نادری)

برای این که نمودار پیکانی داده شده، نشان‌دهنده یک تابع باشد، باید:

$$b^2 + 1 = |2b|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{b>0} b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow b = 1 \\ \xrightarrow{b<0} b^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b+1)^2 = 0 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |b| + 1 = 2$$

$$\begin{cases} (2, 2) \in f \\ (2, a + 2b) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ تابع است}}$$

$$a + 2b = 2 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{b=1} a = 0 \\ \xrightarrow{b=-1} a = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = 3 \text{ یا } 1$$

(ریاضی ۱- تابع - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

در حوالی $x = 3$ ، علامت‌های f و g متفاوت است، بنابراین همواره حاصل ضرب آن‌ها نامثبت است.

(ریاضی ۱- ترکیبی- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۳ و ۱۰۱ تا ۱۰۸)

۴✓

۳

۲

۱

-۹۱

(مهمر فندان)

با توجه به اینکه مساحت دوزنقه $MNCB$ هشت برابر مساحت مثلث AMN است، می‌توان نوشت:

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta AMN} + S_{MNCB} = S_{\Delta AMN} + 8S_{\Delta AMN} = 9S_{\Delta AMN}$$

با توجه به این که $BC \parallel MN$ است، می‌توان نتیجه گرفت که دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند. پس:

$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = \left(\frac{AB}{AM}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{AB}{AM} = 3 \Rightarrow AB = 3AM$$

$$\Rightarrow AM + MB = 3AM \Rightarrow \frac{MB}{MA} = 2$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۲

(مهمر ابراهیم گیتی زاده)

دو مثلث ABC و EAF در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $\widehat{EAF} = \widehat{BAC}$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، برابر نسبت تشابه است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m+3}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

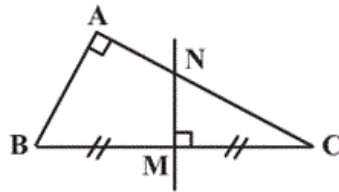
۴

۳✓

۲

۱

مطابق شکل در مثلث قائم الزاویه ABC فرض می‌کنیم $AB = ۱$ و $AC = ۲$ باشد، داریم:



$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5} \Rightarrow CM = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

همچنین داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{M} = 90^\circ \end{array} \right. \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \triangle ABC \sim \triangle MNC$$

$$k = \frac{CM}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle MNC}}{S_{\triangle ABC}} = k^2 = \frac{5}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{(ABMN)}}{S_{\triangle (ABC)}} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

تعداد کل قطرهای n ضلعی محدب $\frac{n(n-3)}{2}$ است و از هر رأس $n-3$

تا قطر می‌گذرد، پس:

$$n-3 = \frac{1}{6} \times \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow n = 12$$

$$\Rightarrow \text{تعداد قطر ها} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$$

(هنر سه ا- پندر ضلعی ها- صفحه ۵۵)

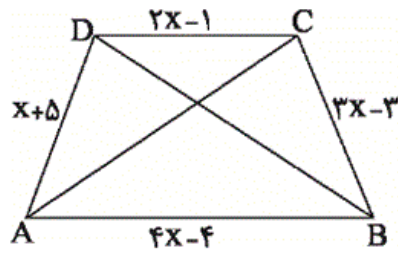
۴

۳ ✓

۲

۱

اگر دو قطر دوزنقه‌ای برابر باشند، آن دوزنقه متساوی‌الساقین است. پس:



$$AD = BC \Rightarrow x + 5 = 3x - 3 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$ABCD \text{ محیط} = x + 5 + 2x - 1 + 3x - 3 + 4x - 4$$

$$= 10x - 3 = 40 - 3 = 37$$

(هندسه ۱- هندسه‌های - صفحه‌های ۶۱ تا ۶۳)

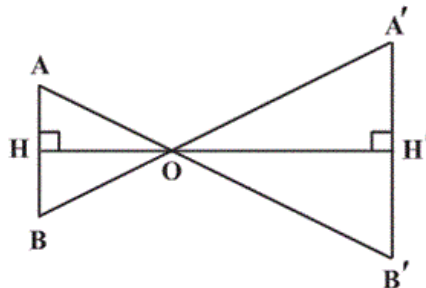
۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به شکل زیر خواسته مسئله به دست آوردن طول $A'B'$ است. با توجه به تشابه دو مثلث OAB و $OA'B'$ و این که نسبت ارتفاع دو مثلث برابر نسبت تشابه است، داریم:



$$k = \frac{AB}{A'B'} = \frac{OH}{OH'} \Rightarrow \frac{35 \text{ mm}}{A'B'} = \frac{4/2 \text{ cm}}{6 \text{ m}} \xrightarrow{\text{تبدیل همه اعداد به متر}}$$

$$\Rightarrow \frac{35 \times 10^{-3} \text{ m}}{A'B'} = \frac{4/2 \times 10^{-2} \text{ m}}{6 \text{ m}} \Rightarrow A'B' = \frac{35 \times 10^{-3} \times 6}{4/2 \times 10^{-2}} = 5 \text{ m}$$

پس طول درخت ۵ متر است.

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن - صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

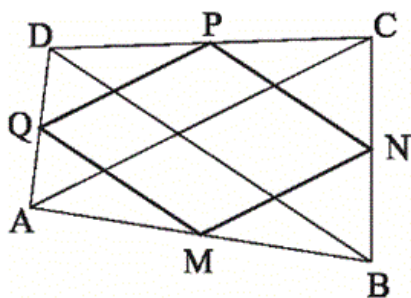
۴

۳

۲ ✓

۱

(مهدی ابراهیم گیتی زاده)



چهارضلعی $MNPQ$ متوازی الاضلاع است و در آن $MN = \frac{AC}{2}$ و

$NP = \frac{BD}{2}$ است. باتوجه به برابری قطرها داریم:

$$AC = BD \Rightarrow \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} \Rightarrow MN = NP$$

متوازی الاضلعی که دو ضلع مجاور آن برابر باشند، یک لوزی است، پس
چهارضلعی $MNPQ$ لوزی می باشد.

(هندسه ۱- پنر ضلعی ها- صفحه های ۵۹ تا ۶۱ و ۶۴)

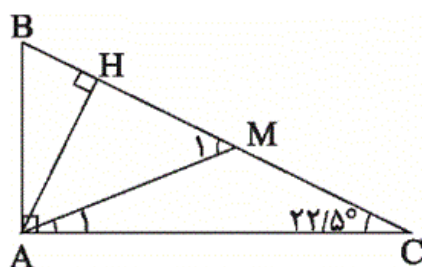
۴

۳

۲

۱✓

در این مثلث قائم الزاویه، میانه و ارتفاع وارد بر وتر را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر نصف طول وتر است، پس داریم:

$$AM = CM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 22/5^\circ$$

$$\Delta AMC : \hat{M}_1 \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 45^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه، طول ضلع روبه‌رو به زاویه 45° ، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ طول وتر است،

پس داریم:

$$\Delta AMH : \hat{M}_1 = 45^\circ$$

$$\Rightarrow AH = \frac{\sqrt{2}}{2} AM = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه ۱- پنج ضلعی‌ها- صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

۴

۳ ✓

۲

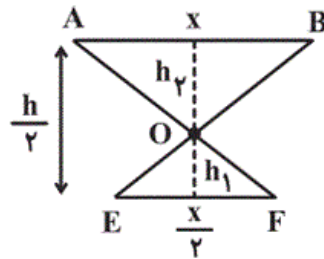
۱

$$\Delta DAB : ME \parallel AB \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{ME}{AB} = \frac{MD}{DA} = \frac{1}{2} \Rightarrow ME = \frac{AB}{2} \quad (1)$$

$$\Delta ADC : MF \parallel DC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{MF}{CD} = \frac{MA}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MF = \frac{CD}{2} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow EF = MF - ME = \frac{CD - AB}{2} = \frac{x}{2}$$

حال با توجه به تشابه دو مثلث OAB و OEF داریم:



$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h_1}{h_1 + h_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow h_1 = \frac{h}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{OEF}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{1}{2} \times h_1 \times EF}{\frac{1}{2} \times h \times (AB + CD)}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times \frac{h}{6} \times \frac{x}{2}}{\frac{1}{2} \times h \times (x + 2x)} = \frac{1}{36}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۵ تا ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱

مثلث‌های AHB و AHC متشابه‌اند و اضلاع BH و AH که ضلع‌های متوسط این دو مثلث‌اند، دو ضلع نظیر هم هستند. پس میانه‌های وارد بر این دو ضلع نظیر هم هستند. در نتیجه:

$$\left. \begin{aligned} \frac{AM}{CN} &= K \quad (\text{نسبت تشابه}) \\ K &= \frac{AB}{AC} \\ \frac{AB^2}{AC^2} &= \frac{BH \cdot BC}{CH \cdot BC} = \frac{BH}{CH} = 3 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \sqrt{3} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{AM}{CN} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۴

۳✓

۲

۱